

致 读 者

本书由国防科技图书出版基金资助出版。

国防科技图书出版工作是国防科技事业的一个重要方面。优秀的国防科技图书既是国防科技成果的一部分,又是国防科技水平的重要标志。为了促进国防科技事业的发展,加强社会主义物质文明和精神文明建设,培养优秀科技人才,确保国防科技优秀图书的出版,国防科工委于1988年初决定每年拨出专款,设立国防科技图书出版基金,成立评审委员会,扶持、审定出版国防科技优秀图书。

国防科技图书出版基金资助的对象是:

1. 学术水平高,内容有创见,在学科上居领先地位的基础科学理论图书;在工程技术理论方面有突破的应用科学专著。
2. 学术思想新颖,内容具体、实用,对国防科技发展具有较大推动作用的专著;密切结合科技现代化和国防现代化需要的高新技术内容的专著。
3. 有重要发展前景和有重大开拓使用价值,密切结合科技现代化和国防现代化需要的新工艺、新材料内容的科技图书。
4. 填补目前我国科技领域空白的薄弱学科和边缘学科的科技图书。
5. 特别有价值的科技论文集、译著等。

国防科技图书出版基金评审委员会在国防科工委的领导下开展工作,负责掌握出版基金的使用方向,评审受理的图书选题,决定资助的图书选题和资助金额,以及决定中断或取消资助等。经评审给予资助的图书,由国防工业出版社列选出版。

国防科技事业已经取得了举世瞩目的成就。国防科技图书承

担着记载和弘扬这些成就,积累和传播科技知识的使命。在改革开放的新形势下,国防科工委率先设立出版基金,扶持出版科技图书,这是一项具有深远意义的创举。此举势必促使国防科技图书的出版,随着国防科技事业的发展更加兴旺。

设立出版基金是一件新生事物,是对出版工作的一项改革。因而,评审工作需要不断地摸索、认真地总结和及时地改进,这样,才能使有限的基金发挥出巨大的效能。评审工作更需要国防科技工业战线广大科技工作者、专家、教授,以及社会各界朋友的热情支持。

让我们携起手来,为祖国昌盛、科技腾飞、出版繁荣而共同奋斗!

国防科技图书出版基金
评审委员会

国防科技图书出版基金 第二届评审委员会组成人员

名誉主任委员： 怀国模

主任委员： 黄 宁

副主任委员： 殷鹤龄 高景德 陈芳允
曾 铎

秘书长： 刘琯德

委员： 尤子平 朱森元 朵英贤

(按姓氏笔画为序) 刘 仁 何庆芝 何国伟

何新贵 宋家树 张汝果

范学虹 胡万忱 柯有安

侯 迁 侯正明 莫梧生

崔尔杰

前 言

弹道导弹与运载火箭总体设计,是多学科的综合应用。运用系统工程等现代设计理论与方法,综合航天领域各学科的专业技术,指导弹道导弹与运载火箭技术设计的全过程,是协调各分系统设计的依据。因此,不仅专门从事火箭总体设计的专家要掌握,而且从事分系统设计的专家,从事管理、使用导弹火箭系统的人员,也必须具备总体设计的基础知识。

本书对弹道导弹与运载火箭总体设计的基本理论和方法有比较全面深入的阐述,对近年来逐步发展的现代设计理论和方法(系统工程理论、现代优化设计理论、计算机仿真与辅助设计理论等),如何在火箭总体设计中推广应用作了适当的介绍。全书共分 10 章,内容涉及概论、战术技术要求分析与论证、总体方案分析、总体参数优选与总体性能估算、质量模型与质量特性分析计算、轨道及参数优化设计、气动外形设计及结构布局、载荷分析计算及可靠性设计等,并在最后汇集整理了关于弹道导弹总体设计阶段的一个大型练习,以使读者通过练习,系统地回顾和应用所学的内容和方法,达到初步掌握基本内容的目的。

应当指出,本书的内容仅仅涉及导弹与火箭本身的总体设计工作,并未包含导弹与火箭武器系统的全部总体设计内容。

在本书编写过程中,参考了宇航出版社出版的导弹与航天丛书《总体设计》(上)一书,它给我们的编写工作提供了宝贵的素材和经验,使我们选编的内容更加接近工程设计实践的要求,在此深表谢意。

本书由甘楚雄教授主编并审校,刘冀湘同志参加部分章节的

编写工作。由于水平有限,书中缺点错误在所难免,不妥之处敬请读者批评指正。

编 者

1993 年 9 月于长沙国防科大

内 容 简 介

本书运用系统工程等现代设计理论与方法,综合航天领域各学科的专业技术,指导弹道导弹与运载火箭的总体设计和协调各分系统的相互关系。全书包括:概论,战术技术要求分析与论证,总体方案分析,总体参数优选与总体技术性能估算,质量模型与质量特性分析计算,轨道及参数优化设计,火箭气动外形设计及结构布局,载荷分析计算及可靠性设计等内容。

本书可供从事弹道导弹与运载火箭的设计人员使用,也可作为有关院校导弹总体设计专业的教科书。

ISBN 7-118-01449-4/TJ · 103

定价:16.70 元

目 录

符号说明	1
第一章 概论	7
1.1 弹道导弹武器系统和火箭运载系统	8
1.1.1 弹道导弹	8
1.1.2 运载火箭	10
1.1.3 导弹武器系统和火箭运载系统	11
1.2 弹道导弹与运载火箭的组成、功能和典型的总体布局	12
1.2.1 组成与功能	12
1.2.2 弹道导弹与运载火箭的典型总体布局	15
1.3 弹道导弹与运载火箭研制依据	19
1.3.1 弹道导弹武器系统设计的基本要求	19
1.3.2 运载火箭的设计要求	21
1.4 弹道导弹与运载火箭的研制程序	23
1.5 弹道导弹与运载火箭的总体设计	24
1.5.1 总体设计特点 and 设计思想	24
1.5.2 总体设计的基本内容	26
第二章 战术技术要求的分析论证	30
2.1 弹道导弹的作战性能要求	30
2.1.1 射程	30
2.1.2 威力	31
2.1.3 精度	35
2.1.4 弹道导弹的可靠性指标	41
2.2 弹道导弹的战斗使用要求	42
2.2.1 生存能力	42
2.2.2 突防能力	43
2.2.3 运输维护性能	45
2.2.4 操作使用性能	45

2.3 生产经济性要求	46
第三章 弹道导弹与运载火箭的总体方案	47
3.1 概述	47
3.2 火箭的总体方案	48
3.2.1 火箭的形式	48
3.2.2 级数的选择	50
3.2.3 有效载荷方案	56
3.2.4 推进剂种类和发动机系统方案	60
3.2.5 发动机推力向量控制方案	62
3.2.6 制导系统方案	65
3.2.7 分离系统方案	69
第四章 弹道导弹与运载火箭的质量模型与质量方程	82
4.1 火箭的质量模型	82
4.2 装有液体火箭发动机的火箭质量方程	83
4.2.1 发动机结构质量	84
4.2.2 结构舱段的质量	84
4.2.3 推进剂箱体结构质量	85
4.2.4 推进剂非工作储量	85
4.2.5 第 i 级子火箭推进剂工作储量	86
4.3 装有固体火箭发动机的火箭质量方程	87
4.3.1 固体火箭发动机的结构质量	87
4.3.2 固体火箭的尾段、级间段等的质量	88
4.3.3 第 i 级推进剂质量	88
4.4 火箭部件的质量分析	89
4.4.1 液体推进剂贮箱的质量分析	90
4.4.2 加强圆柱壳体轴压下的质量	94
4.4.3 截锥壳的质量	95
4.5 固体火箭发动机结构的质量	95
4.6 质量方程系数的精度对射程的影响	101
第五章 弹道导弹与运载火箭的飞行轨道设计	106
5.1 飞行轨道设计的概念	106
5.2 火箭飞行运动坐标系及其受力分析	107
5.3 火箭主动飞行段的运动微分方程	109
5.4 火箭被动飞行段的运动微分方程	111

5.5	火箭主动飞行段俯仰角程序的选择	121
5.5.1	对俯仰角程序选择的要求	121
5.5.2	俯仰角程序的选择方法	121
5.6	火箭主动飞行段运动微分方程参量的相对化处理	126
5.7	运载火箭的飞行轨道设计	130
第六章	弹道导弹与运载火箭总体优化设计	137
6.1	总体优化设计的概念	137
6.2	总体设计参数的选择与优化分析	139
6.2.1	多级火箭的最优级间质量比	139
6.2.2	火箭的初始推重比 \bar{P}_0 的选择	144
6.2.3	火箭的最大直径和各级长细比的选择	150
6.3	弹道导弹与运载火箭总体设计参数综合优化	154
6.3.1	目标函数选择	154
6.3.2	设计参数与方程	155
6.3.3	优化方法及编程特点	156
6.3.4	举例	157
6.4	弹道导弹与运载火箭的最优飞行轨道问题	159
6.4.1	最优过程问题的提出	159
6.4.2	变分法和极大值原理	163
6.4.3	弹道导弹的弹道优化设计分析	169
6.4.4	动态规划法及其在总体设计中的应用	185
第七章	弹道导弹与运载火箭的外形设计与结构布局	198
7.1	火箭外形设计与结构布局的基本要求	198
7.2	火箭弹体与翼面的空气动力特性分析	199
7.2.1	火箭的外形特点	200
7.2.2	弹体与翼面的空气动力特性	203
7.3	火箭在大气中飞行的稳定性分析	215
7.3.1	弹体的稳定度	216
7.3.2	弹体的纵向稳定性分析	217
7.4	火箭外形参数的确定方法	223
7.4.1	头部外形参数的确定	223
7.4.2	弹身外形参数的确定	225
7.5	结构布局与计算机辅助部位安排	229
7.5.1	部位安排的基本要求	229

7.5.2 计算机辅助部位安排	231
第八章 弹道导弹与运载火箭飞行中的载荷计算与分析	236
8.1 火箭飞行中的载荷分析	236
8.1.1 火箭飞行中作用在弹体上的载荷及其分类	236
8.1.2 火箭飞行中作用在弹体上的气动载荷分析	237
8.1.3 火箭飞行中作用在弹体上的气动载荷计算	240
8.1.4 火箭飞行中作用在翼面上的气动载荷分布	243
8.2 过载系数的概念	246
8.3 主动飞行段中轴向载荷分析计算	248
8.4 主动飞行段中的横向载荷分析计算	251
8.5 扰动存在时弹体横向载荷分析	256
8.5.1 风对横向载荷的影响	256
8.5.2 风的扰动对弹体横向过载系数的影响	258
8.6 弹体的纵向与横向振动分析	260
8.6.1 弹体的纵向自由振动特性分析	260
8.6.2 弹体纵向受迫振动特性分析	266
8.6.3 弹体的横向振动特性分析	267
8.6.4 弹体横向受迫振动分析示例	270
第九章 弹道导弹与运载火箭的可靠性分析与设计	273
9.1 导弹与运载火箭可靠性的基本概念	273
9.1.1 可靠性的定义及其重要性	273
9.1.2 可靠性的主要指标	273
9.1.3 系统可靠性工作程序	275
9.2 导弹与运载火箭零部件的可靠性	276
9.3 典型系统的可靠性模型	284
9.3.1 串联模型	285
9.3.2 并联模型	286
9.3.3 串并联式系统	287
9.4 导弹与运载火箭系统的可靠性设计	287
9.4.1 导弹系统可靠性指标的确定	288
9.4.2 可靠性指标的分配	290
9.4.3 提高导弹系统固有可靠性的设计技术	292
9.5 导弹与运载火箭系统的可靠性评估	295
第十章 弹道导弹总体设计示例	299

10.1	弹道导弹总体设计及其模型	299
10.2	弹道导弹总体设计的基本步骤与基本方法	301
参考文献	316

符号说明

- A ——核物质的 TNT 当量;振动的振幅
- A_F ——弹射器所作的功
- a ——弹着点散布中心坐标;表格函数的参数
- b ——弹着点散布中心坐标;表格函数的参数;推进剂燃烧产物多变指数的函数
- C ——产品成本;弹簧刚度系数
- C_P ——生产成本
- C_u ——使用成本
- C_Σ ——综合成本
- c_D ——锥形头部波阻系数
- c_{DF} ——蛋形头部波阻系数
- c_f ——平板摩擦阻力系数
- c_{fb} ——弹体摩擦阻力系数
- c_N ——法向力系数
- c_x ——火箭阻力系数
- c_{zh} ——头部阻力系数
- c_{rk} ——分离级阻力系数
- c_y ——火箭升力系数
- c_y^a ——升力系数对攻角 α 的导数
- D ——弹体直径;代价函数
- D_h ——弹头端头直径
- d ——截锥体小头直径
- E ——火箭载荷比;材料弹性模量;单位质量的机械能

E_x —— x 方向的公算偏差

E_y —— y 方向的公算偏差

e ——自由飞行段运动方程的偏心率

F ——分离力;结构的承载能力;弹簧的截面积

F_m ——质量力

F_s ——表面力

f ——火药力;可靠性中成败型子样失败数

$f(t)$ ——故障密度函数

G ——重力;结构的载荷

g ——重力加速度

$g[\cdot]$ ——约束条件

H ——哈密顿函数

h ——动量矩

I ——发动机总冲;可靠性比例因子

I_{sp} ——发动机比冲

J ——转动惯量

K ——火箭全射程与椭圆弹道射程之比值;质量方程中的经验系数;头锥母线形状常数

K_c ——固体发动机质量与总冲的统计比例系数

K_{cy} ——圆柱壳质量方程的统计修正系数

k ——绝热指数;安全系数

L ——火箭的全射程

L_e ——椭圆弹道射程

l ——部件的结构长度

\bar{l} ——长细比

l_k ——头部长度

M ——质量

Ma ——马赫数

Ma_δ ——附面层外流马赫数

M_z ——俯仰力矩

- m ——质量
 m_0 ——火箭的总质量
 m_c ——火箭在发动机熄火时的质量
 \bar{m}_c ——火箭的结构质量比
 m_{ca} ——末级控制设备质量
 m_{cd} ——封头质量
 m_d ——结构质量
 m_{en} ——发动机结构质量
 m_{in} ——隔热层质量
 m_p ——推进剂质量
 m_{pb} ——推进剂贮箱总质量
 m_{pe} ——有效载荷质量
 m_{re} ——弹头再入质量
 m_t ——火箭尾段,仪表舱,电缆网等质量
 m_{ish} ——战斗部质量
 N ——法向力
 N_i^0 ——质量方程中无因次统计系数
 N_i —— i 级火箭结构质量系数
 $N(t)$ ——可靠性中正常工作零件数
 n ——级数;试验次数;过载系数
 n_{x1}, n_{y1} ——过载系数在弹体坐标轴上的分量
 P ——发动机推力
 P_1 ——单发命中概率
 P_{so} ——突防概率
 P_g ——制导概率
 P_n —— n 发命中概率
 P_w ——威力不小于规定值的概率
 P_m ——火箭截面载荷系数
 P_{sp} ——发动机比推力

- $\bar{P}_0 = P_0/m_0g_0$ ——火箭初始推重比
 P^* ——产品合格率的无偏点估计
 P_t^*, P_z^* ——可靠度上、下限
 p ——压强;椭圆方程中的半通径
 p_H ——初始燃气压力
 p_a ——喷管出口断面之大气压强
 p_c ——喷管出口断面之气流压强
 Q ——剪力
 q ——速压头,弹头 TNT 当量
 q_x ——横向载荷沿 x 轴的分布
 R ——弹体半径;离爆心距离;空气动力合力
 R_{ch} ——参数型故障系统的参数可靠度
 R_x ——弹头威力半径
 R_t ——目标半径
 $R(t)$ ——可靠度
 r ——推进剂混合比
 S ——参考面积
 S_{bh} ——弹头底部面积
 S_{bp} ——弹体侧向投影面积
 S_a ——喷管出口面积
 S_{kp} ——喷管喉部面积
 S_{max} ——弹体最大横截面积
 S_a ——贮箱壳体面积
 s ——成败型子样成功数
 T ——温度;动能
 T_r ——气流恢复温度
 T_w ——物面平均温度
 T_∞ ——附面层外气流静温
 t ——时间

- u ——推进剂燃烧速度
 u_e ——有效排气速度
 V ——体积;重力势能
 V_b ——贮箱底的体积
 v ——速度
 v_k ——主动飞行段结束时的速度
 v_r ——再入速度
 v_x, v_y, v_z ——速度 v 在 x, y, z 轴上的分量
 X ——气动阻力
 X_h ——上面级火箭的气动阻力
 X_k ——分离级火箭的气动阻力
 X_l ——沿弹体坐标系 x_l 轴的气动阻力
 X_{lc} ——轴向控制力
 x_p ——气动压心距头部顶点的距离
 x_g ——质心距头部原点的距离
 Y ——气动升力
 Y_l ——法向气动力
 Y_{lc} ——法向控制力

 α ——攻角;热交换系数
 α_{en} ——发动机结构质量系数
 α_{pt}, α_{mp} ——质量方程中的经验系数
 β ——弹道系数;表格函数的参数;地心极坐标中的射程角
 β_0 ——锥形弹头的半锥角
 γ_i —— i 级有效排气速度与第一级有效排气速度之比
 δ ——壳体之壁厚
 δ_a ——烧蚀层厚度
 δ_{in} ——隔热层厚度
 δ_n ——喷管壁厚

- ε ——核物质浓度;火箭级间质量比
 ε^* ——火箭有效载荷质量比
 η ——核反应效率;地心极坐标中的角坐标;气流压缩性修正系数
 θ ——火箭飞行弹道倾角
 θ_e ——再入弹道倾角
 λ ——拉格朗日常数;共轭因子;长细比
 λ_n ——弹头长细比
 λ_b ——弹体长细比
 λ_c ——燃烧室长细比
 λ_y ——圆柱壳长细比
 λ_1, λ_2 ——无量纲载荷函数
 μ ——推进剂相对质量系数;推进剂质流
 ν ——置信度
 ρ ——大气密度
 ρ_p ——推进剂密度
 σ ——中间偏差;子级结构质量系数;蛋形头部半锥角
 σ_p ——标准偏差
 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ ——中间偏差在坐标轴方向的分量
 $\bar{\sigma}(\theta)$ ——速度的重力损失参数
 ν ——燃速压力指数
 φ ——火箭弹道俯仰角;代价函数加权系数;气流收缩系数
 χ ——热损失系数
 ω ——圆频率;近地点幅角

第一章 概 论

弹道导弹与运载火箭均是火箭家族中的一个重要分支。火箭是依靠自身携带的燃料燃烧时喷射出高温高速物质产生推力而推进的飞行器,它有别于其他飞行器,不依赖空气可在大气外层空间飞行,因而它是实现空间航行的唯一的重要工具。

弹道导弹和运载火箭集中体现了现代航天高科技的成果。然而不幸的是这一现代文明的结晶却被首先应用于军事目的,作为一种威力强大的进攻性武器而为各先进国家竞相掌握,成为一种强有力的战略威慑力量。

中国是最早发明和使用火箭的国家,早在公元 12 世纪就已经在战争中使用了火箭。然而为现代火箭的进展作出重大贡献的,首先要归功于俄国科学家齐奥尔科夫斯基(К. Э. Циолковский),是他首先从理论上证明了用多级火箭可以克服地球引力而进入太空。他提出了环绕地球运行的第一宇宙速度,脱离地球引力场的第二宇宙速度和脱离太阳系引力场的第三宇宙速度。他建立的火箭运动的基本数学方程,为航天动力学奠定了基础。美国的戈达德(R. H. Goddard)博士把空间航行理论与现代工程技术相结合,最早研制成功第一枚液体火箭。德国科学家奥伯特(H. Oberth)论述了火箭飞行的数学理论,并提出了许多关于火箭结构和飞行的新概念。在许多科学家致力于理论研究和研制小型液体火箭的同时,近代空气动力学、弹道学、飞行器结构力学、控制论和电子技术取得了长足的进展,从而为现代火箭和导弹的发展奠定了基础。

第二次世界大战期间,德国集中力量研制成功了 V-2 火箭,它是现代弹道式导弹的始祖,对以后的大型导弹的发展起了继往开来的作用。第二次世界大战以后,导弹和运载火箭技术迅速发

展,1957年8月和12月,前苏联和美国分别发射成功洲际弹道导弹。1957年10月,前苏联第一颗人造地球卫星发射成功,从而揭开了人类航天历史的新篇章。

1961年4月,前苏联“东方”号运载火箭将第一艘载人飞船送入太空。

1969年7月,美国用“土星V”号运载火箭成功发射了“阿波罗11”号飞船,实现了人类首次登月飞行。

80年代,美国研制成功航天飞机和前苏联的空间站使航天技术进入了一个新阶段。30年左右的时间,航天技术取得了划时代的进展,极大地丰富了人类知识宝库,推动新技术革命浪潮迅猛向前。

30年来,中国的航天事业从开始创建到成为举世瞩目的航天技术先进大国,取得了极其辉煌的成就。60年代,中国自行研制成功中程、远程导弹;70年代,成功地发射了人造地球卫星;80年代,又研制成功洲际弹道导弹并成功地发射了地球同步卫星。这些成就,标志着中国已进入世界航天技术的先进行列,对加速中国现代化建设,提高和巩固中国的国际地位具有重大意义。

1.1 弹道导弹武器系统和火箭运载系统

弹道导弹武器系统包括导弹、地面设备、工程设施和指挥通信系统等。导弹是全系统的核心部分。

火箭运载系统是运载火箭、地面设备、工程设施和指挥通信等的总称,其地面设备与导弹武器系统基本相同,但发射工程设施则更加复杂庞大。

1.1.1 弹道导弹

弹道导弹是一种沿预先设定的弹道飞行,将弹头投向预定目标的导弹。一般情况下,其飞行过程除有可制导的主动飞行段弹道

外,还有无控的被动飞行段椭圆弹道以及再入飞行段可控或无控弹道。

弹道导弹的发展从 40 年代末期直到今天,已经发展了四代战略弹道导弹。

第一代战略弹道导弹是 40 年代到 50 年代发展的,主要解决从无到有的问题,其主要技术特点是:

1. 地面储存和发射,易被发现和摧毁,生存能力低。
2. 采用低温液体推进剂,发射前加注,因而作战准备时间长。
3. 携带单弹头,无突防装置,命中精度低,其 CEP^① 值在 2~5km。

这一代弹道导弹典型型号有:美国的雷神(Thor),丘辟特(Jupiter),阿特拉斯(Atlas),大力神-1(Titan-1)。前苏联的 SS-4,SS-5,SS-6 等。

第二代战略弹道导弹是在 50 年代中期到 60 年代中发展起来的,主要是提高导弹的生存能力和作战能力。突破了可储液体推进剂的毒性防护、抗腐蚀材料、大型固体推进剂药柱的浇注工艺、耐高温高压容器制造。推力控制、终止、纯惯性制导系统,地下井和潜艇水下发射等关键问题。第二代战略弹道导弹的主要技术特点是:

1. 从地下井或潜艇水下发射,提高了生存能力。
2. 采用可储存液体推进剂和固体推进剂,反应时间短。
3. 弹头增加了突防装置,具有转换打击目标的能力。
4. 命中精度、比威力、可靠性均有所提高。

第二代战略弹道导弹的典型型号有:美国的大力神-1(Titan-1),民兵(Minuteman),北极星(Polaris)。前苏联的 SS-7,SS-8,SS-9,SS-11,SS-13,SS-N-4,SS-N-5 等。

第三代战略弹道导弹是在 60 年代中期,到 70 年代初期发展的。由解决弹头的突防能力问题,转向打击多个硬目标,提高摧毁能力。其主要技术特点是:

^① CEP——命中概率为 50% 的圆周半径。

1. 装备多弹头,突防能力强,摧毁效果好,可打击多个目标。
2. 导弹地下井加固,提高生存能力。
3. 采用遥控快速变换目标系统,提高作战使用性能。
4. 命中精度进一步提高。

第三代弹道导弹的典型型号有:美国的民兵— I (Minuteman— I),北极星 A—3(Polaris A—3),海神(Poseidon)。前苏联的 SS—9,SS—11— I,SS—16,SS—17,SS—18,SS—19 等。

第四代战略弹道导弹是从 60 年代末期开始研究直到今天仍在不断发展,主要是进一步提高生存能力和摧毁能力。由于采用地下井固定发射,单纯靠加固技术很难确保导弹的生存及反击能力,因此提出采用机动发射问题。这一代弹道导弹的主要技术特点是:

1. 机动发射,以多瞄准点方案为依据进行布署,提高生存能力。
2. 子弹头个数多,当量大,提高摧毁力。
3. 潜地导弹增大射程。
4. 命中精度高,其 CEP 值达到 0.1~0.2km。

第四代弹道导弹的典型型号有:美国的 Mx,三叉戟(Trident)等。

战略弹道导弹由于其射程远、威力大、命中剪度高、突防能力强,因而是进攻性战略武器的主要力量,受到各国的高度重视。

1.1.2 运载火箭

运载火箭是由液体弹道导弹演化而来的。利用洲际弹道导弹通过纵向加级(串联)或横向并联形成多级运载火箭,用来发射航天器(人造卫星、飞船、航天站、空间探测器等)。

随着发射各种大型空间飞行器的要求,运载火箭的运载能力也迅速扩大,到 80 年代,最大的运载火箭起飞质量达到 2900t,推力达到 33350kN,可将 120t 的有效载荷送入近地轨道。为适应各种不同轨道的要求,运载火箭往往设计成具有多次启动和无推力

滑行的功能,其控制系统也力求适应运载对象轨道多样化的需要。

美国运载火箭最典型的有“侦察兵”系列,“雷神—德尔它”系列,“宇宙神”系列,“大力神”系列以及“土星”系列。

前苏联运载火箭最典型的有 A 系列(大型有效载荷)、C 系列(中型有效载荷)、B 系列(小型有效载荷)以及 D 系列(非军用大型)等。

欧洲空间研究组织联合研制的“阿丽亚娜”运载火箭系列。

中国的“长征”运载火箭系列。

日本正在研制自己的“H”运载火箭系列。

运载火箭品种极为繁杂,用途各异,性能相差甚远,在此不一一枚举。

1.1.3 导弹武器系统和火箭运载系统

前已述及的导弹武器系统,是指包括地面设备、工程设施、指挥通信等的总称。对弹道导弹武器系统来说,按导弹发射的位置和方式,可分为陆基、海基两大类,而陆基可进一步分成固定阵地和机动阵地发射等。

导弹武器系统配置的设备取决于导弹的用途、使用条件和构造特点,但作为陆基导弹武器系统配套的设备都具备下列功能:

1. 保存导弹并对其进行定期检测。
2. 运送导弹至发射阵地并放置在发射装置上。
3. 确定发射点坐标和目标方位,进行瞄准。
4. 发射准备、检测、装订参数和控制发射。
5. 监测攻击效果。
6. 进行阵地通信指挥。

火箭运载系统地面设备配置基本相同,但其发射工程设施更为庞大且有通用性。

弹道导弹武器系统或运载火箭系统本身是一个为完成特定任务的整体,因此,力求整个系统综合最优是总体设计过程中必须遵

循的重要原则。

1.2 弹道导弹与运载火箭的组成、功能和典型的总体布局

1.2.1 组成与功能

弹道导弹和运载火箭一般由以下分系统组成:有效载荷、弹体结构、动力系统、控制系统、初始对准系统、安全系统、遥测系统、外弹道测量系统等。下面分述各分系统的特性与功能。

一、有效载荷

有效载荷是导弹和运载火箭的运载对象。对于导弹,有效载荷又是其全弹的组成部分。运载火箭的运载对象是航天器,把航天器送入预定的轨道是运载火箭的任务。弹道导弹的运载对象是弹头,将弹头送至预定的目标区,并摧毁目标是导弹的任务。

弹道导弹弹头包括壳体、装药及各种仪器设备。战术、战役导弹的弹头有普通装药弹头、核弹头和化学弹头等。战略导弹通常使用核弹头。核弹头主要由壳体、核装置及其引爆控制系统组成,还可根据需要安装加温、慢旋定向、突防装置等系统。核装置及其引爆控制系统是产生摧毁效应的装置。弹头壳体由防热层、隔热层和承力结构组成,它不仅要容纳和固定装药及设备、维持弹头外形,而且要承受再入时气动载荷及高温高速气流冲刷。导弹弹头上一般无控制系统。分导式多弹头由母舱控制系统控制,而机动弹头则本身装有控制和动力系统,能在再入后作变轨飞行,能引导弹头精确命中目标。战略导弹的弹头系统复杂、工作条件恶劣,它要满足防热效果好、精度高、质量小、威力大和突防能力强的要求。

二、弹体结构

弹体结构是指导弹的各个受力和支承结构。装有液体火箭发动机的导弹弹体结构,包括推进剂贮箱、仪器舱、箱间段、级间段、发动机承力结构和尾舱等。弹体结构的功能是安装连接有效载荷、仪器设备、动力装置和储存推进剂,承受地面操作和飞行中的载

荷、维持良好的外形以保证火箭的完整性。

推进剂贮箱占弹体结构的大部分,其作用除储存推进剂外还是火箭的承力结构。仪器舱的作用是安装控制系统和测量系统的仪器设备。发动机承力结构用于安装发动机,并将推力传递给弹体结构。尾舱位于火箭尾部,一般是火箭竖立在发射台上的承载构件,又是发动机的保护罩。为了改善火箭的飞行稳定性,有的火箭在一级尾舱安装有尾翼。级间段是多级火箭级间的连接部件,一般采用杆系或带有开口的半硬壳式结构,以便于热分离时上面级发动机气流顺畅排出。对于运载火箭和多弹头导弹,一般在头部设有整流罩,其作用是在大气层内飞行段保护有效载荷、承受气动载荷和热流,并使火箭维持良好的气动外形,飞出大气层后,整流罩即可抛掉。

三、动力系统

动力系统的功能是产生推力,推动火箭向前运动。液体火箭动力系统包括液体火箭发动机和推进剂输送系统;固体火箭动力系统就是固体火箭发动机。

液体火箭发动机一般由推力室、推进剂供应系统和自动器组成。推进剂供应系统分为挤压式系统和泵式系统两类。此系统的作用是按要求的流量和压力将推进剂送往推力室,推进剂在燃烧室中雾化、蒸发、混合、燃烧,其燃烧产物自喷管高速排出,产生推力。

推进剂输送系统由推进剂贮箱、贮箱、增压系统、推进剂调节系统以及阀门、导管组成,其作用是储存必要的推进剂并把推进剂按要求从贮箱内输送到发动机,并给贮箱加注或泄出。

贮箱增压系统因推进剂供应系统类型不同而差别较大,挤压式系统的贮箱增压压力要大于推力室压力,因而箱体质量大;泵式系统的贮箱增压压力是为了保证泵不发生气蚀以及增加贮箱轴向承载能力,因而贮箱增压压力低,箱体质量小。

对于大型运载火箭,在推进剂输送系统中还设置了组元混合比调节系统。它保证火箭飞行时各种干扰条件下氧化剂和燃烧剂

仍能按预定混合比消耗,使剩余量最少,从而增大运载能力。

四、控制系统

控制系统的作用是控制火箭姿态稳定,使其按预定弹道飞行,并控制火箭发动机关机,以精确地达到目标。按任务性质控制系统一般由制导系统、姿态控制系统和线路综合三部分组成。

制导系统由测量装置和计算机组成,其功能是测量和计算火箭位置、速度、加速度、射程、轨道参数等,与装订参数比较,按预定规律形成制导指令,通过导引信号控制火箭方向,使它沿一定的弹道飞行;当满足关机条件时发出关机指令,从而使弹头命中目标或航天器进入预定轨道。制导系统可分成自主式和组合式制导系统两种。自主式制导系统设备都装在火箭内部,不需要任何外部控制,这种类型的制导系统主要有惯性制导系统和天文制导系统。组合式制导系统采用多种制导方式,例如惯性制导、天文制导、无线电制导、图象匹配制导等各种组合,可充分发挥各种方式的优点,但系统也更加复杂。

姿态控制系统由敏感装置测量弹体姿态的变化并输出信号。计算机对各种姿态信号和导引指令按一定控制规律进行运算、校正和放大并输出控制信号。操纵机构根据控制信号驱动舵面、阀门或摆动发动机产生控制力矩,控制火箭姿态。姿态控制系统的控制信号可以是模拟量也可以是数字量,后者更适应控制对象参数的变化和控制要求的改变。对于液体火箭除了考虑刚体稳定外,还应考虑弹性振动和液体晃动、甚至纵向合振动对姿态控制系统的影响。

综合线路除了把制导、姿态控制系统综合在一起外,还包括电源配电、时序和测试线路等部分,组成一个完整的控制系统。

五、初始对准系统

初始对准系统是用来确定位于发射点的火箭的初始方位,并控制火箭对准目标的系统。一般由弹上设备和地面设备共同完成。按照工作原理分为光学、光电和自主瞄准,自主瞄准是利用弹上敏感装置自行确定火箭初始方位并完成瞄准。一般运载火箭和固定

点发射的导弹,其发射点坐标和方位是事先测量好的。对于机动导弹,尤其是战术导弹,还需要有确定发射点位置和方位的快速定位定向系统。

六、安全系统

安全系统的作用是火箭在飞行中出现故障、落点将超出允许的范围而危及地面安全时,能终止火箭的动力飞行并将其销毁。安全系统分为弹上自毁系统和无线电安全系统。自毁系统由敏感装置、计算装置和爆炸装置组成,利用姿态、速度、程序角和时间等参数的偏差,判断故障,自动发出爆炸指令,进行自毁。无线电安全系统主要由地面雷达测量飞行轨道参数,按预先制定好的安全管道和准则,判断故障并由地面发出炸毁指令,将火箭炸毁。

七、遥测系统

遥测系统的作用是把火箭飞行中各系统的工作参数及环境参数测量下来,通过无线电传输和回收装置送回地面。为分析故障、鉴定和改进火箭性能提供依据。

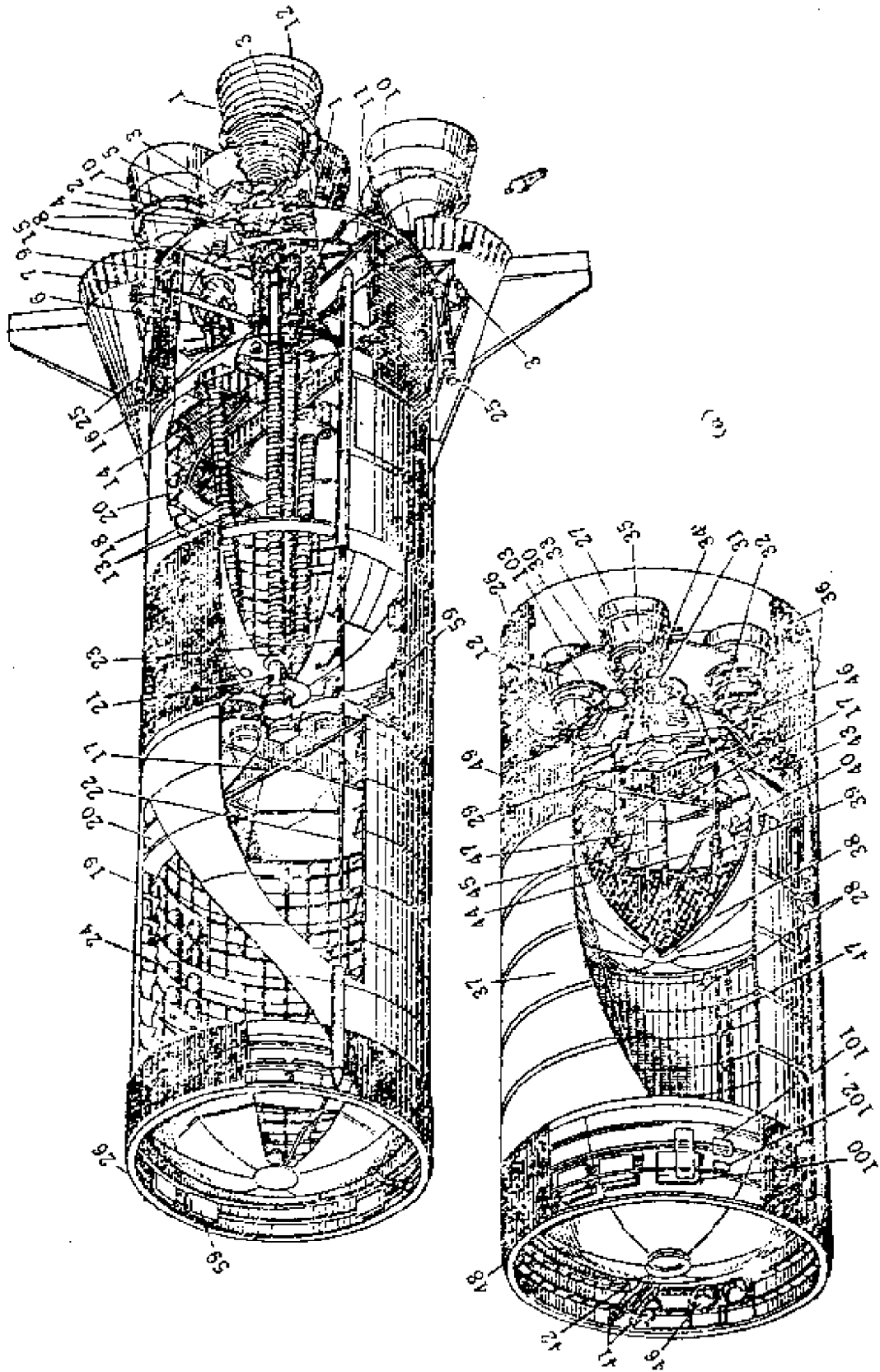
遥测系统在弹上主要有传感器、变换器、中间装置和无线电发射设备。它们的作用是参数测量,将测到的物理量变成电信号用无线电多路通讯方式向地面传输,由地面接收站将信号解调、变换和处理。有的还用磁记录速变参量,进行回收。

八、外弹道测量系统

外弹道测量系统利用光、电波等的特性对火箭进行跟踪并测量其飞行运动参数,主要为制导精度分析、鉴定及故障分析服务。外弹道测量系统的主要设备在地面,为各种形式的雷达和光学设备。弹上设备主要有应答机、天线、光学合作目标、电池等。随着科学技术的发展,近年来发展了利用卫星导航的方法对火箭外弹道进行测量,使弹上设备简化并提高了测量精度。

1.2.2 弹道导弹与运载火箭的典型总体布局

美国的“土星 V”运载火箭的总体布局如图 1—1 所示。



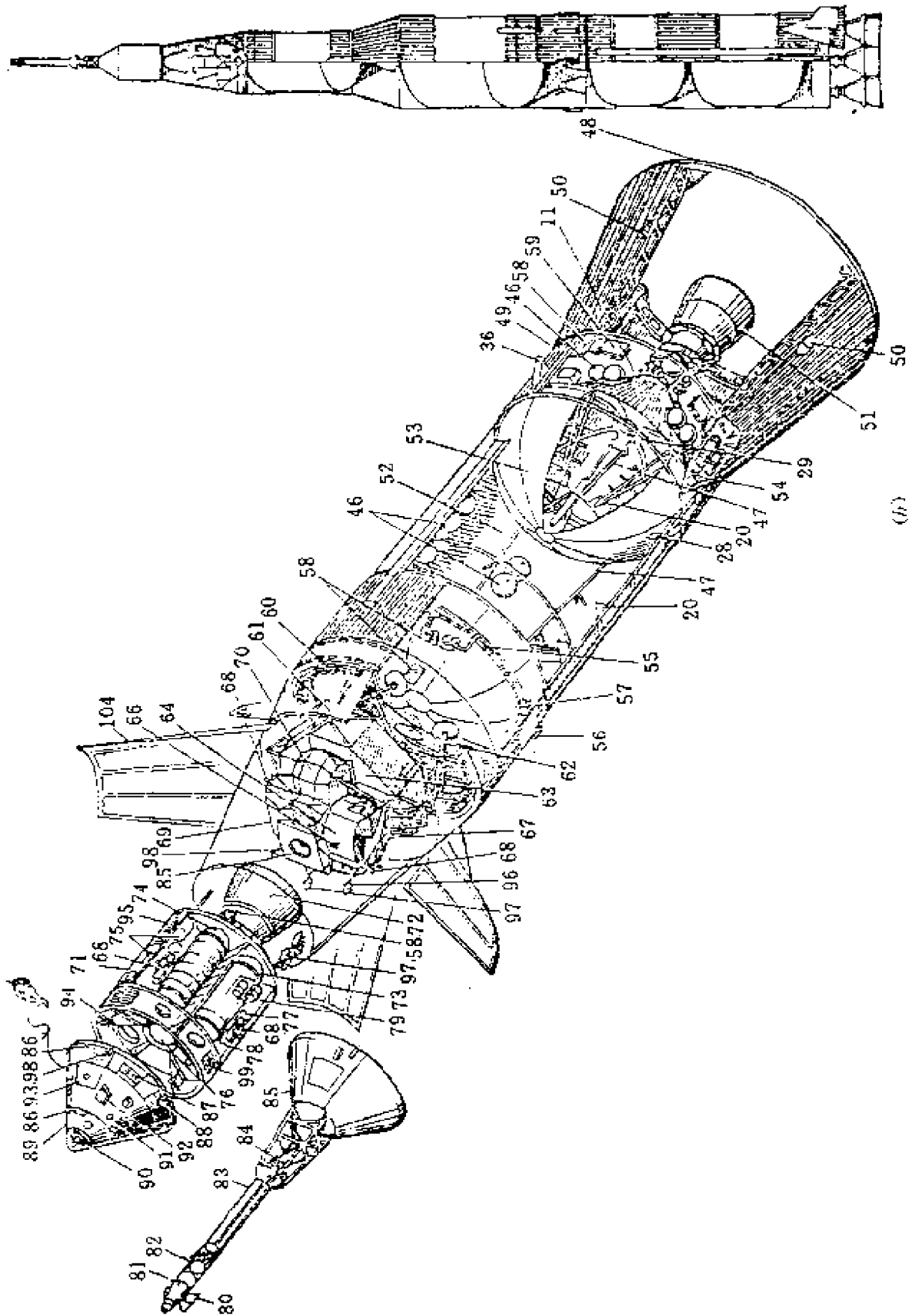


图 1-1 “土星 V”运载火箭

1—双组元液体火箭发动机 F-1; 2—万向吊架; 3—万向吊架传动装置; 4—氧化剂活门; 5—燃烧剂活门; 6—氧化剂泵; 7—燃烧剂泵; 8—涡轮(有效功率 55000 马力); 9—热交换器; 10—涡轮排气管; 11—发动机机架; 12—隔热板; 13—氧化剂输送管道; 14—燃烧剂输送管道; 15—氧化剂前置活门; 16—燃烧剂前置活门; 17—消旋隔板; 18—燃烧剂(煤油)贮箱; 19—氧化剂贮箱; 20—防晃环; 21—推进剂断流传感器; 22—贮箱增压用气态氧化剂管道; 23—增压氮管道; 24—氮贮瓶; 25—制动固体火箭发动机(8 台), 每台推力 39t, 工作时间 0.66 秒; 26—S-IC 与 S-II 级间分隔框; 27—J-2 液体火箭发动机, 每台推力 102t; 28—燃烧剂(液氢)管道; 29—氧化剂(液氧)管道; 30—燃烧剂涡轮泵装置; 31—氧化剂涡轮泵装置; 32—涡轮排气管; 33—热交换器; 34—涡轮排气管; 35—万向吊架; 36—小推力发动机; 37—燃烧剂(液氢)贮箱; 酚塑料蜂窝隔热层; 38—液态氧化剂贮箱; 39—燃烧剂前置活门; 40—氧化剂前置活门; 41—排泄活门; 42—增压管; 43—加注接头; 44—排泄管; 45—分气管(增压系统); 46—增压系统氮贮瓶; 47—液位传感器; 48—S-II 与 S-IVB 级间分隔框; 49—过度段分隔框; 50—制动固体火箭发动机(4 台); 51—J-2 液体火箭发动机, 推力 102t; 52—液氢贮箱; 53—液氧贮箱; 54—辅助发动机装置; 55—排泄系统; 56—发动机工作时用排泄管; 57—发动机关机时用排泄管; 58—地面加注脱落接头; 59—电子设备组件及冷却壁板; 60—仪器组件; 61—固定月球飞船用爆炸螺栓; 62—起落架支柱主减振器; 63—登月级; 64—带宇航员座舱返回月球轨道的级; 65—对接孔; 66—对接照明; 67—前孔; 68—控制系统发动机; 69—仪器舱; 70—燃烧剂贮箱(回返级); 71—服务舱; 72—带万向吊架的服务舱发动机, 推力 9.3t; 73—燃烧剂(肼及偏二甲肼各 50% 的混合物)贮箱; 74—氧化剂(四氧化二氮)贮箱; 75—低温推进剂(氢和氧)贮箱; 76—氮贮箱; 77—控制系统发动机燃烧剂; 78—控制系统氧化剂; 79—燃料电池; 80—应急救生系统泵喷管; 81—俯仰控制发动机; 82—应急救生系统固体火箭发动机塔架弹射发动机; 83—应急救生系统固体火箭发动机; 84—喷管; 85—防护整流罩(软木基质, 反射表面); 86—俯仰控制发动机; 87—滚动控制发动机; 88—偏航控制发动机; 89—着陆设备舱; 90—对接孔; 91—侧面照明; 92—对接照明; 93—侧面孔; 94—宇航员座舱固定架; 95—温控系统辐射冷却器; 96—交会雷达系统; 97—S—波段回转天线; 98—超短波天线; 99—供电系统辐射冷却器; 100—无线电跟踪装置; 101—通测天线; 102—无线电指令控制系统天线; 103—仪器设备箱; 104—可抛掉的登月舱整流罩。

1.3 弹道导弹与运载火箭研制依据

弹道导弹与运载火箭是根据上级部门下达的任务书进行研制的,任务书是弹道导弹与运载火箭研制工作的依据。

1.3.1 弹道导弹武器系统设计的基本要求

弹道导弹的研制任务书是按照未来战争对远程导弹的要求下达的,任务书通常包括了对该系统的战术技术指标、研制经费和研制周期等基本要求。战术技术指标是完成特定任务而必须具备的战术技术性能和使用条件的总和。它包括下列各点:

1. 射程。射程有最大和最小射程的要求。最大射程是导弹重要战术指标,是导弹运载能力设计的重要依据。最小射程的确定是考虑和其他型号的导弹的射程的衔接,以便实现合理的火力配置。

2. 弹头质量和威力。对于核弹头,要给出核弹头质量和核装置的质量和威力。威力用 TNT 当量来度量。对于普通装药弹头,要给出质量和不同杀伤情况的威力半径。

由最大射程和弹头质量决定导弹所应具备的运载能力。

3. 命中精度。命中精度用圆公算偏差 CEP 表示,其含义是导弹落在以瞄准点为中心、CEP 为半径的圆内的概率是 50%,导弹制导系统精度越高,CEP 值越小。

弹头的威力和命中精度组合起来构成导弹的杀伤概率。对点目标的摧毁概率与威力的 $2/3$ 次方成正比,与 CEP 的平方成反比。所以当摧毁概率不变时,CEP 减小 $1/2$,弹头威力可以减小到原来的 $1/8$ 。提高制导精度显然比单纯加大核装置当量更为有利。

威力与命中精度决定了导弹的攻击能力。

4. 突防能力。突防能力指导弹飞行中突破对方防御系统的能力。它用突防概率指标来衡量,影响此指标的因素复杂,不仅与武器本身特性有关,还与敌方防御能力有关。一般在给定的敌方防御

和拦截能力的情况下,确定突防手段和措施,使具有一定突防能力。突防手段有多弹头、抗核拦截加固、反识别、弹头机动等。

5. 发射方式。发射方式有多种。发射方式的选择,是根据作战使用要求、导弹特点而综合考虑的。不同的发射方式对导弹的设计以及生产能力影响极大。

远程和洲际弹道导弹用得最多的发射方式是地下井发射、陆基公路机动发射和海基潜艇水下机动发射。

地下井发射,由于导弹的起飞质量不受限制、工作环境好,有利于射程和精度的提高,因而攻击能力强,但因阵地固定,易暴露而受攻击。而提高射前生存能力,主要靠加固地下井,提高其抗超压的能力。

陆基公路机动发射,导弹的质量和尺寸均受限制,作战使用环境恶劣,因而影响运载能力和精度的提高,但由于机动性好,可以靠隐蔽、快速来提高生存能力。

海基潜艇水下机动发射,虽然导弹弹长受潜艇的限制,运载能力不能太大,但有潜艇航程的弥补,因而攻击能力较大,又有广阔海域为依托,机动性较好。一般情况下,需要解决潜艇隐蔽和远洋作战能力,以及由于潜艇机动带来的命中精度差的问题。

6. 发射准备时间。发射准备时间是指接到发射准备命令或机动导弹进入发射场开始,到将导弹发射完毕为止的时间,它关系到导弹的生存能力和对目标的攻击效果。为缩短发射时间则要提高自动化水平,简化发射状态操作,合理安排操作程序。提高发射可靠性是缩短发射时间的基础。当然熟练的指挥、操作也是很重要的因素。

固体导弹由于其结构简单、可靠性高、操作程序简单,使发射准备时间大大短于液体导弹。

7. 火力机动范围。火力机动范围是指导弹在发射点所具有改变射程大小和射击方向的能力。火力机动范围越大,在一个发射点可能攻击的目标数就越多。但它要受发射准备时间的限制,对起飞后自动转弹进行瞄准的导弹还要受弹道、制导和稳定及惯性器件

的限制。

8. 使用条件。使用条件包括发射环境条件、运输条件和长期存放条件、维护保养、操作使用、安全措施等方面。它是由导弹的特点、发射方式及使用流程决定的。固定阵地导弹使用条件较好,机动发射导弹发射条件恶劣。运输条件除了出厂后正常工艺流程所需要的运输外,还需考虑机动运输条件。

9. 保存期和工作寿命。保存期指导弹长期保存后,仍能保持其工作能力的期限。工作寿命则是在保存期内要求产品能正常工作的积累时间、次数等,随不同产品而异。工作寿命是根据保存期内维护和使用的要求与产品可能达到的水平综合考虑确定的。延长保存期和工作寿命,能延长武器的服役时间,具有重大的经济效益和军事效益。

10. 可靠性指标。可靠性指标是指在规定的时间内,在规定的条件下,完成规定功能的概率。导弹武器系统的可靠性指标主要包括飞行可靠性、发射可靠性和贮存可靠性三部分。飞行可靠性是指导弹在规定的环境条件下,将弹头送入目标区并实现爆炸的概率;发射可靠性是指武器系统在规定的运输、发射条件下和发射准备时间内,完成正常发射导弹的概率。贮存可靠性是指导弹和地面设备在保存期内在规定的保存条件下能保持其规定功能的概率。

导弹武器系统可靠性指标的制定,是武器系统军事技术规划的主要问题之一。它是根据作战火力配备需要与技术可行性结合,并考虑到经济性和研制周期而综合制定的。将武器系统的可靠性指标,逐级分配到下属分系统、各组件、单机,并按此进行设计、试验、验收和评定。

1.3.2 运载火箭的设计要求

运载火箭的设计与弹道导弹的设计要求各异,不可能也无必要为每一个航天器设计一种专用的运载器。运载火箭的研制是根据国家规划和国内外航天器发展的需要,为适应近期和长远的各

种航天器及其不同目标轨道的要求进行研制的。根据某一类型航天器的特点,并考虑某种变化的需要进行运载火箭设计,主要要求有:

1. 有效载荷的质量和轨道要求。运载火箭的运载能力是根据有效载荷质量的大小、目标轨道的高低及发射场的地理位置进行设计的。并在运载能力的设计中进行火箭形式选择和轨道分析,以期得到合理的火箭形式和节省能量的最优轨道,将一定的有效载荷送到所需要的轨道上去。

2. 入轨精度及姿态要求。不同用途的航天器对入轨精度及姿态要求不同。一般须确定六个轨道要素,它们分别是:长半轴(a)、椭圆偏心率(e)、轨道倾角(i)、升交点赤经(Ω)、近地点幅角(ω)和过近地点时间(t_p)。这些要素的精度是由入轨点的位置偏差、速度向量偏差和时间偏差决定的。在不考虑发射时间偏差的情况下,入轨点参数的偏差,是由运载火箭制导系统精度所确定的,入轨点的初始姿态角及角速度精度是由火箭姿态控制系统确定的。因此此项要求主要是对火箭控制系统的要求。

3. 有效载荷的接口。有效载荷的接口包括机械接口和电气接口。其中机械接口主要是有效载荷的尺寸和连接方式,用以确定运载火箭整流罩外形尺寸和星—箭连接结构以及分离方式。电气接口主要是有效载荷需要运载火箭提供的必要的电信号以及相互间电气连接协调关系。

4. 有效载荷的环境。有效载荷的环境包括过载、冲击、振动、噪声、热、磁干扰等。有效载荷应能承受运载火箭工作期间产生的上述环境。有时上述环境又成为运载火箭设计的依据,例如,载人飞船要求运载火箭在飞行中产生的过载不能大于人可能承受的程度。

5. 发射场与运载火箭的协调要求。

6. 运载火箭标准化、系列化要求。

7. 运载火箭经济性、可靠性和技术性能指标的要求。

8. 运载火箭的研制周期。

1.4 弹道导弹与运载火箭的研制程序

弹道导弹与运载火箭系统的研制涉及到许多技术领域和部门,需经历数年的时间,整个研制过程错综复杂,但它是有客观规律可遵循的。按照研制规律进行科学管理,才能保证设计质量、节省经费和缩短研制周期。

一个火箭的研制,一般在工程研制之前应先进行可行性论证,这是一项开拓性工作。根据任务要求,论证可能采取的各种方案、技术途径、可能达到的指标以及必须进行的支撑性预研工作,还要估算研制周期和经费。

工程研制可分为四个阶段:方案、初样、试样和定型。

方案阶段是根据已确定的指标要求,通过对多种方案和技术途径的论证、比较、筛选总体和分系统方案,并对各分系统进行模样设计及原理性试验,经模样验证确定出最佳方案。其中还要确定大型地面试验和飞行试验方案,验收方案以及经费分配等。

初样阶段的任务是把理论上设想的方案变为实际的样机,并对方案进行验证和补充,为试样提供准确的设计依据。在此阶段,各分系统进行初样设计、生产、单机和分系统试验。总体进行初步设计和总体初样试验,包括风洞、振动、晃动试验以及各分系统初样的匹配试验等根据初样试验提供的参数实际数值,进行协调,修改原设计数据,形成一套完整的、确切的数据,作为试样设计的依据。

试样是对初样的设计和生产进行修改以后,能供进行飞行试验检验的产品。在试样阶段,总体和分系统进行试样设计、计算、试制并对试样进行单机、分系统和全弹的综合匹配试验、地面试验和飞行试验,对火箭的性能进行全面的鉴定。

定型阶段是接受国家鉴定、验收的阶段。根据飞行试验和各种鉴定性结果,全面评定火箭的性能指标。对于导弹武器,除全面评定战术技术指标之外,还要进行设计、工艺定型,并转入批生产,装

备部队。在运载火箭研制程序中虽无严格的定型和装备部队的要求,但在飞行试验成功之后,也必需具备重复生产的全部条件。

以“长征3号”运载火箭为例,其研制程序中的主要步骤是:

(1)制定运载火箭规划。按照中国卫星和运载火箭发展序列,将“长征3号”运载火箭及其低温工程列入规划。

(2)进行方案论证,确定主要技术途径和关键预研课题。

(3)进行方案设计,确定运载系统方案,装出火箭模型。

(4)初样研制并装出模样火箭。

(5)进行箭上三大电气系统(控制、遥测、外测)初样综合和匹配试验。

(6)全箭横向振动特性试验及纵向耦合振动试验。

(7)1:1贮箱及低温系统试验和动力装置简易试车。

(8)总体初步设计和分系统技术设计。

(9)三大电气系统试样综合和匹配试验。

(10)动力输送系统试车。

(11)靶场合练和电磁兼容性试验。

(12)飞行试验成功后投入应用发射。

1.5 弹道导弹与运载火箭的总体设计

1.5.1 总体设计特点和设计思想

弹道导弹和运载火箭是现代科学技术的结晶,鉴于任务的特殊性,其设计应具有技术先进性、综合性和高可靠性的特点。

一、技术先进性

火箭技术以基础科学和技术科学为基础,集中应用了多种科学技术的最新成就。它需要高精确度的自动控制系统并以飞行力学、自动控制理论和制导技术的最新成就为指导,进行系统设计。并研制先进的惯性器件和能实时控制的计算机及执行机构。

大型运载火箭需要研制高性能、大推力发动机,因此需要以热

力学、燃烧理论和喷气推进技术为指导,对发动机工作过程进行深入研究,并采用新结构、新材料、新工艺和研制高能推进剂。

火箭高速飞行,其结构及各种设备的工作环境恶劣,剧烈的振动、冲击、噪声、过载和加热,可能导致结构的破坏和电子器件的失效,因此需要以空气动力学、固体力学、材料学、电子技术等为基础,进行环境研究及耐环境设计,并采用新型结构和设备,以减小火箭的质量,提高运载能力。

火箭总体设计是一个探索性、开拓性的创造过程。一枚先进的火箭,取决于新技术的采用和系统的合理综合。因此,火箭总体设计应综合体现现代科学技术的发展,即把先进的技术应用于火箭设计之中。随着运载火箭任务要求的日益提高,应不断地向新的技术领域探索,提出新问题进行预先研究,作为新产品设计的贮备。为了提高火箭设计的效率和质量,需要采用现代设计方法和手段,如计算机辅助设计和优化设计方法等。

二、综合性

导弹武器和运载火箭系统是一个庞大而复杂的工程系统,是一个能精确地完成任命的整体。它由火箭和地面系统所组成,而火箭本身又由多个分系统组成。各组成部分之间相互配合,综合形成整个系统的综合性能。

导弹武器系统的设计,要按照战术技术指标要求,一般首先满足导弹具有良好性能条件下对地面系统提出要求,但当某一环节影响到整个武器系统的作战性能时,就需要在导弹和地面系统之间进行某些折衷和取舍,使作战使用性能最好。例如陆基机动导弹,为了满足机动性要求,对导弹的尺寸、质量要进行限制,这就影响了导弹的射程和威力。但提高了生存能力。

火箭运载系统的设计,除了要满足运载航天器的技术要求外,还要考虑经济性、通用性和适应性,并统一规划运载火箭和航天发射场的设计,在已有发射场的条件下,运载火箭的设计应尽量与之相适应。

由于火箭本身是由大量零部件组成,要协调一致,精确地互相

配合工作是非常困难的,而且构成火箭各系统的各专业学科之间相互作用,使得火箭各部分之间相互影响极为复杂,因此就形成了火箭设计中特有的“界面”问题,要处理好这些技术问题,只有按系统工程的观点和方法进行总体综合设计才可解决。

三、高可靠性

导弹与运载火箭是一次性使用的无人驾驶的飞行器,火箭本身十分复杂,工作环境十分恶劣,一个部件的故障可能导致全箭失败,后果严重。因此可靠性对火箭设计具有特殊的重要意义。

地面和飞行环境对火箭可靠性影响极大。加强环境科学研究、强化环境试验和加强耐环境设计对提高可靠性有重要意义。

火箭设计好坏对火箭的可靠性至关重要。一旦设计确定以后火箭的固有可靠性也就随之确定了。因此,在总体设计一开始就要把可靠性作为一项设计指标进行分配,总体和分系统都要进行可靠性设计。

由于火箭设计的技术先进性、综合性和高可靠性特点,试验在整个设计过程中起重要作用,从单机到分系统,从分系统到总体,从地面到飞行,按研制程序贯彻在设计工作的全过程。

1.5.2 总体设计的基本内容

弹道导弹武器系统和火箭运载系统是一个非常复杂的大系统,总体设计就是大系统的技术综合,必须将弹道导弹或运载火箭的各个分系统视为一个有机结合的整体,使整体性能最优,费用最小,周期最短。因此总体设计体现的科学方法就是一项系统工程。

总体设计内容很广泛,概括起来有三个方面:选择和确定总体方案与参数;对分系统提出要求并进行技术协调;提出试验要求,参加试验,进行结果分析。在型号研制的各个阶段,总体设计的基本内容如下:

一、指标论证

1. 配合使用部门进行运用分析,对武器要进行作战效能分

析,就指标合理性及指标之间匹配性提出分析意见。

2. 进行技术可行性分析、设想总体方案和可能采取的技术途径并计算总体参数,通过计算和分析向分系统提出指标论证要求、综合总体论证结果和分系统论证结果,提出可能达到的指标、主要技术途径和支撑性预研课题。此外还要对研制经费进行分析。

二、方案设计

在型号研制的方案阶段,总体设计主要进行总体方案设计。

1. 选择和确定主要方案。包括有效载荷类型和方案;轨道和弹道方案;推进剂和发动机类型;级数及级间连接方案;推力向量控制形式;分离方式;外形与部位安排;制导系统和惯性器件方案;运输和发射方式等等。除了总体进行论证外,还要对各分系统提出论证要求,分系统经过论证提出分系统方案,经反复协调后,最后确定主要方案。

2. 总体设计参数选择。根据选定的入轨点参数(或射程)、有效载荷和推进剂种类,选取一组最佳的总体设计参数,用这组参数来确定火箭的质量、推力和几何尺寸等。

3. 参数计算和分配。根据已确定的火箭技术指标、总体方案和总体设计参数,通过设计分析计算确定分系统初样设计所需要的参数,这些设计分析与计算包括:总体原始数据计算、气动设计与计算、弹道设计与计算、火箭固有特性及推进剂晃动特性计算、载荷计算、稳定综合分析和计算、制导方案选择和精度指标分配、可靠性预测和指标分配等。

4. 提出对各分系统初样设计要求。各分系统初样设计要求包括:弹头(航天器)、制导、稳定、控制综合、安全、瞄准、遥测、外测、弹体结构、地面设计等要求。用以统一、协调各分系统的初样设计,保证达到总体的性能指标。

5. 进行局部方案原理性试验和模型装配。

三、初步设计

在型号研制初样阶段,进行总体初步设计,初步设计是基于初样产品试验的又一轮总体设计,为分系统试样设计提供依据。

1. 初样总体试验。主要进行模型风洞试验、箱体晃动模拟试验、全弹振动特性试验、电气系统匹配试验等。

2. 提出对各分系统试样设计要求。它是建立在初样试验的基础上,经过反复协调、试验和精确计算最后形成对分系统试样设计技术要求。

3. 总装模样弹。模样弹是在初样基础上,为考验仪器、设备及结构的尺寸和公差协调性及工艺装备的协调性,总装出模样弹,为试样结构设计服务。

四、试样试验

试样试验主要包括:试样对接与协调试验、各种大型地面试验、可靠性鉴定和验收试验、全弹试车、飞行试验等。

1. 对接与协调试验。主要包括在总装厂进行的火箭模拟测试以及机械、电气的协调试验;在试车台和靶场对火箭、有效载荷、地面设备和试验设备实行按试车或发射要求的操作,目的是检查试验对象的状态、性能、参数和线路是否正确;检验火箭与地面设备、运载器与有效载荷及火箭各分系统之间协调性。

2. 地面试车。在试车台上进行点火试验,借以考验火箭各系统在发动机工作条件下的适应性、协调性和可靠性,并测量振动、冲击等等环境参数。

3. 飞行试验。在实际的飞行条件下进行各种试验。飞行试验包括研制性飞行试验和鉴定性飞行试验,通过研制性飞行试验验证火箭总体设计方案和各分系统设计方案是否正确,火箭各系统对实际飞行环境是否适应,系统间是否协调。鉴定性飞行试验目的是鉴定火箭的各项技术指标,最后确定火箭定型状态。飞行试验的弹道可以是常规弹道,也可以是按照试验目的和首、末区情况选用特殊形式的弹道。火箭飞行试验以遥测和外测为测量和观察手段,根据发射前的测试数据和飞行中所获取的各种参数评定试验。飞行试验结果分析分为性能评定和故障分析两类。

五、设计定型

在定型阶段总体设计主要进行总体设计定型。包括定型鉴定

试验、技术指标评定、设计文件定型等。

综上所述,总体设计就是利用火箭技术知识和系统工程理论与方法,把各分系统和各单元严密组织协调起来。使之成为一个有机整体,经过反复评比、协调、试验最终完成导弹和火箭的研制的一个创造性过程。

随着导弹与航天技术的发展,弹道导弹和运载火箭总体设计的内容也在不断地发展。科学技术的每一个新成就必将被航天技术所吸收应用,未来的导弹与运载火箭的总体设计技术也必将是充分吸收现代设计理论和设计方法,采用现代设计工具(例如计算机)的一门新科学技术。

第二章 战术技术要求的分析论证

弹道导弹是一种威力强大的进攻性武器,对导弹的战术技术要求是指作战性能要求、生产经济性要求和战斗使用要求。

战术技术要求一般是由武器使用研究部门制定,由订货方下达的。如何制定战术技术要求,设计部门如何分析和贯彻这些要求,是一个非常重要的问题。解决这两个方面的问题,我们称之为战术技术任务分析论证。战术技术要求(体现为一系列指标)是导弹武器设计的原始依据。

2.1 弹道导弹的作战性能要求

弹道导弹的作战性能要求,主要有射程、威力(战斗效能)、命中精度和可靠性四项。这些要求标志着导弹的战术特性,互相紧密相关。下面分别进行分析论证。

2.1.1 射程

弹道导弹应能攻击射程为几百公里到上万公里的目标,显然,要求用一种型号的导弹完成上述任务是不可能的。因此必须设计出一个导弹系列,该系列应包含若干型号,每种型号分别担负不同射程范围内的任务。例如:

战术弹道导弹:10~300km

战役弹道导弹:300~1000km

战略近程导弹:1000~2000km

战略中程导弹:2000~5000km

战略远程导弹:5000~8000km

战略洲际导弹:大于 8000km

对每一种型号的导弹,都应规定一个最大射程和一个最小射程。对导弹系列来讲,其中两种衔接的导弹型号,要求射程大的一种型号的最小射程不大于射程小的那些种型号的最大射程,即要求射程互相衔接。对同一型号的导弹,最大射程与最小射程的关系如下所示

$$L_{\max} = a L_{\min} \quad (2-1)$$

a 值的大小要根据最合适的火力配置和国家经济技术实力来选择,一般以 $a \approx 3$ 左右较为合理。

2.1.2 威力

战略导弹总是装有核弹头。核弹头有两类:爆炸性核弹头和放射性战剂核弹头。战略导弹通常使用爆炸性核弹头。

爆炸性核弹头的威力决定于爆炸时所释放的能量,通常以 TNT 当量来表示。如果某一爆炸性核弹头爆炸时所释放的能量相当 x 吨普通 TNT 炸药爆炸时释放的能量,那末就称该爆炸性核弹头的威力为 x 吨 TNT 当量。举例来说:1kg 的 U^{235} 核物质,在爆炸时全部分裂放出的能量为 $9.623 \times 10^{13} \text{J}$ 的热能,1t TNT 炸药爆炸时全部化学能为 $4.393 \times 10^9 \text{J}$ 的热能,因此 1kg 核物质的 TNT 当量应为

$$A = \frac{9.623 \times 10^{13}}{4.393 \times 10^9} = 21800$$

A 称为 U^{235} 的当量系数。如果考虑到核反应时的效率 η 和核物质的浓度 ϵ ,则核弹头的威力为

$$x = MA\eta \epsilon \quad (2-2)$$

式中 M 是核弹头所装核物质的质量。

核弹头威力大小范围大致如下:

小型原子弹: $0.5 \times 10^4 \sim 1 \times 10^4 \text{ t TNT 当量}$;

中型原子弹： $2 \times 10^5 \sim 5 \times 10^5$ t TNT 当量；

大型原子弹： $1 \times 10^6 \sim 2 \times 10^6$ t TNT 当量；

氢弹： 1.3×10^7 t ~ 几千万吨 TNT 当量。

表 2-1 列出了某些公开报道的导弹核武器的射程和威力。

表 2-1 导弹核武器的射程和威力

名 称	威力($\times 10^4$ t TNT 当量)	弹头质量(kg)	射程(km)
雷神	100	1800	2400
丘辟特	100	1500	2400
宇宙神-E,F	500	2000	10000
大力神-1	500	2000	10140
大力神-1	1000	3500	10140
民兵-1 (A)①	60	270	10130
民兵-1 ①	100~200	600	11265
民兵-1 ①	$3 \times (16 \sim 20)$	900	13000
北极星 A-1①	60	454	2200
北极星 A-2①	3×20	454	2800
北极星 A-3①	100	454	4630
海神①	5×10	900	4630
三叉戟	8×10	1360	7400
SS-5	100	454	3500
SS-7	500	1800	11400
SS-8	500	1800	11000
SS-9	单弹头 2000~2500 多弹头 3×500	4540 4540	12000 12000
SS-11	100~200	500	10800
SS-13①	100	500	3200~8000
SS-14①	100	500	4000
SS-17	4×90 (分导多弹头)	2700	10000
SS-19	6×55 (分导多弹头)	3200	10000
萨克①	100	1000	2600
塞布尔①	60	500	3400
索弗来	50	430	4000

① 固体燃料导弹。

爆炸性核武器具有四种杀伤效果,即冲击波、热辐射、贯穿辐射、放射性沾染。其所占核爆炸放出的能量的比例大致如下:

冲击波	50%
贯穿辐射	5%
热辐射	30%
放射性沾染	15%

四种杀伤因素对不同对象效果不同,冲击波主要对硬目标(例如建筑、工事、地下发射设施、武器等)起摧毁作用,热辐射对建筑、人员、物质起烧毁作用,贯穿辐射可以穿透钢筋水泥墙和装甲杀伤人员,而放射性沾染则是严重污染环境造成人畜大量死亡。

作为攻击战略目标的核导弹主要靠冲击波来摧毁敌方战略目标(工业枢纽、经济政治中心、战略政治中心、战略导弹发射基地、交通中心等),各种目标对冲击波的抵抗能力如表 2-2 所示。

表 2-2 各种目标对冲击波的抵抗能力

	超压 Δp (MPa)				
	损 伤	轻微破坏	中等破坏	严重破坏	完全破坏
人 员	0	0.020~0.030	0.030~0.050	0.050~0.100	>0.100
木 房	0.003~0.006	0.006~0.008	0.008~0.012	0.012~0.020	0.020~0.030
砖 房	0.003~0.005	0.005~0.010	0.010~0.020	0.020~0.030	0.020~0.040
金属骨架房屋	0.003~0.005	0.005~0.020	0.020~0.030	0.030~0.060	0.060~0.080
水塔	0.20~0.30	0.30~0.50	0.500~1.000	1.000~3.000	3.000~20.00
中、重型坦克		0.045~0.050	0.200~0.250	0.400~0.500	1.000~1.50
飞机		0.013~0.015	0.030~0.040	0.045~0.050	0.070~0.080
地下发射井	0.7→2.1→3.15→7.00				

对于弹头威力为 q kg TNT 当量的核弹,在距离爆心 R m 处产生的冲击波阵面超压 Δp (MPa)可由下式计算

$$\Delta p = 0.671 \frac{q}{R^3} + 0.230 \left(\frac{q}{R^3} \right)^{\frac{1}{2}} + \dots \quad (2-3)$$

化简上式,令

$$K = \left(\frac{q}{R^3} \right)^{\frac{1}{2}}$$

则

$$2.92K^2 + K - \frac{\Delta p}{0.23} = 0$$

$$\therefore K = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 50.78 \Delta p}}{5.84} \quad (2-4)$$

如果 Δp 足够大时,根号中的 1 可以略去不计,则近似解如下:

$$K = -0.171 \pm 1.221 \Delta p^{\frac{1}{2}} \quad (2-5)$$

取正号后平方得

$$R^3 = \frac{q}{\Delta p [0.0292 \Delta p^{-1} - 0.417 \Delta p^{-\frac{1}{2}} + 1.491]}$$

令

$$f(\Delta p) = 0.0292 \Delta p^{-1} - 0.417 \Delta p^{-\frac{1}{2}} + 1.491$$

$$\therefore R = \left[\frac{q}{\Delta p - f(\Delta p)} \right]^{\frac{1}{3}} \quad (2-6)$$

上式表示爆炸威力 q 与距爆心 R 处的超压 Δp 三者之间的近似关系。由于对摧毁各种目标要求的 Δp 值已知, 因此上式可以反应出导弹命中目标的精度和战斗部威力必须的依从关系。

由图 2-1 可以看出, 1×10^4 t 级核弹爆炸时在距爆心 320m

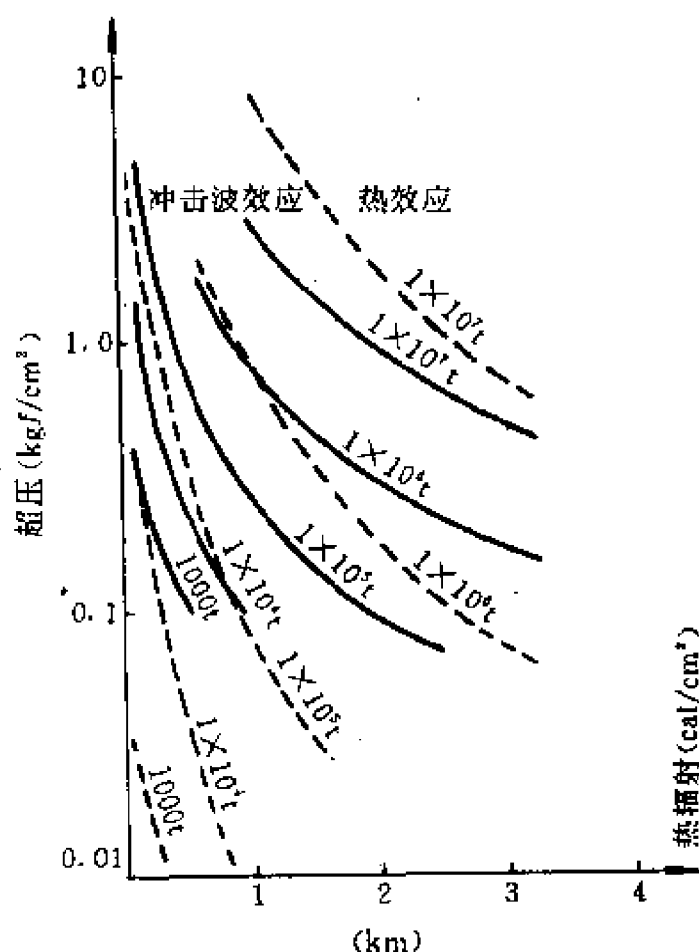


图 2-1 核爆炸的冲击波效应

处所形成的超压和 $1 \times 10^5 \text{t}$ 级核弹爆炸时在距爆心 688m 处所形成的超压相等。

2.1.3 精度

由上面分析可知,导弹命中目标的精度要求与核弹头的威力要求直接相关,而核弹头的威力大小直接由所装填的核物质的类别和质量决定,或者说由有效载荷质量来决定。后面将要指出,当要求射程一定的条件下,有效载荷质量与火箭总质量成比例,因此必然对火箭的一系列总体性能产生重大影响。下面,我们分析应当如何选择导弹的命中精度和战斗部威力,使火箭总体性能最优。

一、导弹命中目标的概率

在射击原理中,通常认为偶然量是各自独立的,而且均服从正态分布。这是因为对一枚导弹来说,上述一些随机量可以看成是相互独立的,而且每项因素对误差总和的影响都较小,谁也不占支配地位。因此,根据廖普诺夫定理弹着点散布服从正态分布(图 2-2)。

设弹着点散布是在一个平面上(xOz 平面上),如图 2-2 所示,则二维正态分布的数学形式是

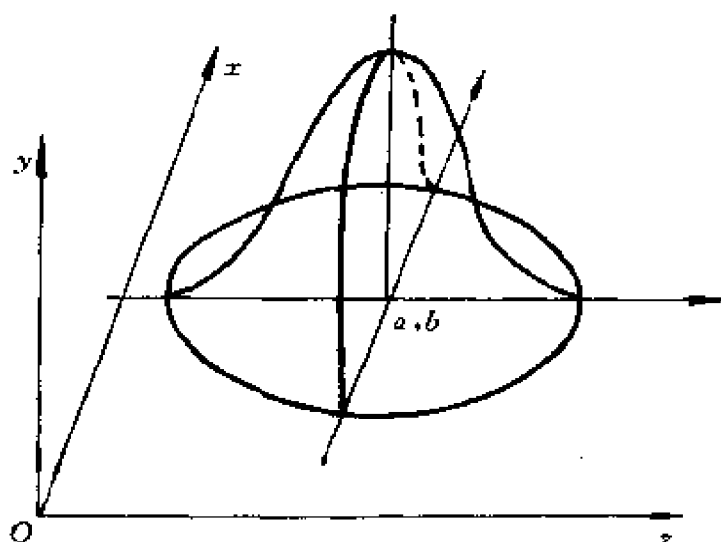


图 2-2 弹着点散布坐标的正态分布

$$f(x, z) = \frac{\rho^2}{\pi E_x E_z} \exp \left\{ -\rho^2 \left[\left(\frac{x-a}{E_x} \right)^2 + \left(\frac{z-b}{E_z} \right)^2 \right] \right\} \quad (2-7)$$

式中 E_x, E_z 为沿 x, z 轴方向的公算偏差。或者也可以写成另一形式：

$$f(x, z) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_z} \exp \left\{ - \left[\left(\frac{x-a}{\sqrt{2}\sigma_x} \right)^2 + \left(\frac{z-b}{\sqrt{2}\sigma_z} \right)^2 \right] \right\} \quad (2-8)$$

式中, σ_x, σ_z 称为沿 x, z 轴方向的中间偏差。

a, b 指弹着点的散布中心坐标。

常常遇到弹着点坐标 x, z 的误差大约相等的情况, 那时 x, z 的分布可以近似地用圆形正态分布来描述:

$$f(x, z) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} [(x-a)^2 + (z-b)^2] \right\} \quad (2-9)$$

知道了弹着点散布分布规律以后, 就可以确定弹着点落于 xOz 平面上任何特定区内的概率。显然在下面的形式的椭圆(圆)上概率 $P(x, z)$ 为一常数, 即

$$\frac{(x-a)^2}{\sigma_x^2} + \frac{(z-b)^2}{\sigma_z^2} = c^2$$

上述椭圆其中心坐标为 (a, b) , 半轴为 $c\sigma_x$ 和 $c\sigma_z$ 。一枚导弹落于上述椭圆内的概率很容易证明为

$$\begin{aligned} P(c) &= \iint_c f(x, z) dx dz \\ &= 1 - \exp\left(-\frac{c^2}{2}\right) \end{aligned} \quad (2-10)$$

可以推算出概率为 $h\%$ 的概率圆的 c 值如表 2-3。

表 2-3 概率圆的 c 值

h	c
25	0.7585
50	1.177
75	1.665
90	2.146
99	3.035

既然知道了导弹命中目标的概率是按正态分布决定的,那么由射击原理可知,最重要的评定效率的指标则是单发命中概率的命中目标的数学期望。

由于目标的大小和性质不同,因此通常分成两种情况来研究。

1. 对点目标射击的情况。所谓点目标是指目标的大小不超过弹头威力半径的 0.2 倍而言。例如一个大型地下发射井,一艘航空母舰,一个交通枢纽等目标。对此类目标,可以假设单弹头在目标区爆炸足以将目标摧毁。

显然瞄准点应放在目标中心处,根据正态分布,导弹命中目标的概率是

$$P_1 = 1 - \exp\left\{-\left(\frac{R_z}{\sqrt{2}\sigma_p}\right)^2\right\} \quad (2-11)$$

式中 R_z ——弹头的威力半径;

σ_p ——由各种因素影响的弹着点散布的标准偏差。

若对目标连续发射 n 枚导弹时,其命中概率是

$$P_n = 1 - \{1 - [1 - \exp(-\frac{R_z^2}{2\sigma_p^2})]\}^n \quad (2-12)$$

2. 对大面积目标射击的情况。如果目标面积比弹头威力半径区还大,则认为是对大面积目标射击。此时发射 1 枚导弹的命中概率是

$$P_1 = 1 - \exp\left(-\frac{R_z^2}{2\sigma_p^2 + 0.5 R_t^2}\right) \quad (2-13)$$

式中 R_t ——目标区半径。

发射 n 枚导弹的命中概率则为

$$P_n = 1 - \{1 - [1 - \exp(-\frac{R_z^2}{2\sigma_p^2 + 0.5 R_t^2})]\}^n \quad (2-14)$$

由命中概率公式明显地看出,命中概率是与导弹弹头的威力大小和射击精度有直接关系的。

二、命中精度与弹头威力对命中概率的影响

我们以对点目标射击为例,来分析导弹射击的命中精度和弹

头威力对命中概率的影响

$$\therefore P_1 = 1 - \exp\left(-\frac{R_z^2}{2\sigma_p^2}\right)$$

前一节已经指出,弹头的威力半径 R_z 是与弹头核当量 $q^{\frac{1}{3}}$ 成正比关系

$$R_z = K_z q^{\frac{1}{3}}$$

式中 $K_z = [\Delta p f(\Delta p)]^{-1/3}$ 是与摧毁目标所需要的冲击波阵面超压相关的函数,将上式代入可得

$$P_1 = 1 - \exp\left(-\frac{K_z^2 q^{\frac{2}{3}}}{2\sigma_p^2}\right)$$

显然,增大弹头威力 q 和提高导弹的制导精度都将提高导弹的命中概率,但两项因素所起作用是不同的。例如,将导弹的制导精度提高 1 倍(即将 σ_p 减小一半)对增大导弹的命中概率的影响,相当于导弹的威力增大 8 倍的影响相同。例如要求对目标的超压达到 2.1MPa,则有表 2-4 所示情况。

表 2-4 弹头威力与威力半径的关系

TNT 当量(10^4 t)	距爆心距离(m)
2000	2000
120	800
12	368
5	270

据公开资料报道,民兵导弹的 CEP 约 500m,新一代导弹的 CEP 可减小到 150~300m。若 CEP 为 500m,要求在目标点处产生 2.1MPa 的超压以达到摧毁目标的目的,则弹头的 TNT 当量应为 2×10^5 t。若 CEP 为 320m,为获得同样的效果其弹头的 TNT 当量则只需 6×10^5 t。由此可见,为获得同样效果,提高导弹的精度比加大弹头质量更加有效。

“民兵”导弹,地下井被摧毁的概率与进攻导弹的精度和弹头威力之间的关系如图 2-3 所示。

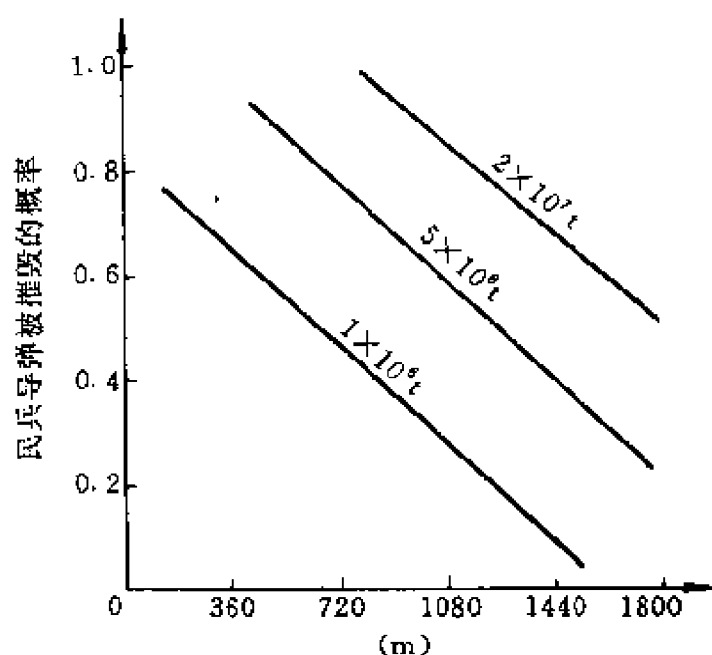


图 2-3 弹头精度和威力与摧毁概率的关系

由图 2-3 可知,1 枚精度为 1500m,当量 $2 \times 10^7 \text{t}$ 的导弹(如 SS-9),其摧毁“民兵”导弹发射井的概率为 0.6,若用 3 枚这样的导弹,则其摧毁概率为 0.98。1 枚精度为 450m,当量 $1 \times 10^6 \text{t}$ 的导弹(如 SS-11),其摧毁“民兵”导弹发射井的概率亦为 0.6。因此从减轻导弹的总重和外形尺寸出发考虑,应优先考虑提高制导精度这一环节。

三、影响导弹制导精度的因素

影响弹道导弹命中目标的精度的误差可分成两类,即制导误差和非制导误差。制导误差是指导弹制导系统的惯性器件在设计、加工制造、测试、安装调试以及环境条件变化而引起的误差。它的存在对命中精度影响甚大。非制导误差是指由一些与导弹的制导系统无关的干扰因素所引起的误差,像发动机后效冲量偏差、气象变化、射击诸元准备偏差、重力异常等因素都将直接影响导弹命中目标的精度。

本节着重分析一下产生制导误差的原因以及当前达到的技术水平。

表 2—5 弹道导弹命中精度一览

导弹名称	命中精度 E_R (km)
宇宙神—E,F	2.77
大力神—Ⅰ	0.93
民兵—Ⅰ	1.6
民兵—Ⅱ	0.56
民兵—Ⅲ	0.185
北极星 A—2	2.0
北极星 A—3	1.3
海神	0.56
三叉戟—Ⅰ	0.21
潘兴—Ⅰ	0.20
MX	0.100
SS—4	1.85
SS—5	2.77
SS—7	2
SS—8	2
SS—9	1.5~0.8
SS—11	1.5~1
SS—13	1.3
SS—17	0.56
SS—18	0.46~0.56
SS—19	0.46
SS—20	0.40~0.70
SS—24	<0.2
SS—N—6	1.4
SS—N—8(潜射导弹)	0.93

1. 方法误差,又称为制导原理误差。主要是由于制导系统方案不完善、制导方程的简化及其在飞行过程中计算误差而造成的。一般情况下对精度的影响比工具误差的影响要小。采用精度高的方程,使用高级计算机则可以显著减小方法误差,例如计算机容量达到 14000 个单元,运算速度达到 20 万次/s 以上时,则方法误差可以忽略不计。

2. 工具误差,又称为惯性测量误差。这是影响制导系统误差的主要因素。例如:假定某 10000km 射程的洲际弹道导弹,要求其落点偏差不大于 1000m,那么这种导弹所使用的陀螺仪表漂移量应小于 $0.010^{\circ}/h$,其加速度的测量误差为 $0.01\text{cm}/\text{s}^2$,为此制造这样的仪表加工精度应在 $2.5 \times 10^{-6}\text{cm}$ 以内。如果要将这种导弹的弹着点偏差提高到小于几十米的等级,那么所用的陀螺仪表漂移量必须小于 $0.0015^{\circ}/h$,加速度表测量误差应小于 $0.0015\text{cm}/\text{s}^2$ 。也就是说其精度要提高 6 倍以上才行。因此,必须大幅度减小工具误差,对惯性仪表的加工精度必须提出非常严格要求,即要采用特殊超精加工方法才能达到。此外还必须大大改善惯性器件在飞行中的环境条件。

对非制导误差的影响,不作详细分析。

关于目前各国已研制使用的弹道导弹的命中精度,据不完全的统计大致如表 2-5 所示。

2.1.4 弹道导弹的可靠性指标

可靠性是相对故障而言的,可靠性是指按设计要求正确完成任务这一事件的概率。例如:我们说某火箭的可靠性为 0.9,就是说在大量发射之后,平均有 90% 的火箭按要求完成任务。在计算导弹的命中目标概率时,必须要把可靠性考虑进去。

导弹是由许多分系统组成的,而各个分系统又由成千上万个零部件组成。因此导弹的可靠性就直接取决于分系统的可靠性,或者说取决于零部件的可靠性。

假设火箭由 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ 个分系统组成, 而每个分系统的可靠性为 q_1, q_2, \dots, q_n , 若各个分系统都是以串联方式来组成整个导弹系统的话, 则导弹系统的可靠性概率应当是

$$\begin{aligned} q &= q_1, q_2, \dots, q_n \\ &= \prod_{i=1}^n q_i \end{aligned}$$

若某导弹由 10 个分系统组成, 要求导弹的可靠性概率为 0.9 时, 则多个分系统的可靠性概率显然应当是

$$0.9 = \prod_{i=1}^n q_i$$

如果按各个分系统都应当具有同等可靠性设计, 则

$$q_i = q^{\frac{1}{10}} = 0.98952$$

再进一步推理, 若某个分系统又是由 10 个关键的独立工作互相串联的组件组成, 那么每个组件的可靠性概率必须达到

$$q_n = q_i^{\frac{1}{10}} = 0.98952^{0.1} = 0.99895$$

可想而知, 对各个零件要求可靠性应当是非常高的。

为了保证导弹有很高的可靠性, 而又不过多增加对零部件可靠性要求的难度, 通常要采用可靠性设计方法来解决, 这将在下面专门讲述。

2.2 弹道导弹的战斗使用要求

战斗使用要求是指保证导弹发射前和飞行中安全以及便于运输维护和操作使用所提出的一些条件。其大致内容包括: 生存能力、突防能力、运输维护性能和操作使用性能等。

2.2.1 生存能力

生存能力是指我方遭到了敌方先发制人的突然袭击后, 我方导弹不被摧毁, 仍具有战斗效能的能力。提高生存能力的途径有以

下方面：发射阵地加固、机动发射、阵地分散配置和伪装、设置反导防御系统等。

加固发射阵地是最直接的有效措施，对地下井发射阵地，当弹头不是直接命中而爆点离它有一定距离时，地下井可以承受一定程度的核爆冲击波的超压。表 2—6 列出当地下井硬度（指耐冲击波超压的能力）不同时，可以允许核弹头爆点离井顶的距离概略值（以弹头威力为 $1 \times 10^6 \text{t TNT}$ 当量为例）。

表 2—6 核弹头爆点离井顶的距离概略值

硬度 $H = \Delta p (\text{MPa})$	$f(\Delta p)$	$R(\text{m})$
0.7	0.105	1108
2.1	0.123	729
3.5	0.129	605
7.0	0.136	472

由表 2—6 知，当地下井加固到硬度为 7.0MPa 时，即使用百万吨 TNT 当量弹头的导弹攻击，如果弹着点距地下井 500m 以外，也不可能摧毁目标。

因此，地下井的生存概率很容易推算出：

$$P_s = \exp\left[-\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{R}{\sigma_p}\right)^2\right]$$

显然当导弹精度提高以后，地下井的生存力仍然受得严重威胁。

增强生存力的另一有效措施是实施机动发射。即导弹具有一定的机动能力，使敌人难以预先测定导弹的位置。一般可以通过水下机动（潜艇）、陆上机动（公路或铁路）、空中机动（飞机）来实现。

2.2.2 突防能力

所谓突防能力就是指我方导弹突破敌方反弹道导弹防御体系的能力。目前，提高突防能力的方法大致可分成几类：

1. 多弹头技术。多弹头技术是目前各国采用的主要突防手

段。采用多弹头技术可以使敌方反导系统能力处于饱和状态,很难全部拦截住进攻的弹头目标。另外采用分导式多弹头时,还可以同时攻击不同的战略目标,使反导系统很难判断和分别实施拦截攻击。

多弹头可分成两类:即面目标多弹头,其特征是全部子弹头共同攻击一个面目标,这种多弹头的弹头无制导,子弹头也无制导,因此也不机动;另一类是多目标多弹头(分导式多弹头),其特征是各个子弹头均有自己的攻击目标。这种多弹头有两类:一类是母弹头有制导,子弹头无制导不机动;另一类是母弹头及子弹头均有制导也可机动,这是正在发展的方案。

2. 机动变轨技术。机动变轨就是改变弹头的飞行轨道,增加反导导弹跟踪困难,避开其拦截,以达到攻击目标的目的。

机动变轨可以采用末段变轨和全程变轨方式,前者主要是在再入段进行机动变轨,先是导弹沿一般轨道飞行再入,造成假像,然后按程序进行机动改变轨道袭击预定目标。因弹道导弹预警系统对洲际导弹能提供 15~30min 的预警时间。但由于导弹从机动点到飞达目标只有 20~30s 时间,致使反导系统对机动变轨的弹头难以实施拦截。据报道,目前导弹的最大机动能力可达到 556~900km 的范围。全程变轨方案是弹头与末级分离以后,可以控制它上升到更高的高度上,随后慢降滑翔很长距离,最后向目标俯冲攻击。由于弹头可以降至距地面很近的低空并作低空飞行,可以避开搜索雷达跟踪,因而也可以提高生存力。

前已指出,用单个弹头机动变轨提高突防能力不是主要的发展方向。

3. 部分轨道导弹技术(天基弹道导弹)。部分轨道导弹技术是将导弹弹头送至绕地球飞行的某一低轨道,由于其轨道低,雷达发现跟踪困难,当需要攻击目标时,开动制导发动机变轨俯冲攻击。由于攻击路线短,敌方反导系统很难奏效。

4. 利用干扰技术增加突防能力。目前使用的干扰技术分两大类:即无源消极干扰和有源积极干扰。

无源消极干扰是利用在弹头攻击的弹道上,施放金属箔条等无源反射体反射雷达波,扰乱敌人雷达网。由于此方法简单易行,各国均广泛采用。试验证明用总重 122kg 的金属丝,可以造成宽 320km、长 720km 的干扰管道区,使雷达工作瘫痪。

有源干扰是指用电子干扰装置,主动发动强大的噪声信号去淹没弹头目标信号。

5. 假弹头技术。利用多弹头技术,将携带的多个弹头真假混杂,甚至故意增强假目标反射回波,利用吸波材料涂层减弱反射回波,达到以假乱真,诱导反弹道导弹攻击假目标,达到突防目的。

以上各项突防技术实际都在采用,并且在不断发展完善。海湾战争美国利用有源干扰技术曾使伊拉克无线通讯失效,取得了巨大的胜利。

2.2.3 运输维护性能

主要是指导弹系统及零部件应具有优良的运输维护性能。

运输性能与火箭的尺寸、质量、结构强度及火箭元器件对运输振动冲击的敏感性等有直接关系。因此在设计时要充分考虑运输条件对导弹各部分的限制,以保证良好的运输特性得到满足。自然,导弹使用时也要充分考虑运输环境对火箭的影响。

维护性能是指导弹在贮存期间,为保证处于良好的正常工作状态而必须进行的经常性维护进行预防、检查及排除故障缺陷等性能。在导弹设计时,必须充分重视导弹各部分的可维修性和尽可能使维护简单易行,最大限度减少故障可能性,以保证导弹良好的操作使用性能。

2.2.4 操作使用性能

对一种导弹要求其操作使用性能好,主要应当促使导弹的发射准备时间短。发射准备时间长短主要取决于发动机类型(固体火

箭发动机比液体火箭发动机优越);发射前的测试自动化程度以及发射方式;对发射气象条件的要求是否简单,即导弹应能在任何气象条件下正常工作等。

2.3 生产经济性要求

对弹道导弹和运载火箭生产经济性提出要求是非常必要也是非常重要的。弹道导弹和运载火箭是一次性使用的飞行器,而且本身凝聚着多种先进的高技术成果,其价值是异常昂贵的。其生产经济性能关系到其本身能否发展和实际应用,特别是对经济上还处于发展中的中国更有其特殊意义。

火箭的生产经济性要求包括:设计结构的简单可靠和工艺性好坏,火箭各部件的标准化程度高低,材料的国产化程度和规格化程度,以及是否符合组合化系列化要求等。

使火箭结构简单可靠工艺性良好,可以降低火箭生产制造成本,缩短研制周期,促进产品应用转化。

通常可以用一些具体指标来评估火箭的结构设计合理性的工艺性。主要有材料利用系数 K_z ,它表示成品的质量与加工时的原材料质量之比值;加工精度系数 K_T ,即表示零部件生产加工的平均精度等级;机械加工的机械化程度系数 K_G 以及工时等等。使火箭结构标准化,可以减少火箭研制周期,提高零部件工作可靠性和降低生产成本。

材料国产化和规格化是战时能够生产,立于不败之地的基本条件之一。

在导弹设计研制中,在保证达到战术技术性能要求前提下,最充分地利用成熟的技术,适当地采用新技术是非常重要的,是保证产品性能的重要措施,绝对避免盲目追求产品性能先进而大量采用尚不能成熟的新技术是事情成败的关键。对运载火箭设计则更加强调利用已有技术和产品,最充分地使用组合化、系列化技术是保证设计成功的重要方法。

第三章 弹道导弹与运载火箭的 总体方案

3.1 概 述

在战术技术指标确定之后,总体设计的目的是探讨为满足总体性能要求而可能采取的技术途径,并对各种可能的技术途径进行分析计算,以确定最佳总体方案和参数。总体方案和参数确定以后,火箭的构造型式和主要特性就基本确定了。因此,总体设计是至关重要的、基本性的工作。如果总体方案和参数选择不当,则可能给火箭的研制工作带来严重困难和固有缺陷。

总体方案和参数选择是方案设计的首要环节,此项工作需要经过多次反复,直到初步设计结束才能最后完成。因为这是一项从无到有、由粗到细、在实践中不断深化、不断完善的过程。首先根据任务要求,参考国内外已有火箭的技术数据,利用预研成果及设计师自己的经验,既考虑技术的先进性,又要考虑实现的可能性,还要考虑经济性,提出多个方案设想,然后进行大量的分析计算、比较评估、并与分系统反复协调,发现问题,进行改进,直到完全满足要求后方案确定为止。诚然,在大的技术途径确定以后,一些具体技术方案还要进一步细化,必要时还应进行试验才能确定。

总体方案和参数选择所包含的内容很广,本章只着重介绍弹道导弹与运载火箭(以下简称火箭)本身的总体方案和参数选择。火箭总体方案和参数本来还包括各分系统的方案和参数,因为它们直接影响火箭的结构型式和工作特性,这部分内容将由其他课程介绍。

3.2 火箭的总体方案

火箭的总体方案包括：火箭的形式、级数、有效载荷方案、推进剂种类、动力系统方案、稳定和向量控制方式、制导和惯性器件方案、分离方案、结构型式和部位安排、火箭外形、加注方案等等。

3.2.1 火箭的形式

选择火箭的形式是确定火箭总体方案所遇到的首要问题，它包括采用液体火箭或者固体火箭、单级火箭还是多级火箭以及多级火箭的连接方式等等。

多级火箭的连接方式有串联、并联和混合式三种方案。

串联式火箭各级依次同轴配置、纵向连接呈宝塔形。在飞行时先是最下面一级工作，工作结束以后将无用的推进剂贮箱或固体火箭发动机壳体抛掉，第二级再工作，依次类推。

串联式火箭有以下优点：

(1) 对接机构简单，火箭结构紧凑，总体结构功效高，因此起飞质量较小。

(2) 级间分离干扰小，且易于分离。

(3) 气动阻力小。

(4) 装配、运输、发射简单。

串联式火箭的缺点：

(1) 必须分别设计和研制每一级，尤其是对大型火箭，需要设计研制大直径结构，因此增加了研制成本和周期。

(2) 第二级以后各级发动机均需处于高空点火状态，复杂且可靠性较低。

(3) 火箭长细比大，弯曲刚度差，对飞行中的弹性振动稳定不利，运输和飞行中横向载荷增大。

(4) 火箭长度大，增加了发射设备和勤务操作的困难。

并联式火箭是将火箭的各级纵轴平行(或倾斜一个小角度)组合,故常称为“捆绑式”结构。并联式火箭各级之间的连接,可以是机械分离连接结构,还可以用液压机构将各级推进剂输送系统连接在一起,发射时可以是先侧级火箭点火工作,推进剂耗尽后分离,然后中间发动机点火工作继续飞行。也可以几级发动机同时工作,然后依次抛掉或同时抛掉。

并联式火箭有以下优点:

- (1)长度短。
- (2)发射时各发动机地面同时点火,可靠性高。
- (3)由于使用通用件或已有火箭组合,因此可以简化和加快大型火箭研制进度、节省经费和提高可靠性。
- (4)各部分能做成可拆卸的,因此运输比较方便。

并联式火箭的缺点:

- (1)火箭径向直径大,发射设备比较复杂且费用高。
- (2)由于级间连接机构较复杂、装配麻烦,因此总体结构功效低,起飞质量加大。
- (3)推力偏心干扰大,要求加大控制力矩。
- (4)级间分离干扰大。
- (5)气动阻力大。

采用混合式结构方案,则具有串联、并联式的优缺点,故要视具体情况而定。

一般弹道导弹均采用串联式,这种结构功效高,而且作战使用方便。例如战略导弹要求在很大范围内运输和机动,要求发射阵地隐蔽性好、抗力大和发射准备时间短,以提高生存能力,所以不宜采用大型的并联式火箭或混合式火箭。

对运载火箭来说,为了提高运载能力,往往第一、二级采用并联型式。利用现存的火箭通过并联组成大型运载火箭,可以避免重新研制大型火箭的困难,以达到花钱少、周期短、可靠性高的目的。

3.2.2 级数的选择

一般说来,中程以上的弹道导弹和大型运载火箭均采用多级火箭,它与单级火箭相比有以下优点:

(1)多级火箭在每级工作结束后可以抛掉不需要的质量,因而在火箭飞行过程中,能够获得良好的加速性能,逐步达到预定的飞行速度。

(2)多级火箭各级发动机是独立工作的,可以按照每一级的飞行条件设计发动机,使发动机处于最佳工作状态,也就提高了火箭的飞行性能。

(3)多级火箭可以灵活地选择每一级推力的大小和工作时间,以适应发射轨道的要求、轨道测量要求以及载人飞船对飞行过载的要求。

为了阐述的方便,先定义几个名词术语。

(1)级(或子火箭)——起飞时整个火箭称为第一级火箭,第一级发动机工作完毕以后,抛去无用部分壳体,剩余部分称为第二级,以此类推。

(2)子级——第 n 级火箭除去负载或上面级以后称为火箭的第 n 子级。

(3)子级结构质量系数 σ ——子级除去推进剂后剩余质量与该子级总质量之比。

(4)火箭级间质量比 ε —— $i+1$ 上面级(即载荷)质量与 i 级火箭质量之比。

(5)有效载荷——指火箭最后一级所运载的弹头或卫星等航天器。

(6)火箭载荷比 E ——火箭有效载荷质量与总质量之比值(m_{pl}/m_0)。

由于弹道导弹的射程和运载火箭的轨道主要取决于火箭所获得的速度,因此选择火箭的级数及进行粗略分析时,导弹的全射程

L 与弹道主动飞行段终点速度 v_k 的关系,可用下式近似地表示^[8]

$$L = (1.04 \sim 1.07) 222.4 \arctan \frac{v_k^2}{15.8 \sqrt{62.5 - v_k^2}} \quad (3-1)$$

而速度 v_k 又可以近似地表示成

$$v_k = \sum_{i=1}^n I_{spvi} \ln \frac{1}{1 - \mu_{ki}} - \Delta v \quad (3-2)$$

式中 Δv 是由于重力、空气阻力和底部压力造成的发动机推力下降而引起的总速度损失,在对弹道导弹作初步分析时可粗略地取 $\Delta v = 0.2v_k$ 。于是上式又可以简写成

$$v_k = 0.833 \sum_{i=1}^n I_{spvi} \ln \frac{1}{1 - \mu_{ki}} \quad (3-3)$$

或者写成

$$v_k = 0.833 \sum_{i=1}^n I_{spvi} \ln \frac{m_{0i}}{m_{ki}} \quad (3-4)$$

式中 I_{spvi} ——第 i 级发动机真空比冲;

m_{0i} ——第 i 级火箭的总质量;

m_{ki} ——第 i 级火箭的熄火质量;

n ——级数。

假设各级的 I_{spv} 相等, σ_i 相等, ϵ_i 亦相同,则上式可以化简成

$$v_k = n I_{spv} \ln \frac{1}{\sigma(1 - \epsilon) + \epsilon} \quad (3-5)$$

或者

$$v_k = n I_{spv} \ln \frac{1}{\sigma(1 - E^{\frac{1}{n}}) + E^{\frac{1}{n}}} \quad (3-6)$$

用式(3-6)在不同 I_{spv} 、 σ 、 n 条件下,作出火箭所获得的理想速度 v_k 与载荷比 E 的关系如图 3-1、图 3-2 所示。

从图 3-2 可以看出降低结构系数 σ , 提高火箭比冲以及增加级数 n 都可以使火箭获得较高的飞行速度。

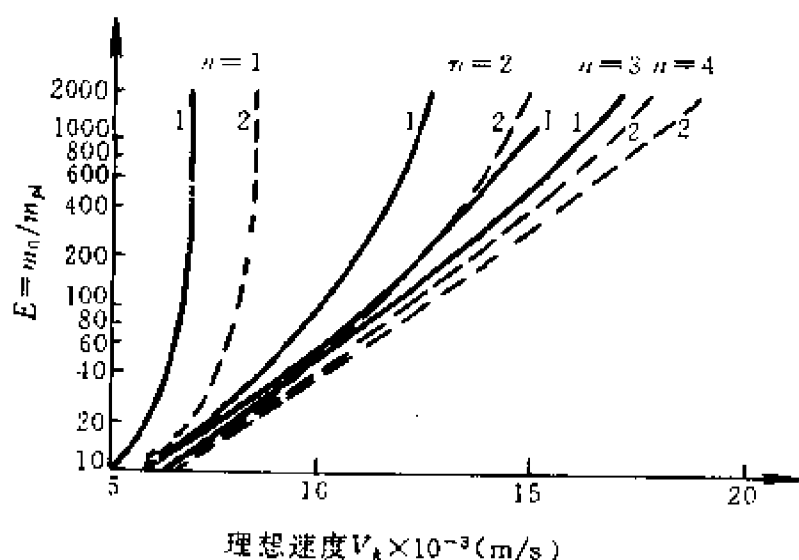


图 3-1 级数和结构质量系数对火箭
载荷比和理想速度的影响

1— $\sigma=0.10$; $I_{spv}/g_0=300\text{s}$; 2— $\sigma=0.06$ 。

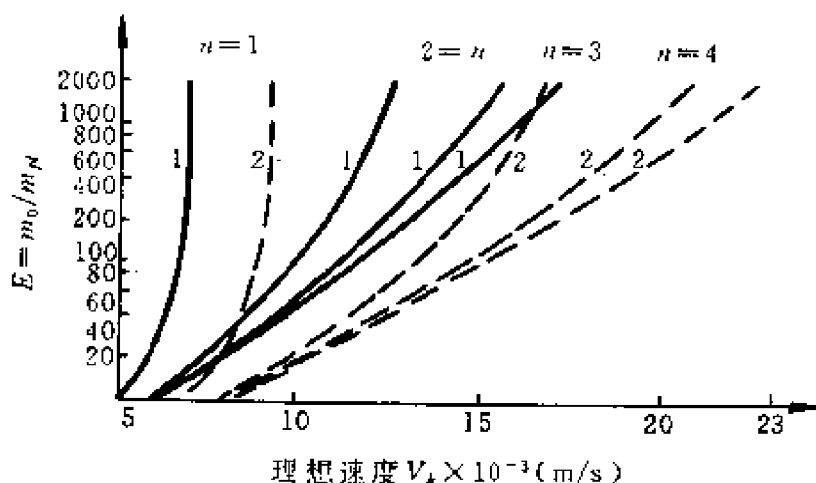


图 3-2 级数和比冲对火箭载荷比和
理想速度的影响。

1— $I_{spv}/g_0=300\text{s}$, $\sigma=0.10$; 2— $I_{spv}/g_0=400\text{s}$ 。

由于单级火箭不能抛掉废重, 因此不管如何增大推进剂质量使载荷比无限增大, 其所能获得的速度是有限的。目前推进剂能量水平限制火箭的最大速度很难达到 7km/s 以上, 因此使用单级火箭不可能达到使火箭环绕地球运行的第一宇宙速度, 也就是说单级火箭不可能发射地球卫星。

有资料表明:若 $I_{spv}/g_0 \leq 310s$ 时,单级弹道导弹的射程与载荷比的关系如图 3-3 所示。

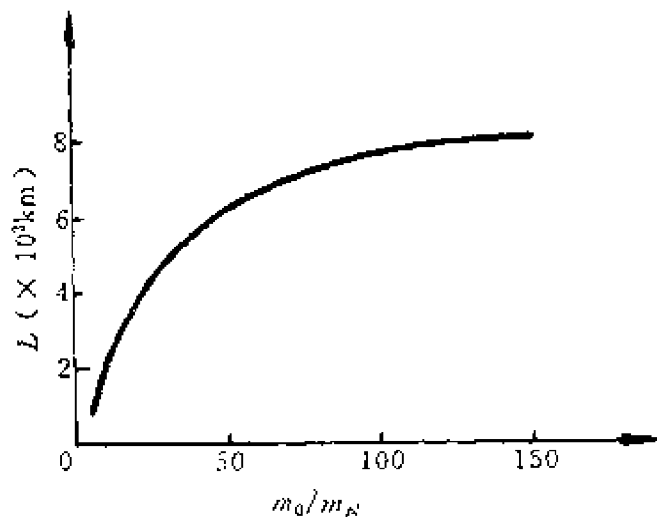


图 3-3 单级导弹的射程和 m_0/m_{pt} 的关系

由于目前固体推进剂的比冲普遍比液体推进剂低,而且子级结构质量系数又较大,因此固体弹道导弹在总质量相同条件下其最大射程要小于液体推进剂导弹。

采用多级导弹很容易提高速度和射程。多级导弹的优点主要是在飞行过程中可以把废重依次抛掉,以减小其带来的能量损耗,因此正如公式(3-3)所示,若保持各级 I_{spv} 相同,则各子级可用较小的推进剂相对质量而获得与单级导弹相同的速度和射程。

例 设单级导弹的总质量为 90t,推进剂质量为 75t,发动机比冲为 3000m/s,则按式(3-3)可算出其主动飞行段终点速度

$$v_k = 0.833 \times 3000 \ln \frac{1}{1-0.835} = 4543 \quad (\text{m/s})$$

若改成二级导弹,且其总质量和总推进剂质量相同,且令:

- (1)第二级的质量是 60t,其中推进剂质量是 50t。
- (2)第二级的质量是 30t,其中推进剂质量是 25t。
- (3)两级发动机比冲 I_{spv} 均为 3000m/s。

则此时

$$\mu_{k1} = \frac{50}{60} = 0.56$$

$$\mu_{k2} = \frac{25}{30} = 0.83$$

故

$$v_k = 0.833 \times 3000 \ln \frac{1}{(1-0.56)(1-0.83)} = 6326 \text{ m/s}$$

即得到的速度增益是 1783m/s。

在初步设计时,当对推进剂进行了选择以后,可根据射程要求利用式(3-1)~(3-4)并通过计算确定射程 L 与载荷比 $E = m_{pl}/m_0$ 之间的关系图。多级弹道导弹的射程与载荷比的关系如图3-4所示。

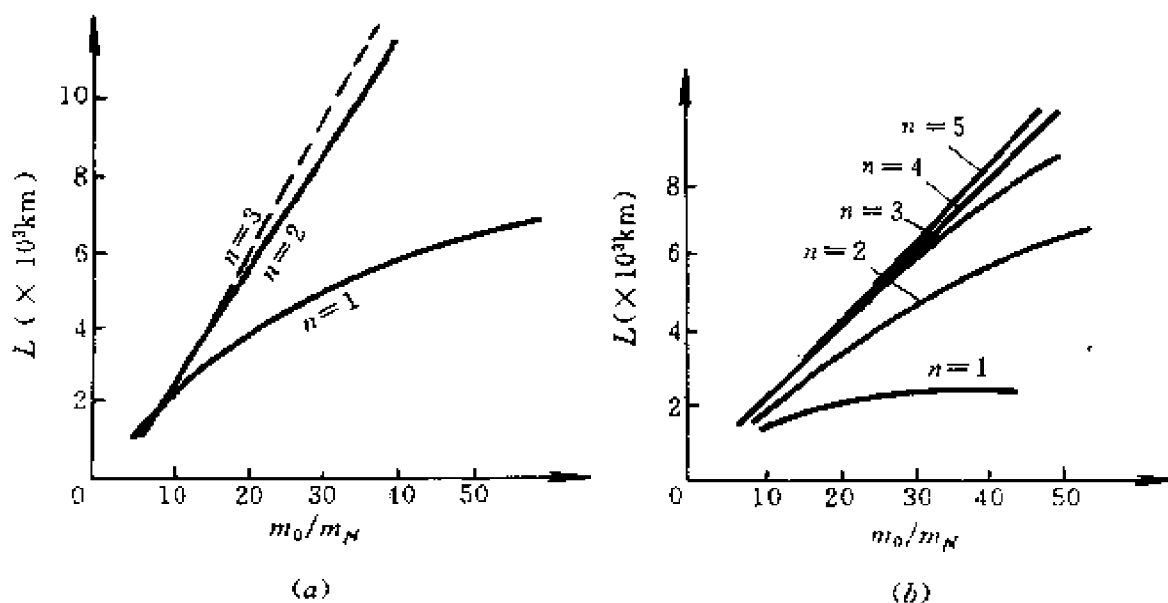


图 3-4 多级弹道导弹的射程与载荷比的关系

(a) 液体推进剂导弹的射程 L 与 $\frac{m_0}{m_{pl}}$ 和级数 n 的关系

$$I_{sp,1} = 2700 \text{ m/s} \quad \lambda_{01} = 0.55;$$

$$I_{sp,2} = 3200 \text{ m/s} \quad \lambda_{02} = 0.7;$$

$$I_{sp,3} = 3200 \text{ m/s} \quad \lambda_{03} = 0.7。$$

(b) 固体推进剂导弹的射程 L 与 $\frac{m_0}{m_{pl}}$ 和级数 n 的关系

$$I_{spv} = 2400 \text{ m/s}。$$

分析以上各图可以得出一些有意义的结论。

(1) 射程在 1000~1500km 以内的导弹采用一级和多级, 其载荷比(E)几乎相等, 但多级火箭结构复杂, 可靠性低。因此以选单级型式为宜。

(2) 射程在 1000~4000km 范围内, 当有效载荷在 500~1000kg 范围内, 一级液体燃料火箭与二级固体燃料火箭有相同的总质量。

(3) 射程在 4000~10000km 范围内, 当有效载荷在 500~1000kg 范围内, 二级液体燃料火箭与三级固体火箭有大致相同的总质量。

(4) 当有效载荷质量增加和要求的射程(或最大速度)增大时, 多级火箭飞行器优点突出, 但级数超过三级以上其增益的效果则会降低。

(5) 从射程 $L_{\max} = 2000 \sim 3000\text{km}$ 开始到 $L_{\max} = 8000 \sim 10000\text{km}$ 范围内, 增加一级比原来的总质量要减少约 10%~15%, 效果明显。

在选择火箭的级数时, 除了上述各点应当充分注意之外, 还应当从系统工程观点出发, 来选择最优值, 选择最优级数的基本任务是: 求出这样的级数, 其目标函数 $C = C'_n(n)N(n)$ 具有最小值。

其中 $C'_n(n)$ —— 发射一枚火箭的费用;

$N(n)$ —— 一定条件下完成任务所需的飞行器数量。

由于级数 n 增加, 一方面会引起火箭可靠性的降低, 完成任务所必须的火箭数量增大; 另一方面由于级数增加可以使火箭的总质量和尺寸均减小, 使火箭的生产、发射、运输等项费用降低。 n 增加对 $C'_n(n)$ 、 $N(n)$ 这两个相互矛盾因素的影响决定了目标函数 C 的最小值和最优级数的存在。用成功发射一枚火箭的费用 $C'_{ny} = C'_n/P_r$ (P_r —— 火箭的可靠性概率) 作为准则时, 则 n 的影响更加明显, 将 $C'_{ny}(n)$ 的变化特点用图 3-5 表示。随着技术的发展, P_r 将会有所提高, 级数的影响将会减小, 这将意味着最优级数将随着时间推移而不断增大。

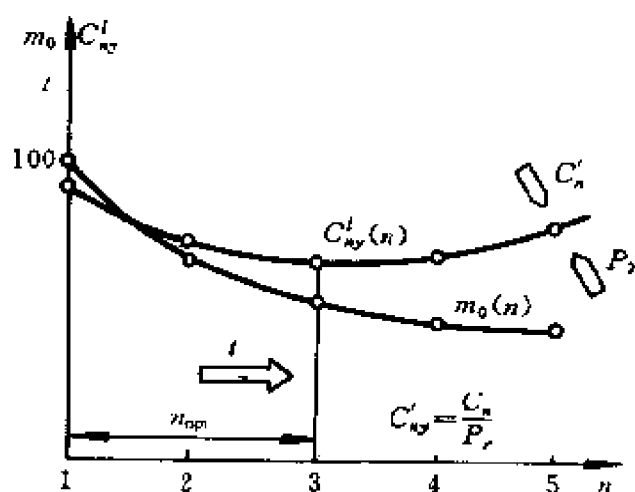


图 3—5 火箭总质量和费用与成功发射级数的关系曲线

L_{max} , m_{pl} 均为常数。

3.2.3 有效载荷方案

有效载荷必须与火箭总体协调一致。对于运载航天器的运载火箭一般不按照某一特定的运载任务设计,而是力图使运载火箭对不同航天器和轨道具有适应性。同样,航天器一般也按照某一运载火箭的要求设计,而是使其具有标准化、通用化的特点。前已提到,对具体的航天运载任务,火箭与航天器之间的接口要进行协调。对弹道导弹,弹头是导弹的一个组成部分,也是导弹的有效载荷,弹头的方案要按照系统总体的要求进行选择,下面从弹头与总体之间的联系上叙述弹头方案的选择。

一、弹头型式的选择

战略导弹弹头有单弹头、多弹头和机动弹头之分。采用何种弹头型式与该导弹武器系统的作战使用要求有关,也受技术发展水平等条件的限制。

早期的战略导弹均采用单弹头,因为它比较简单,可以做成大当量的弹头以弥补命中精度的不足,满足对提高攻击能力的要求。随着火箭技术的发展,特别是命中精度的提高和核弹头的小型化,

70年代就出现了多弹头。多弹头的主要优点是在不增加运载工具数量的条件下可以扩大目标的覆盖面积和提高突防能力。

多弹头能扩大目标的覆盖面积,特别是在攻击软面目标时尤为显著。以同等 TNT 当量的单弹头和多弹头为例,例如 1 个 $1 \times 10^6 \text{t}$ 级当量单弹头和 5 个 $2 \times 10^5 \text{t}$ 级多弹头对面目标破坏面积相比,其差别如下:

由于破坏半径

$$R = \left[\frac{q}{\Delta p f(\Delta p)} \right]^{\frac{1}{3}}$$

设目标破坏所要求之冲击波超压 $\Delta p = 0.3 (\text{MPa})$, 则可算出

$$f(\Delta p) = \frac{0.0292}{0.3} - \frac{0.417}{\sqrt{0.3}} + 1.491 = 1.5498$$

$$\Delta p f(\Delta p) = 0.4650$$

当 $q = 1 \times 10^9 (\text{kg})$ 时

$$R = 1290.80 (\text{m}); s_1 = 5.236 (\text{km}^2)$$

当 $q = 2 \times 10^8 (\text{kg})$ 时

$$R = 755 (\text{m}); s_5 = 1.791 (\text{km}^2), 5s_5 = 8.954 (\text{km}^2)$$

因此,使用 5 个 $2 \times 10^5 \text{t}$ 小弹头其破坏面积($5s_5$)相当于 1 个 $1 \times 10^6 \text{t}$ 大弹头的破坏面积(s_1)的 1.71 倍。

如果采用分导式多弹头还可以分别攻击多个目标,只要命中目标的精度高,每个子弹头的 TNT 当量可以减小,从而可以增加子弹头的数量,对多个目标的攻击能力也随之而扩大。多弹头还有利于提高突防能力。例如 1 枚弹头其突防成功率为 0.2,则采用 10 个子弹头的突防成功率为

$$1 - (1 - 0.2)^{10} = 0.9$$

若再增加子弹头数量或实施多枚导弹攻击,还可以使敌方防御能力达到饱和状态,使突防概率倍增。

多弹头型式也有其缺点,如机构复杂庞大,需要专门的多弹头施放装置及分导系统,要求运载火箭较大,对机动发射不利,而且

价格昂贵等。因此,有的国家又转过来研制单弹头机动导弹作为大型分导式多弹头导弹的补充。

在导弹总体设计时,一般采用母舱的方式实现多弹头的分导,即在末级火箭上面加一个分导级(或称末助推级),分导级上有控制系统、动力装置和弹体结构等。控制系统一般与助推段共用,以增加用于分导控制的功能。动力装置一般采用挤压或双组元液体发动机或采用固体燃气喷嘴组合,它可以把弹头一个一个地加速并调好释放姿态,使弹头命中各自的目标,弹体结构除舱体外还包括多弹头的前整流罩,在飞出大气层以后抛掉,以利于子弹头的抛射。

采用机动弹头的目的,一是提高突防能力,二是提高命中精度。机动弹头在主动飞行段与一般弹头无区别,只是在再入时利用控制翼或转动不对称外形产生升力改变惯性轨道,以避开敌方反导弹的攻击。同时利用中段或末段制导以提高命中精度。机动弹头对主动飞行段弹道的制导要求可适当降低,困难则集中在再入机动,给再入气动力、再入加热和再入控制带来许多新问题,使导弹的总体方案发生大的变化。

总之弹头形式的选择是导弹总体设计中应当首先考虑的问题。

二、再入参数与弹道系数的选择

对弹道导弹,弹头在被动飞行段的降弧段速度逐渐增加,到70~100km 高度空气阻力开始显现出来,一般以此作为再入点。随着高度降低,空气密度逐渐增大,阻力也逐渐增大。弹头受到过载和加热的联合作用。当进入低空稠密大气层后由于阻力值已抵消重力的作用,弹头速度开始减小,弹头较慢地着地。

再入点的参数和弹头的弹道系数确定了弹头的再入特性,因此是影响弹头再入特性的主要设计参数。再入特性主要表现在再入过载、气动加热、稳定性、弹着点散布和突防能力等方面。再入点弹道参数主要有再入速度 v_e 和再入弹道倾角 θ_e (指速度方向与当地水平线夹角), v_e 和 θ_e 是由主动飞行段终点弹道参数决定的。对

于能量最小弹道,射程越大,则要求 v_e 加大而 θ_e 减小。对于远程弹道导弹则 v_e 、 θ_e 的确定还要顾及弹头再入特性的要求,必要时增加 θ_e 值。

弹道系数 β 的定义如下

$$\beta = \frac{m_{re}}{c_{xh} S_{bh}}$$

式中 m_{re} ——弹头再入质量;

c_{xh} ——弹头阻力系数;

S_{bh} ——弹头底部面积。

β 标志着弹头的质阻比,即弹头的减速特性。 β 大则意味着再入飞行速度高,再入飞行时间较短,弹头再入散布减小,突防能力增强,弹头的稳定性也较好。但所经受的加热也较严重。随着技术的发展,弹道系数趋于提高。

对于球锥形弹头,再入时的过载、气动加热与再入点参数的弹道系数之间有以下近似关系:

驻点最大热流

$$q_{smax} \propto \beta^{0.5} (\sin \theta_e)^{0.5} v_e^{3.25}$$

驻点总加热量

$$Q_s \propto \beta^{0.5} (\sin \theta_e)^{-0.5} v_e^{2.25}$$

锥面最大热流

$$q_{cmax} \propto \beta^{0.82} (\sin \theta_e)^{0.82} v_e^{3.1}$$

锥面总加热量

$$Q_c \propto \beta^{0.82} (\sin \theta_e)^{-0.18} v_e^{2.1}$$

最大负过载

$$n_{max} \propto v_e^2 \sin \theta_e$$

由此可以看到,再入速度 v_e 的增加将使过载和加热严重。再入角 θ_e 的增大,使再入过载的热流加大,但由于缩短了再入飞行时间使总加热量减小;弹道系数 β 增大使加热严重,但对过载无影响。因此从稳定性、弹着点散布和突防能力角度出发分析,都希望加大再入速度、再入倾角和弹道系数。

三、弹头的外形

弹头外形是导弹外形设计的关键问题之一,在以后章节中将专门研究。

3.2.4 推进剂种类和发动机系统方案

推进剂占火箭总质量的 85%~90%,它直接影响发动机形式、弹道特性和使用性能。推进剂的选择不仅是发动机系统设计的内容,也是总体设计的主要工作之一。

一、液体和固体推进剂及发动机系统的比较

液体和固体火箭发动机相比较特点如下:

1. 液体推进剂能量大、比冲高,尤其是低温推进剂能达到很高的比冲,这对大型运载火箭是十分重要的。
2. 液体火箭发动机推力调节和推力向量控制比较容易,能够连续调节推力大小和采用多种向量控制方式,这对运载火箭进行长时间多种轨道飞行是很方便的。
3. 液体火箭加速性不如固体火箭快,对导弹的作战使用不利。
4. 液体发动机参数随飞行时间变化不大,且发动机性能偏差小,基本上不受环境条件的影响,而固体发动机则相反。
5. 固体推进剂比重大,可以减小火箭尺寸和质量,对武器使用性能有利。
6. 固体推进剂发动机不需现场临时加注,可以缩短发射准备时间。
7. 固体火箭发动机结构简单,可靠性高。
8. 固体火箭发动机维护使用方便简单,经济性好。

根据上述分析,固体和液体火箭发动机特点各异。一般来说,对大型运载火箭宜采用液体火箭发动机,以便充分利用其能量高、控制方便等优点。对弹道导弹宜采用固体火箭发动机,以提高武器的作战使用性能。

自然,不论对液体还是固体火箭发动都有以下共同要求,第一应具有尽可能高的能量,即使发动机获得高的比冲。第二应具有尽可能大的密度,以缩小其容积,此外还要求推进剂腐蚀性低、毒性小,固体推进剂机械强度高、化学稳定性好等。

考虑采用液体火箭发动机作为火箭的动力装置时,必须认真研究发动机本身对液体推进剂的要求,简单归纳如下:

(1)推力室冷却的要求,希望推进剂的燃烧温度不要过高。

(2)燃料输送系统对推进剂的要求粘性小、表面张力小、密度要大。

(3)燃烧过程对液体推进剂的要求,其关键是燃烧的稳定性要好,点火可靠性要高。

(4)推进剂的使用要求是贮存性能要好,即希望推进剂的液态温度范围宽,与容器材料的相容性要好。在运输时要求推进剂对流动冲击、机械碰撞、摩擦、突然压缩和膨胀不敏感,对环境温度变化不敏感等。

(5)原料丰富,成本低。

二、目前正在使用的各种推进剂的能量特性

目前正在使用的各种推进剂的能量特性见表 3—1 和表3—2。

表 3—1 · 典型的固体推进剂的能量特性

名 称	理论比冲(m/s)	燃烧温度(℃)	密度(g/cm ³)
双 基	2158~2256	2260	1.6
双基/高氯酸铵/奥托金/铝粉	2600~2650	3704	1.79
双基/高氯酸铵/铝粉	2550~2600	3593	1.79
聚氯己烯/高氯酸铵	2260~2355	2538	1.69
聚氯乙烯/高氯酸铵/铝粉	2550~2600	3073	1.77
聚硫橡胶/高氯酸铵	2260~2355	2593	1.72
聚丁二烯丙烯酸/高氯酸铵/铝粉	2550~2600	3204	1.77
端羟基聚丁二烯/高氯酸铵/铝粉	2550~2600	3093~3204	1.77
氟碳粘合剂/高氯酸铵/铝粉	2355~2405	3427	2.05
双基/高氯酸铵/铍粉	2698~2747	3593	1.77
聚氨酯/高氯酸铵/铍粉	2698~2747	3204	1.66
端羟基丁二烯/高氯酸铵/铝粉			

表 3-2 典型的液体推进剂的能量特性

名 称	理论比冲(m/s)	燃烧温度(℃)	密度(g/cm ³)
HNO ₃ +27%N ₂ O ₄ +煤油	3041.0	2951	1.394
HNO ₃ +20%N ₂ O ₄ +UDMH	3120.0	2946	1.273
N ₂ O ₄ +UDMH	3291.0	3243	1.189
98%H ₂ O ₂ +煤油	3161.0	2708	1.317
98%H ₂ O ₂ +B ₅ H ₉	3645.0	2504	0.993
N ₂ O ₄ +B ₅ H ₉	3496.0	3708	1.086
HClO ₄ +UDMH	3272.0	3323	1.358
ClF ₃ +N ₂ H ₄	3490.0	3972	1.532
LO ₂ +UDMH	3585.9	3526	0.988
LO ₂ +煤油	3475.0	3526	1.036
LO ₂ +LH ₂	4378.0	3210	0.349
LF ₂ +LH ₂	4883.0	4790	0.708
LOF ₂ +LH ₂	4865.1	4065	0.553

3.2.5 发动机推力向量控制方案

尽管推力向量控制系统是发动机的重要组成部分,然而正确的选择推力向量控制系统方案却不只是动力系统工程人员的任务,因为火箭控制力的确定不但与火箭总体和控制系统设计密切相关,而且选择和评价推力向量控制系统的重要准则都是对特定的火箭而言的。因此需要火箭总体、控制系统及系统工程人员的密切配合才能作出正确的选择。

一、对推力向量控制系统的基本要求

(1)应有足够大的推力向量致偏能力,即是指提供的最大推力向量偏角必须大于火箭要求的偏角,以满足火箭姿态稳定与控制的要求。

(2)重量轻。

(3)发动机推力损失小,因为大多数推力向量控制系统都会造成发动机轴向推力损失,从而造成速度和射程损失。

(4)工作可靠性高。

(5)本身所需要的功率消耗要小。

(6) 结构紧凑, 使用方便, 成本低。

二、各种推力向量控制系统性能对比

本节主要分析直接影响火箭系统性能的性能参数, 主要包括: 致偏能力、频率响应、伺服系统功率与尺寸、轴向推力影响。

致偏能力是指系统在一定效率下所能达到的最大推力向量偏角, 其大小直接反映了推力向量控制系统能提供的侧向控制力的大小。

频率响应是指推力向量控制系统对控制信号的响应快慢, 或者说从接到控制指令到系统提供需要的侧向力所需时间的长短。

伺服系统的功率与尺寸反映了推力向量控制系统操纵力矩的大小。

轴向推力影响是指推力向量系统工作时, 对用于火箭加速的轴向推力的增加还是减小, 除二次喷射外, 其他各种系统都使轴向推力减少。

推力向量控制系统对轴向推力的影响见图 3-6 所示。推力向量控制系统性能比较如表 3-3 所示。表 3-3 中^[12]:

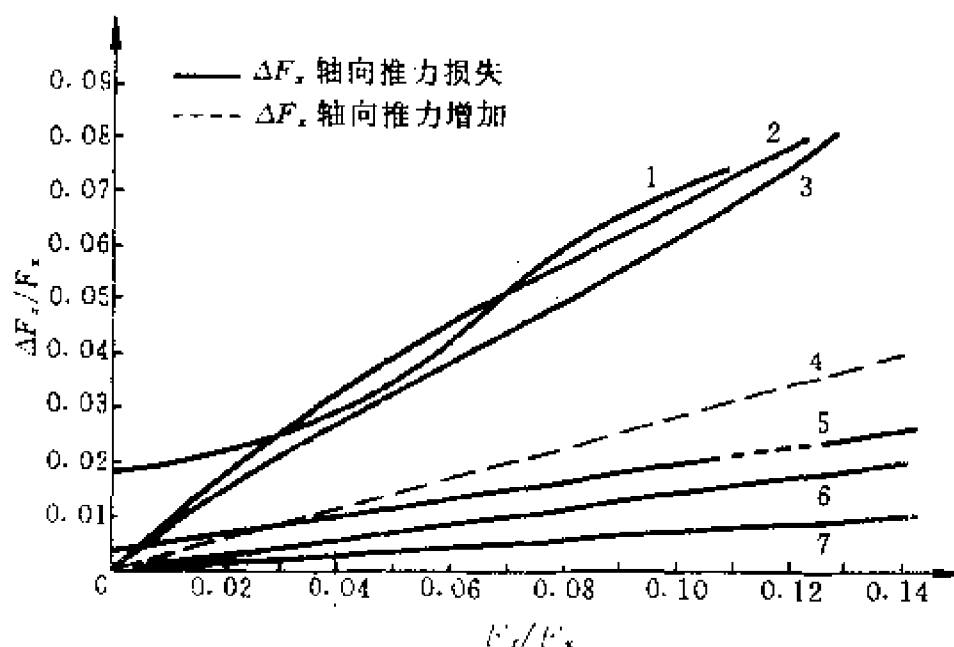


图 3-6 推力向量控制系统对轴向推力的影响

1-燃气舵; 2-喷流致偏器; 3-燃气桨; 4-流体二次喷射;
5-旋转喷管; 6-柔性喷管; 7-液浮轴承和柔性接头。

表达式①

$$-\frac{1}{2}F\left(\frac{\delta}{57.3}\right)^2$$

表达式②

$$-\frac{4q_a A_{ta}}{\sqrt{Ma^2-1}}\left[\left(\frac{\delta}{57.3}\right)^2+\left(\frac{t_b}{B_a}\right)^2\right]$$

表达式③

$$-\frac{\delta R_m^2}{57.3}\left[\frac{4}{3}(p_1-p_a)-\frac{\pi}{2}(p_m-p_a)\sin\delta\right]$$

表达式④

$$-2F\sin^2\varphi\sin^2\frac{\delta}{2}$$

表 3-3 推力向量控制系统性能

系 统 名 称	最大推力向 量偏角 $\theta_{\max}(^\circ)$	最大频率响 应(Hz)	伺服系统 功率尺寸	对发动机轴 向推力影响
铰接接头可动喷管	15	2~5	较大	(见式①)
柔性接头可动喷管	15	2~5	大	(见式①)
液浮轴承可动喷管	15	10	中	(见式①)
燃气舵	10	10~15	小	(见式②)
燃气桨	18		小	$0.010F$
轴向喷流致偏器	7		小	可忽略不计
喷流致偏器	18		中	(见式③)
旋转喷管	10	2	较大	(见式④)
球形接头可动喷管	20	2	较大	(见式①)
液体二次喷射	6	12	小	$+0.3F_g$ (近似)
气体二次喷射	10	15	小	$+0.3F_g$ (近似)

为了适应导弹和运载火箭制导精度日益提高的要求,世界各国研制了各种型式的推力向量控制系统。了解这些系统的研制水平、进展状况及应用情况是非常重要的。

在大型火箭发动机上早期应用的推力向量系统是喷流致偏器、铰接接头可动喷管、旋转喷管等。这些系统结构简单,不需要太多预研工作和特殊材料,首先应用在“北极星 A-1, A-2”和“民

兵—Ⅰ”导弹上。但此系统质量大,对发动机性能影响大(比冲和结构比下降),因此逐渐为新的系统所替代。目前正在服役的发动机使用最多的是液体二次喷射系统,其性能优越,对发动机性能的影响小,但系统比较复杂。“北极星 A—3”、“民兵—Ⅰ”、“民兵—Ⅱ”导弹等均采用。

柔性接头可动喷管和液浮轴承可动喷管是推力向量控制系统的后起之秀,结构不复杂,很适合于潜入式单喷管型式,符合提高发动机性能这一方向。在“海神”、“三叉戟”导弹的各级发动机以及航天飞机、大型飞船运载器上,则主要选用这种系统。

3.2.6 制导系统方案

用来探测或测定导弹或火箭相对于目标的飞行情况,计算导弹或火箭的实际位置与预定位置的飞行偏差,形成引导指令,并操作导弹改变飞行方向,使其沿着预定的弹道飞向目标的系统称为制导系统。

制导系统又分为引导和控制两个系统。

引导系统的作用是测定或探测导弹相对目标或发射点的位置,按要求的弹道形成引导指令,并把引导指令送给控制系统。

控制系统则响应引导系统传来的引导指令信号并产生控制力,迫使导弹改变航向,使导弹沿着要求的弹道飞行,控制系统还要保持导弹的稳定飞行。

根据敏感导弹飞行偏差和形成引导指令的方法不同,导弹制导系统又分为自主制导、自导引制导、遥控制导三种基本系统。为提高制导性能,可将以上三种基本类型进行适当地组合而形成组合制导系统。

自主制导系统是指引导指令信号仅由弹上制导设备敏感地球或宇宙空间物质的物理特性而产生,并与目标、指挥站不发生联系的制导系统。如一枚弹道导弹发射后,弹上制导系统的敏感元件不断测量预定的参数,如导弹的加速度、弹体的姿态、天体位置、地貌

特征等。这些参数在弹上经适当地处理以后与预定的弹道运动时的参数对比,一旦出现偏差,便产生引导指令进行修正,使导弹飞向预定目标。

采用自主制导系统的导弹,由于和目标及指挥站不发生任何联系,故隐蔽性好,抗干扰性强,制导精度也较高。一般常用于弹道导弹或运载火箭系统上。

自导引制导系统则是利用目标辐射或反射的能量(如电磁波、红外线、可见光、激光等),靠弹上设备测量目标与导弹的相对运动的参数,按照确定的关系直接形成引导指令,使导弹飞向目标的制导系统。此种制导系统可以使导弹攻击运动的高速目标,制导精度高、导弹与指挥站没有直接联系。但由于它是靠目标的辐射(反射)能量来测量导弹的飞行偏差,因此作用距离有限,且易受到外界干扰,一般应用于攻击活动目标的导弹上。

遥控制导系统是由弹外的指挥站发出引导信息的制导系统。该系统又分成波束制导和遥控指令制导两类。此类制导多用于地空、空空、空地导弹,也用于战术巡航导弹。

对于弹道导弹和运载火箭由于其任务是攻击固定目标或进入预定的航天轨道,其飞行轨迹都是预先确定的,因此最适合采用的制导方式是自主制导方式。下面着重介绍自主制导系统的几个问题。

一、自主制导系统的种类和特征

自主制导系统根据控制信号拟制的方法不同,可分为方案制导、天文导航、惯性制导、多普勒导航、地图匹配制导系统几大类。

1. 方案制导系统。所谓方案,就是根据导弹或运载火箭飞向目标的预定轨迹,拟制一种飞行计划。方案制导系统则能引导导弹按这种预先拟制好的计划飞行。方案制导系统实际上是一个程序控制系统,所以也叫程序制导系统。

方案制导系统一般由方案机构和弹上控制系统组成,其核心是方案机构,它由传感器和方案元件组成。传感器是一种测量元件,用来连续测量火箭飞行时间或飞行高度,按一定规律控制方案

元件运动并输出控制信号(u_c), u_c 可以代表火箭俯仰角或导弹倾角随飞行时间(或高度)的变化的预定规律, u_c 送入控制系统。弹上控制系统测量元件测出火箭的俯仰、偏航、滚动等角, 一方面保证火箭的飞行稳定, 另一面与 u_c 信号进行综合比较后操纵相应的执行机构使火箭按预定方案确定的弹道飞行。

方案制导系统简化方块图如图 3-7 所示。

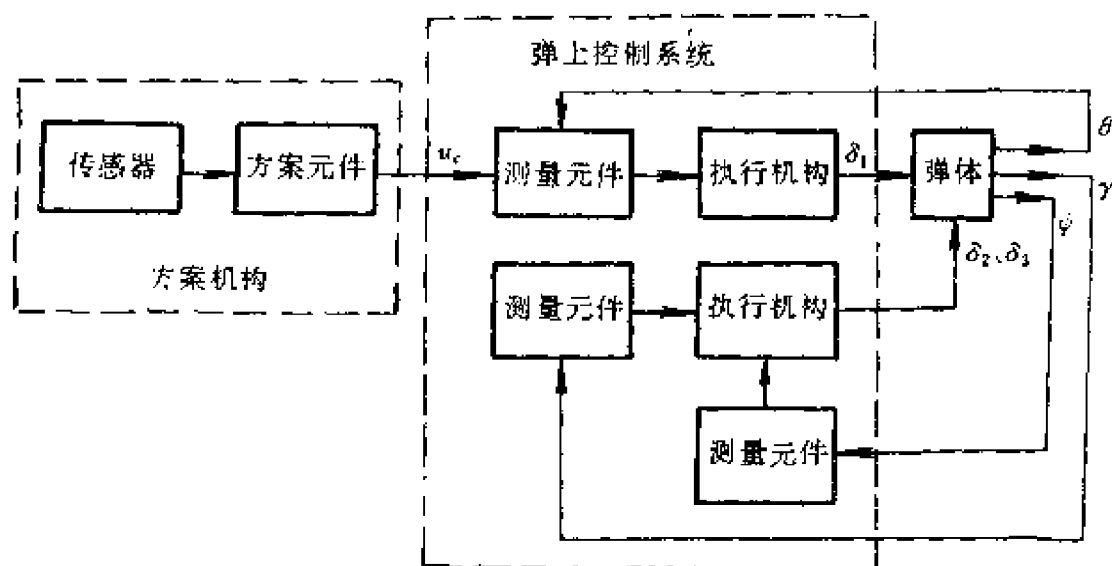


图 3-7 方案制导系统简化方块图

2. 天文导航系统。天文导航系统是根据导弹、地球、星体三者之间的运动关系来确定导弹的运动参量, 将导弹引向目标点的一种自主制导系统。

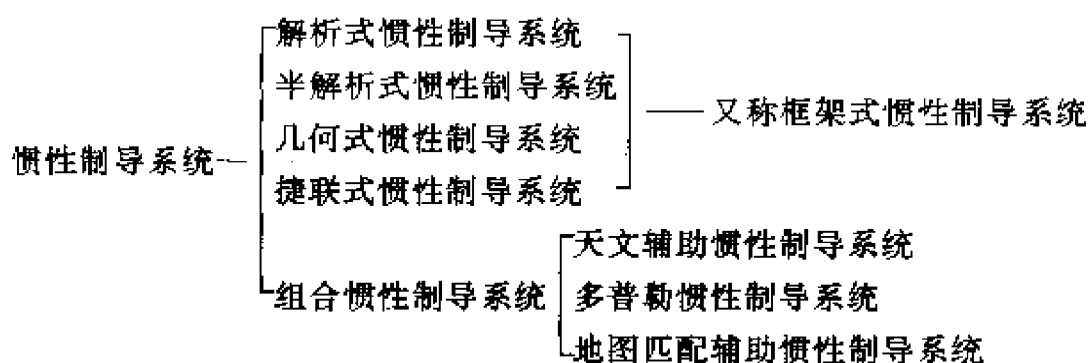
3. 惯性制导系统。所谓惯性制导系统是指利用弹上的惯性元件, 测量导弹相对于惯性空间的运动参数(如加速度等), 并在给定运动的初始条件下, 在完全自主的基础上, 由制导计算机算出导弹的速度、距离、位置及姿态等参数形成控制信号, 以引导导弹或火箭按预定轨迹飞行。惯性制导原理的理论依据是牛顿第二定律。惯性制导系统实际与外界毫无联系, 它不依赖于外界任何信息。

惯性制导系统中使用的测量元件是陀螺仪和加速度计, 前者用来测量相对于惯性空间的角运动, 后者用来测量相对于惯性空

间的线运动。将这两种惯性元件安装在火箭上,它们测得的角运动和线运动的合成,便是火箭相对于惯性空间的运动。这样便可求得火箭相对于惯性空间的位置。

惯性制导系统有独特的优点,由于它不依赖外界的任何信息,不受外界的干扰,也不向外界发射任何能量,所以有较强的抗干扰能力和良好的隐蔽性。

惯性制导系统可细分成若干类:



一种惯性制导系统应该包括以下几个部分:

(1) 加速度计,用来测量加速度。

(2) 陀螺稳定平台,给加速度计提供坐标基准,以保持加速度计在空间的角位置;同时从陀螺稳定轴上获取导弹运动的姿态角信号。

(3) 制导计算机,完成制导参数计算。

(4) 初始条件调整装置。

惯性制导系统的基本原理简单,但在工程实现上技术问题比较复杂。

4. 地图匹配制导系统。地图匹配制导系统是在航天技术、微型计算机、空载雷达、制导、数字图像处理和模式识别的基础上发展起来的一门综合性新技术。国外已经成功地应用于巡航导弹和弹道导弹上,从而大大改善了导弹的命中精度。

所谓地图匹配制导系统,就是利用地图信息进行制导。目前使用的地图匹配制导系统有两种型式:一种是地形匹配,它是利用地

形信息来制导;另一种是景像区域相关器制导,是利用景像信息进行制导,两种系统基本原理是相同的。都是利用弹上计算机预存的地形图或景像图与导弹飞行到预定位置时弹上传感器测出的地形图或景像图与导弹飞行到预定位置时弹上传感器测出的地形图或景像图进行相关处理,确定出导弹当前位置与预定位置的纵向和横向偏差,形成制导指令,将导弹引向目标。

一个地图匹配制导系统,通常由一个成像传感器和一个预定航迹地形图形存储器及一台相关处理计算机等组成。

目前,采用地图匹配制导系统的导弹命中精度可达几十米以内,而采用景像匹制导系统其精度更高,制导误差一般只有 5~12m 左右。

3.2.7 分离系统方案

导弹和运载火箭的分离系统,通常是指头部和末级弹体的分离系统和级间分离系统两大类,由于其基本型式和原理很相似,故可以一起进行研究分析。

一、分离系统的基本功能和基本要求

分离系统的基本功能:第一是导弹在地面和空中飞行时,使将要分离的两部分连接在一起;第二则是当下面级弹体工作结束以后,根据预定指令及时准确安全可靠地将下面级分离。因此,任何分离系统都包括两部分装置:即固定连接机构和分离装置,缺一不可。

由于分离是用本身储备的能量或用反向气流的能量使两部分弹体产生相对运动,因此分离系统应满足以下基本要求。

(1)保证两部分弹体可靠分离,在分离过程中对上面级的运动扰动要小。

(2)保证两部分弹体连接一起时可靠、紧凑并重量轻。

(3)操作安全简便。

必须指出,所谓分离可靠是指分离后的下面级不追上上面级

弹体,更不能产生碰撞,因此应保证分离有足够的能量,以获得足够大的速度。

选择分离方案时,最小扰动的要求也是决定性因素,应予充分重视。

二、各种分离机构的特性分析

根据当前各种型号上使用的分离机构,对其优缺点及需要考虑的设计问题列在表 3—4 中。

表 3—4 分离机构特性

装 置	优 点	缺 点	需考虑的设计问题
1. 解锁机构 (1)导爆管(MDF); 导火索、非金属外壳 爆炸索。依靠爆炸力切 断结构	重量轻;可 靠;分离力 矩小;可用 在高强度连 接件中	有碎片和爆 炸冲击;有 冲击波损 害,局部加 载较大;要 做破坏性试 验	连接特性及其设计 直接影响冲击的大 小(即炸药类型、药 芯尺寸、待切断壳体 的厚度和材料以及 固定支撑环的设 计);需要大量的地 面试验;特别要注意 对临近部位仪器设 备的损害
(2)聚能炸药索 (FLSC); 金属壳爆炸索,能按 照药芯和外壳的形状使 爆炸力集中于一定方 向;靠爆炸力切断结构	同上	同上	同上

(续)

装 置	优 点	缺 点	需考虑的设计问题
<p>(3)V 型夹带装置:</p> <p>夹带装置在有张力情况下安装在连接装置上;解锁时,夹带装置被切开并与连接装置分离。</p>	弯矩和拉紧力较大;可靠;容易与运载器的级间段装配	重量大;费用高;需要专门的精加工;可能产生不对称的解锁和连接	设计问题包括设计夹带装置、连接环、导向销钉、预紧力矩螺栓,还包括装配时夹带装置的定位、解锁和分离时夹带装置与继续飞行级的防碰撞问题;需要进行功能性和验证性地面试验
<p>(4)爆炸螺栓、螺母:</p> <p>带切槽的螺栓或螺母内装有炸药;在爆炸冲击、集中应力以用张力的组合作用下,使限定的或带切槽的截面断开</p>	重量轻;现成的零件;可靠性高	有碎片损害;需拧紧螺栓或螺母,并安装电爆管	用适当的防碎片保护盒减少碎片的危害;通过并联起爆系统提高可靠性;需要进行实验室试验;拧紧螺栓,螺栓堵头和螺母应适度,只能承受张力和剪力的加载,并能经受飞行工作环境
<p>(5)增压断裂螺栓:</p> <p>这是一种为消除压力增加的影响而设计的爆炸螺栓;它由一个密封的内装炸药的预缩螺栓组成,靠爆炸冲击和内部压力拉断预缩截面</p>	碎片最少;有正向分离力	有密封要求;存在爆炸冲击	同上

(续)

装 置	优 点	缺 点	需考虑的设计问题
(6)拉销器或推销器: 销钉固持住螺栓柱或连接环,由密封装置中点燃电爆管产生的燃气压力将销钉从柱孔或连接环中推出或拉出	没有碎片; 载荷传递路径较好	对准要求严格; 使用多个销钉时要求有严格的同步性以避免不正常解锁; 有密封要求	使用并联起爆系统以提高可靠性; 设计问题包括力的对准和匹配; 销装置的位移和时间特性, 必须用模拟飞行环境的试验确定其工作特性
(7)脆性膜: 依靠继续飞行级发动机点火排出的气流吹断两级间的脆性膜连接器	简易; 可靠; 对继续飞行级没有碎片损害; 不需要分离点火源	重量大; 费用高; 弯矩性能低; 检查舱口有限; 级间段设计受压力限制; 继续飞行级没有惯性飞行段	要恰当地设计螺纹形状和隔膜槽以保证断裂和松脱, 要提供检查舱口, 设计的隔膜必须在低于级间段耐压值时解锁, 以免堵塞发动机喷管和造成故障
(8)软接头: 两级在分离点自由地连接在一起, 直至助推级的阻力或继续飞行级的点火使两级分离为止	可靠性高; 成本低	用途有限; 不能机动动作或不能承受弯矩	设计中必须尽量减少摩擦和弯矩的影响

(续)

装 置	优 点	缺 点	需考虑的设计问题
<p>2. 分离冲量装置</p> <p>(1) 推力反向:</p> <p>固体发动机前向排压孔或喷口在助推级工作结束时打开,使得助推级的推力反向作用在喷口上,同时,前向喷出的燃气也能向继续飞行级提供一些分离冲量</p>	有正向分离力和推力衰减	产生不等的或不对称的反向推力;对称的反向推力;有时间延迟;排压孔有爆震冲击;有推力反冲击;有剩余燃烧室压力	燃气流的羽状排气和反向推力瞬变过程能对继续飞行级加热、加速和加载;设计时要保证继续飞行级与被抛掉的堵盖等零件不碰撞
<p>(2) 弹簧:</p> <p>螺旋弹簧或导管可以提供一个使两级分离的分离冲量</p>	可靠;有正向分离力;没有碎片;冲击小	同心度要求高;可能产生翻倒力矩;重量大	要有待选配的大量弹簧;设计适当的导向装置保证所有弹簧的横向稳定性;并进行详细测量和地面分离试验

(续)

装 置	优 点	缺 点	需考虑的设计问题
<p>(3)级间点火(孔中点火):</p> <p>继续飞行级发动机恰好在两级的连接件断开之前点火,排出的燃气流使级间段增压,同时产生使两级分离的力</p>	<p>消除了惯性飞行时间;</p> <p>继续飞行级推进系统同样提供分离冲量</p>	<p>产生恶劣的环境(冲击,增压噪声输入和高温);</p> <p>可能因压力激增,在级间点火时,使助推级前封头破裂;</p> <p>羽状排气可以从助推级反射回来并使继续飞行级加热</p>	<p>级间段排气面积(防爆门)必须足以防止因冲击造成喷管不稳定性,或者消除使继续飞行级发动机堵塞的非对称流的分离;要进行风洞试验以确定喷管是否堵塞的问题;环境条件的设计必须包括分离时的推力瞬变过程、压力、噪声以及温度等项;必须进行准确的分析,以确定运动和增压情况</p>
<p>(4)辅助火箭:</p> <p>冷气火箭、热燃气火箭或固体推进剂火箭能对分离部段或继续飞行级提供分力</p>	<p>正向分离力;可靠</p>	<p>增加了重量;附加系统降低了总体可靠性;</p> <p>有污染和喷气冲击;为避免偏心分离,辅助火箭要正确校准,而且推力要匹配</p>	<p>辅助火箭有严格校准的问题,并当使用多个辅助火箭时,必须匹配</p>

(续)

装 置	优 点	缺 点	需考虑的设计问题
<p>(5)初始内压:</p> <p>将级间段密封,因此其内部压力保持或接近于初始值;分离时,级间段初始内压对被分离的两级提供分离冲量</p>	充分利用初始的压力差	用途取决于压力密封的可靠性和效果,以及分离高度;对实际的分离冲量几乎是无控制的	必须保证工作环境条件下的压力密封;需要进行风洞(包括高空舱)分离试验;压力环境条件下的结构完整性是一个设计限制条件
<p>(6)空气动力效应:</p> <p>升力或阻力装置使助推级离开与之相邻的继续飞行级</p>	有效地利用了能源,没有碎片或冲击	继续飞行级受气流干扰的影响;系统受分离时的条件影响	必须进行详细的级间分离分析,以便弄清在分离时两级的运动情况,这些分析结果必须靠风洞试验来验证
<p>(7)燃气作动活塞:</p> <p>汽缸中产生的燃气使活塞推向继续飞行级</p>	正向分离力;无碎片	要求密封;为避免分离时偏心,需注意多个活塞工作的同步性	为增加可靠性,需采用并联燃气发生系统;要进行实验室试验;要考虑同心度要求,每个活塞的作用力、位移、时间工作特性都必须匹配;要考虑飞行环境的影响;要求压力密封

(续)

装 置	优 点	缺 点	需考虑的设计问题
3. 辅助装置 (1) 导轨、滚轮: 用于控制两级分离方向的构件	可防止分离过程中的碰撞; 分离稳定并确保两级的同心度	在分离过程中在两级上有接触力和摩擦作用; 产生导向载荷或颤动载荷; 可能出现连接影响	要对分离运动情况预先进行分析并用地面试验来进行验证
(2) 斜撑: 机械联动装置将助推级推到空气流中, 并使它与继续飞行级分离; 用于两级搭接时的分离	没有碎片或冲击; 可保证助推级与继续飞行级的间距	集中载荷较高; 可能有连接或局部损害作用	被分离部段与空气动力的相互作用是主要考虑的问题; 在气动力作用期间, 继续飞行级承受很大的载荷

三、分离参数计算

为了实现可靠分离, 在初步设计时就应当考虑正确地选择包括分离力及能量、分离相对速度以及分离过载等分离参数。

本节以弹射分离系统为例来计算分离参数, 其他型式可以仿此类推。

分离过程中火箭的受力状态如图 3-8 所示。

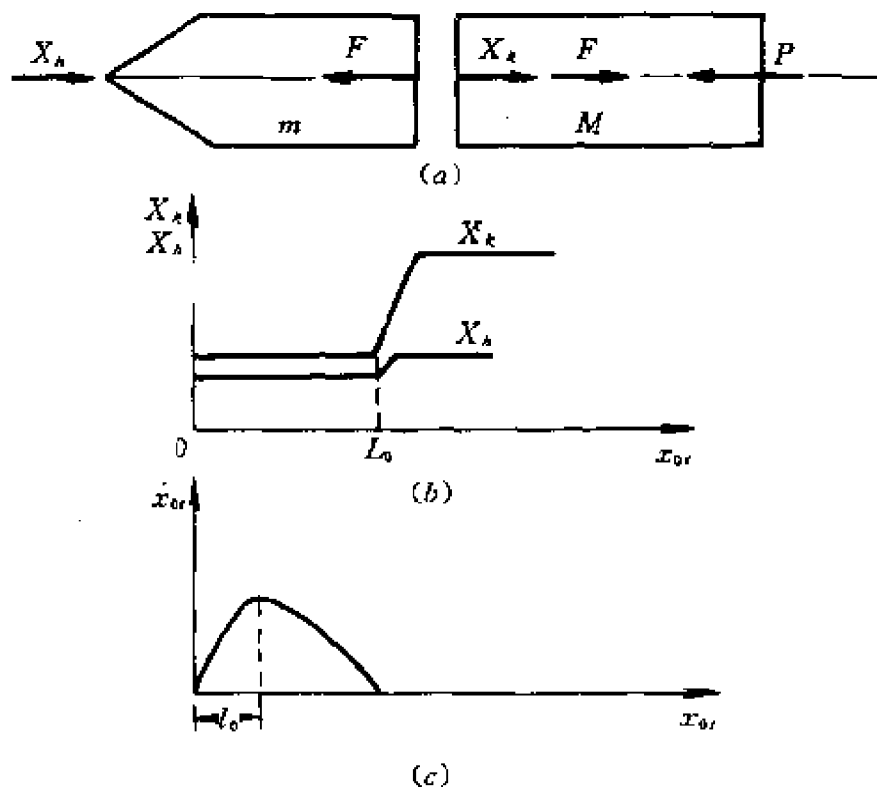


图 3-8 火箭的分离过程受力状态

(a)分离期间的作用力；(b)阻力变化；

(c)分离期间相对速度的变化。

假设分离是在发动机后效推力结束以后开始，则由分离的必要条件是得到正的相对加速度，即 $\ddot{x}_{or} > 0$ ，故有

$$\ddot{x}_{or} = \frac{1}{m}(F - X_h) + \frac{1}{M}(F + X_k) > 0 \quad (3-7)$$

$$\therefore F > \frac{MX_h - mX_k}{M + m} \quad (3-8)$$

式中 X_h ——上面级火箭的气动阻力；

X_k ——分离级火箭的气动阻力；

F ——分离力。

M, m 分别为分离级和上面级质量。上述条件只是必要条件，但不是充分条件。

计算表明，当上面级分离达到某一距离 L_0 以后，阻力特性会

发生较明显的变化,被分离级的阻力比上面级增长快。因此为保证可靠分离必须保证分离两部分大于某一距离 L_0 ,这便是充分条件。

分离以后两部分相对运动方程:

$$\ddot{x}_{ot} = \frac{1}{M}X_k - \frac{1}{m}X_h \quad (3-9)$$

初始条件是 $t=0, \dot{x}_{ot}=v_0, x_{ot}=l_0$ 。 v_0 是上面级在弹射终止时的相对速度, l_0 是弹射器工作行程。解上述方程得

$$\begin{cases} \dot{x}_{ot} = (\frac{1}{M}X_k - \frac{1}{m}X_h)t + v_0 \\ x_{ot} = (\frac{1}{M}X_k - \frac{1}{m}X_h)\frac{t^2}{2} + v_0t + l_0 \end{cases} \quad (3-10)$$

当 $t=t_k$ 时

$$\dot{x}_{ot}=0, x_{ot} \geq L_0 \text{ (必须满足)}$$

如果以 v_{ot} 表示必须满足的相对速度,为了满足终点条件则可写出

$$\begin{cases} 0 = (\frac{1}{M}X_k - \frac{1}{m}X_h)t_k + v_{ot} \\ L_0 = \frac{1}{2}(\frac{1}{M}X_k - \frac{1}{m}X_h)t_k^2 + v_{ot}t_k + l_0 \end{cases} \quad (3-11)$$

由上式可以解出弹射终止时要求的相对速度

$$v_{ot} = \sqrt{2(\frac{1}{m}X_h - \frac{1}{M}X_k)(L_0 - l_0)} \quad (3-12)$$

现在进一步研究分离机构如何达到要求的分离相对速度。将方程式(3-7)改写为如下形式:

$$\ddot{x}_{ot} = (\frac{1}{M} + \frac{1}{m})F - (\frac{1}{m}X_h - \frac{1}{M}X_k) \quad (3-13)$$

再进行变量置换

$$\ddot{x}_{ot} = \frac{d\dot{x}_{ot}}{dt} = \dot{x}_{ot} \frac{d\dot{x}_{ot}}{dx_{ot}}$$

这样,就可以得到一个具有可分离变量的微分方程,进行积分得

$$v_{\text{or}} = \left[\frac{2(M+m)}{Mm} A_F - \frac{2(MX_k - mX_k)}{Mm} l_0 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3-14)$$

式中

$$A_F = \int_0^{l_0} F dx_{\text{or}}$$

是弹射机构所作的功。由上式可以求出分离机构必须的能量储备。下面分几种情况写出 A_F 的表达式。

气动弹射器。在弹射行程中作用力保持不变,则

$$A_F = Fl_0 \quad (3-15)$$

弹簧弹射器。在弹射行程中作用力与行程呈线性变化,则

$$F = \frac{F_0}{l_0} (l_0 - x_{\text{or}})$$

$$\therefore A_F = \frac{1}{2} F_0 l_0 \quad (3-16)$$

式中 F_0 ——弹簧在最初压缩位置的弹射力,并假设在弹射行程终点弹簧已完全释放。

火药弹射器。如果在分离运动开始前火药即燃烧完毕,则随着弹射器的运动燃气发生绝热膨胀,故弹射力的变化过程为

$$F = S_{\pi} P = P_0 S_{\pi} \left(\frac{l_0}{l_0 + x_{\text{or}}} \right)^k \quad (3-17)$$

式中 P_0 ——初始燃气压力;

l_0 ——气腔初始长度;

x_{or} ——弹射杆的行程;

k ——绝热指数;

S_{π} ——活塞面积。

从 $0 \sim l$ 积分上式,得到功的表示式为

$$A_F = \frac{P_0 S_{\pi}}{1-k} \left[\frac{l_0}{(l_0 + l)^{k-1}} - l_0 \right] \quad (3-18)$$

例 已知某试验火箭头部分离弹射系统采用火药弹射器,其各项设计参数如下。试求头部获得的相对分离速度。

作动筒活塞面积

$$S_n = 5.3 (\text{cm}^2)$$

作动筒药室初始长度

$$l_0 = 1.477 (\text{cm})$$

作动筒工作长度

$$l = 4.50 (\text{cm})$$

药室初始压力

$$p_0 = 71.33 (\text{MPa})$$

火箭头部分离质量

$$m_h = 15.0 (\text{kg})$$

末级运载火箭质量

$$m_k = 42.23 (\text{kg})$$

火箭头部阻力系数

$$c_{zh} = 0.45$$

分离后末级火箭阻力系数

$$c_{zk} = 0.765$$

计算:

由式(3-18)得弹射器所作的功

$$A_F = \frac{p_0 S_n l_0}{1-k} [(l_0 + l)^{1-k} - 1] = 818.63 \quad (\text{J})$$

由式(3-14)可求得相对分离速度

$$v_{ot} = \left[\frac{2(M+m)}{Mm} A_F - \frac{2(MX_h - mX_k)}{Mm} l_0 \right]^{\frac{1}{2}}$$

因

$$X_h = \frac{1}{2} \rho v^2 S c_{zh}$$

$$X_k = \frac{1}{2} \rho v^2 S c_{zk}$$

由分离点弹道参数可知

$$\frac{1}{2} \rho v^2 = 20000 \quad (\text{N/m}^2)$$

参考面积

$$S=0.0491 \quad (\text{m}^2)$$

代入上式后,得

$$X_h=441 \quad (\text{N})$$

$$X_k=749.7 \quad (\text{N})$$

$$v_{\text{ut}}=11.16 \quad (\text{m/s})$$

第四章 弹道导弹与运载火箭的质量模型与质量方程

弹道导弹与运载火箭的质量模型是优化设计的基础。质量模型是表征飞行器发射质量、有效载荷、结构特性、主要设计参数和推进剂相对质量系数之间的关系的数学表达式,这个数学表达式称为质量方程。

质量方程可分成两类——展开型和导出型。所谓展开型是以飞行器各部件的质量和为基础,并运用强度、几何尺寸和质量的关系来建立,因此比较烦琐,在初步设计阶段应尽量少用,导出型质量方程反映飞行器基本参数之间的线性联系,含有设计过程中的参数和质量系数。

就火箭的动力系统来说,无论是装有液体火箭发动机的火箭,还是装有固体火箭发动机的火箭,其质量方程参数之间的数学形式,比相对质量系数更稳定,所以,在确定飞行器的特性时,最重要的是首先确定联系形式和相对质量系数。最适用的联系形式是导出质量方程,它描述准确,相对质量系数稳定。

通常,运用按统计数据建立的方程计算飞行器部件的质量。在确定新型结构的相对质量系数或质量时,常使用按强度关系求得的质量方程。

4.1 火箭的质量模型

火箭的总质量可以表示成各部分质量之和,即

$$m_{01} = m_{pl} + \sum_{i=1}^n (m_{di} + m_{pi}) \quad (4-1)$$

式中 m_{Σ} ——火箭的总质量;
 m_{pl} ——有效载荷的质量;
 m_{di} ——第 i 级火箭的结构质量;
 m_{pi} ——第 i 级火箭的推进剂质量;
 n ——级数。

第 i 级子火箭的总质量则可由下式确定

$$m_{\Sigma i} = m_{\Sigma i+1} + m_{di} + m_{pi} \quad (4-2)$$

式中 $m_{\Sigma i+1}$ ——指第 $i+1$ 级火箭的总质量,对于最后一级即为有效载荷 m_{pl} 。

通常有效载荷的质量是指火箭箭头的总质量,即包括战斗部装药、卫星或飞船舱以及箭头的控制设备仪器等,这一部分质量一般是由战术技术指标给定的,无需设计者自定,用公式可这样表示

$$m_{pl} = m_{wh} + m_{ca} \quad (4-3)$$

式中 m_{wh} ——战斗部质量;
 m_{ca} ——末级控制设备质量。

至于各子级的结构质量和推进剂质量则与总体设计方案有密切关系。特别是动力装置的类型是决定一级结构质量和推进剂质量的关键因素,推进剂质量除与动力装置类型有关外,最终还要根据战术技术性能指标来确定,这一点将在后面章节中研究。

4.2 装有液体火箭发动机的火箭质量方程

装有液体火箭发动机的火箭其子级结构质量可以写成下面的形式

$$m_{di} = m_{cui} + m_{eni} + m_{tii} + m_{pti} \quad (4-4)$$

式中 m_{cui} —— i 子级控制设备的质量;
 m_{eni} —— i 子级发动机结构质量;
 m_{tii} —— i 子级尾舱、仪器舱、电缆网和共用的装配件质量;
 m_{pti} ——推进剂箱体、增压系统、导管、附件等结构质量。

下面分别对各部分质量进行分析。

4.2.1 发动机结构质量

发动机结构质量 m_{en} 一般取决于推力、发动机结构型式、所用的材料的性能以及燃烧室压力和喷管出口压力等。因此对特定的发动机, 发动机结构质量

$$m_{eni} = f(F_{vi}, p_{ci}, p_{si}) \quad (4-5)$$

在作近似分析时, 通常要简化上式而仅用推力表示发动机结构质量, 即

$$m_{eni} = \frac{b_i}{g_0} F_{vi} \quad (4-6)$$

式中 b_i ——发动机的“密度”(无因次系数);

F_{vi} ——发动机真空推力;

m_{en} ——发动机结构质量。

利用设计参数 λ_w (子火箭总质量与真空推力比), 即可根据子火箭的总质量求发动机的结构质量

$$m_{eni} = \frac{b_i}{\lambda_{vi}} m_{oi} \quad (4-7)$$

4.2.2 结构舱段的质量

在总体设计初期, 可以将尾舱、仪器舱及电缆网和控制设备 (不含末级) 的质量 m_{ti} , 近似地认为与子火箭的总质量成正比, 即

$$m_{cai} + m_{ti} = N_i^0 m_{oi} \quad (4-8)$$

式中 N_i^0 ——无因次统计系数。

当我们考虑到上节提到的发动机结构质量 m_{eni} 时, 则可以合并成下式:

$$m_{cai} + m_{eni} + m_{ti} = N_i m_{oi} \quad (4-9)$$

式中

$$N_i = N_i^0 + \frac{b_i}{\lambda_{vi}} \quad (4-10)$$

称为第 i 级火箭的结构质量系数。

4.2.3 推进剂箱体结构质量

推进剂箱体的结构质量 m_{pti} 取决于推进剂的容积、箱体结构型式和相对长度以及材料的强度特性等因素。对按常用的相对长度做成的铝合金结构箱体,可假设其质量与推进剂容积成正比,即

$$m_{pti} = \rho_{pti} \frac{m_{pi}}{\rho_{pi}} \quad (4-11)$$

式中 ρ_{pti} ——结构系数(空箱平均密度 kg/m^3);

ρ_{pi} ——推进剂平均密度(kg/m^3)。

令

$$\alpha_{pti} = \rho_{pti} / \rho_{pi} \quad (4-12)$$

则推进箱体的结构质量为

$$m_{pti} = \alpha_{pti} m_{pi} \quad (4-13)$$

上式表明推进剂箱体结构质量是与该级推进剂质量成正比的函数。

4.2.4 推进剂非工作储量

推进剂非工作储量 Δm_{pi} 是指火箭在起飞前消耗的推进剂、发动机导管内灌注量、贮箱内非消耗性剩余量和安全余量,是火箭飞行中不可利用的。因此,可归纳成消极质量进行计算,通常认为其质量与推进剂质量成正比,即

$$\Delta m_{pi} = \alpha_{mpi} m_{pi} \quad (4-14)$$

将式(4-13)、(4-14)合并,则可将其质量方程表示成以下形式

$$m_{pti} + \Delta m_{pi} = K_i m_{pi} \quad (4-15)$$

式中 $K_i = \alpha_{pti} + \alpha_{mpi}$ ——经验系数。

4.2.5 第 i 级子火箭推进剂工作储量

第 i 级子火箭推进剂工作储量 m_{pi} 将由总体设计, 根据飞行性能要求通过参数计算确定, 通常用第 i 级子火箭推进剂相对质量系数 μ_{ki} 的形式来表征, 其定义是

$$\mu_{ki} = m_{pi} / m_{0i} \quad (4-16)$$

故有

$$m_{pi} = \mu_{ki} m_{0i} \quad (4-17)$$

以及

$$m_{pti} + \Delta m_{pi} = K_i \mu_{ki} m_{0i} \quad (4-18)$$

综合以上各质量方程, 可以将装有液体火箭发动机的火箭的第 i 级子火箭的总质量表示如下

$$m_{0i} = m_{0i+1} + [N_i + (1 + K_i) \mu_{ki}] m_{0i} \quad (4-19)$$

解上式得

$$m_{0i} = \frac{m_{0i+1}}{1 - N_i - (1 + K_i) \mu_{ki}} \quad (4-20)$$

考虑到

$$m_{01} = \frac{m_{01}}{m_{02}} \frac{m_{02}}{m_{03}} \dots \frac{m_{0n}}{m_{pl}} m_{pl}$$

于是通过上式就可以转换成多级火箭的总质量公式

$$m_{01} = \frac{m_{pl}}{\prod_{i=1}^n [1 - N_i - (1 + K_i) \mu_{ki}]} \quad (4-21)$$

由式(4-20)可以转换出 i 级子火箭推进剂相对质量系数 μ_{ki} 与其他结构参数的关系

$$\mu_{ki} = \frac{1 - N_i}{1 + K_i} - \frac{\epsilon_i}{1 + K_i}$$

或写成

$$\mu_{ki} = \frac{1 - N_i - \epsilon_i}{1 + K_i} \quad (4-22)$$

式中

$$\epsilon_i = \frac{m_{oi} + 1}{m_{oi}} \quad (4-23)$$

称为各子火箭级间质量比。

按以上各式来计算装有液体火箭发动机的火箭的质量,必须事先选择好以下几项系数,即 N_i , b_i , ρ_i , α_i 。这些系数在总体设计阶段由于并无准确的设计图纸,很难对各个零部件质量进行准确计算,只能使用统计数据或原准火箭的数据。在具体设计中运用统计数据时,需要考虑火箭技术发展中长期以来的变化趋势,不同时期的火箭其统计数据不同。因此质量方程的系数不是一成不变的。

根据 70 年代导弹与火箭设计的统计资料,参考文献[5]给出了下述经验公式,可供参考。

$$b_i = 0.0067[1 + 3 \exp(-0.0038F_{vi})]$$

$$N_i^0 = 0.010[1 + 3.5 \exp(-0.034m_{oi})]$$

$$\rho_{pi} = 25[1 + 1.5 \exp(-0.075m_{pi})]$$

$$\alpha_{mpi} = 0.014[1 + 0.5 \exp(-0.0075m_{pi})]$$

上述各式中 m_{oi} 、 m_{pi} 的单位为吨(t),而推力 F_{vi} 为千牛(kN)。

必须指出,上述讨论计算结构质量系数的方法,只可用来求火箭的总质量 m_{oi} 或推进剂相对质量系数 μ_b ,亦即求火箭的总质量特性,如果用来计算各组件质量则会出现较大偏差。至于进一步的质量计算以及质量与设计参数之间的相互关系,将在部件质量分析中进行研究。

4.3 装有固体火箭发动机的火箭质量方程

4.3.1 固体火箭发动机的结构质量

固体火箭发动机的全部结构质量 m_{en} 可以表达为下面的形式

$$m_{en} = m_{cyi} + m_{edi} + m_{ini} + m_{ni} \quad (4-24)$$

式中 m_{cyi} —— 燃烧室圆柱段壳体质量;

m_{cdi} ——燃烧室封头质量;
 m_{ini} ——燃烧室隔热层质量;
 m_{ni} ——喷管质量。

在导出型质量方程中,引入固体火箭发动机结构质量系数 α_{eni} ,因此,发动机全部结构质量通常可以用推进剂质量和结构质量系数来表示

$$m_{eni} = \alpha_{eni} m_{pi} \quad (4-25)$$

至于各部分质量的详细计算公式,则留在质量分析中介绍。

4.3.2 固体火箭的尾段、级间段等的质量

固体火箭的尾段和级间段等的质量 m_{ta} ,除包括壳体本身结构质量外,还包含该级的控制设备和电缆网的质量在内,初步计算时可近似地认为与该级子火箭的总质量成正比,即

$$m_{ta} = N_i m_{0i} \quad (4-26)$$

4.3.3 第 i 级推进剂质量

第 i 级固体火箭推进剂质量 m_{pi} 可以用下式表示

$$m_{pi} = m_{pwi} + \Delta m_{pi}$$

式中 m_{pwi} ——根据战术技术性能确定的推进剂质量;

Δm_{pi} ——非工作储量,指起飞前消耗量,工作完剩余量。

由于固体火箭发动机非工作储量是很小的,故一般通过修正系数 K_{wi} 来考虑,此修正系数根据各类火箭的统计数据进行选择,于是第 i 级推进剂质量又可以表示为下面的形式

$$m_{pi} = K_{wi} m_{pwi} \quad (4-27)$$

考虑到式(4-27),表达式(4-25)可改写成

$$m_{eni} = \alpha_{eni} K_{wi} m_{pwi} \quad (4-28)$$

综上所述,将第 i 级子火箭的总质量 m_{0i} 写成下面形式

$$m_{0i} = m_{0i+1} + m_{eti} + m_{tai} + m_{pi}$$

将右边各项的公式代入后,则有

$$m_{0i} = m_{0i+1} + N_i m_{0i} + K_{wi}(1 + \alpha_{eni})m_{pwi} \quad (4-29)$$

引入火箭的推进剂相对质量系数 $\mu_{ki} = m_{pwi}/m_{0i}$, 则上式变成

$$m_{0i} = m_{0i+1} + N_i m_{0i} + K_{wi}(1 + \alpha_{eni})\mu_{ki} m_{0i}$$

经变换后,整理得到下式

$$m_{0i} = \frac{m_{0i+1}}{1 - N_i - K_{wi}(1 + \alpha_{eni})\mu_{ki}} \quad (4-30)$$

或者写成

$$\mu_{ki} = \frac{(1 - N_i)m_{0i} - m_{0i+1}}{K_{wi}(1 + \alpha_{eni})m_{0i}} \quad (4-31)$$

同理,引入火箭级间质量比 ϵ_i , 则上式可改写成

$$\mu_{ki} = \frac{1 - N_i - \epsilon_i}{K_{wi}(1 + \alpha_{eni})} \quad (4-32)$$

对具有 n 级的固体火箭其起飞总质量可以写成下面的形式

$$m_{01} = \frac{m_{pl}}{\prod_{i=1}^n [1 - N_i - K_{wi}(1 + \alpha_{eni})\mu_{ki}]} \quad (4-33)$$

从上式可以看出,当有效载荷的质量给定时,火箭的总质量将由四个系数 N_i , K_{wi} , α_{eni} , μ_{ki} 确定。系数 N_i 与 K_{wi} 的散布较小,而且可以根据统计数据确定。子火箭推进剂相对质量系数 μ_{ki} 是射程(或速度)的函数,可由弹道设计来确定。

设计固体弹道导弹的主要难点是确定发动机的结构质量系数 α_{eni} , 由于此系数的大小主要取决于所用的结构材料,也取决于药柱形状和在燃烧室内布置的形式,因此,要设法从统计数据中选取平均值,其具体计算方法将在质量分析中专门研究。

4.4 火箭部件的质量分析

前面在建立火箭各部件的质量方程时,对火箭发动机的各个部件结构质量计算,采用了许多简化处理方式,引进了诸如 α_{en} , N_i , K_{wi} , K_i 等质量系数,并且将各部分质量都表示成主要设计参

量的线性函数。这样处理在总体设计初期是必要和有效的。但是随着设计过程的向前推移,火箭总体方案设计初步完成之后,为了进一步更加准确地确定火箭及各分系统、部件的质量,比较可靠地将质量指标分配给各分系统,必须进一步更加准确地估计各部分的质量,而且还要把各部分质量与各分系统的设计参数联系起来,进行综合优化处理,因此,要求建立更加详细准确的质量模型——展开型质量方程。

建立展开型质量方程,正如前面已提到的,就是要把部件结构的质量与其所受的载荷大小、结构型式以及材料特性联系起来,对各个部件按其具体情况进行处理,但基本方法是一致的。为了说明其基本方法,下面将以液体火箭发动机系统的推进剂贮箱为例来推导其展开型质量方程。

4.4.1 液体推进剂贮箱的质量分析

设某火箭的液体推进剂贮箱的结构示意如图 4—1 所示。

推进剂贮箱由贮箱壳体、隔框、附件几大部分组成,因此可将贮箱总质量表示如下

$$m_{pb} = m_{ts} + m_{st} + m_{sb} \quad (4-34)$$

式中 m_{pb} ——推进剂贮箱总质量(不含增压系统);

m_{ts} ——贮箱壳体的质量,它包括圆筒、箱底的质量;

m_{st} ——箱体隔框质量;

m_{sb} ——箱内附件的质量。

由于贮箱壳体包括圆筒段和箱底,显然是推进剂贮箱的主要质量,故需作详细分析。为使问题更加明显起见,作下列基本假设:

- (1) 贮箱材料相同,其强度极限为 σ_b 。
- (2) 贮箱为圆筒体,两端为半椭球形底。
- (3) 前后贮箱增压相同,且设为

$$p_w = p_{zb} = p_z \quad (4-35)$$

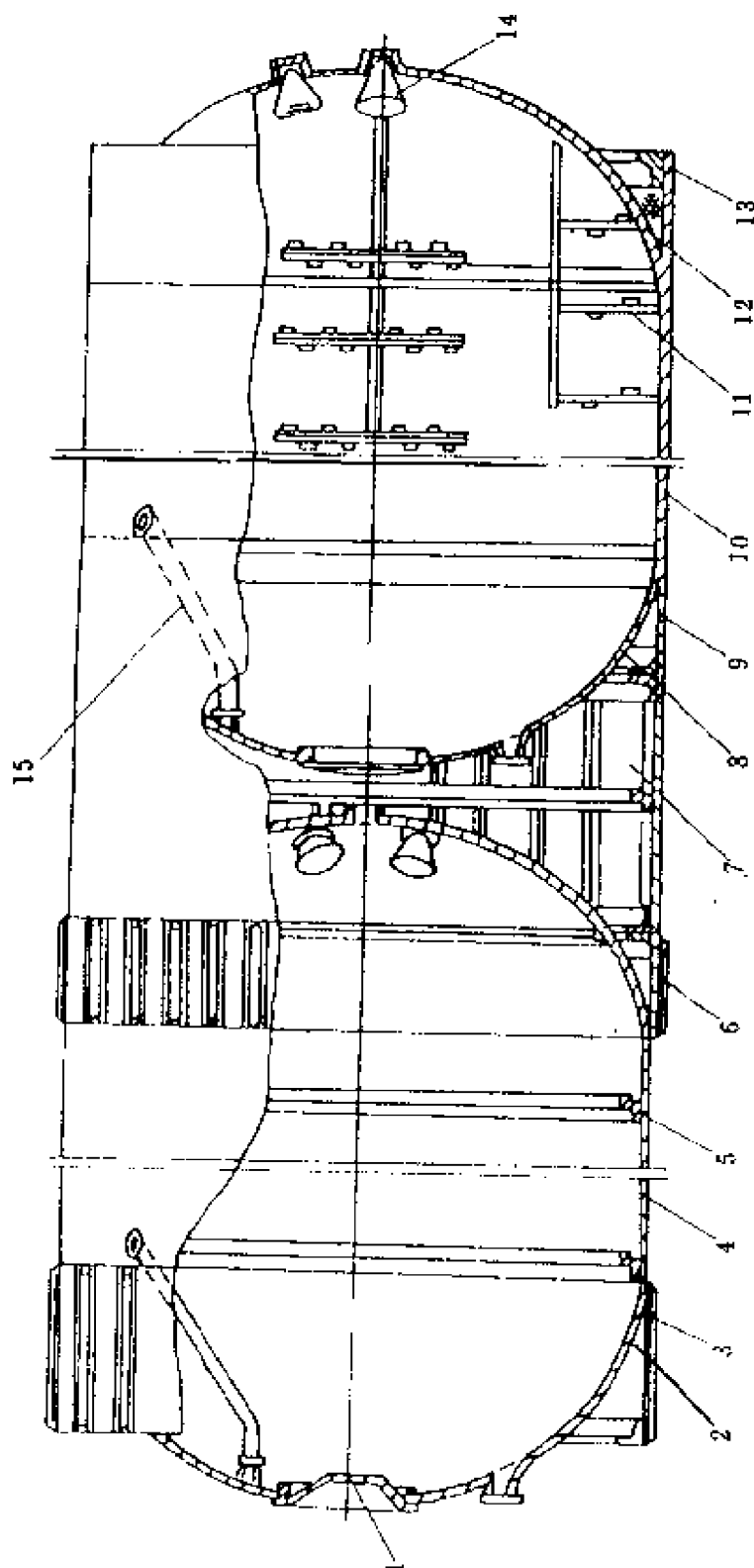


图 4-1 贮箱结构示意图

1—前箱盖;2—前底;3—前过渡段;4—加强框;5—后过渡段;
6—后底;7—后箱盖;8—后箱盖前过渡段;9—后箱盖后过渡段;10—后箱盖后过渡段;11—防晃装置;
12—后箱后底;13—后箱后底;14—防晃装置;15—增压管。

(4) 贮箱壳体厚度接受内压圆筒强度条件确定^①。

在上述假设下, 贮箱壳体质量可以用下式来描述

$$\begin{aligned} m_{ts} &= m_{tso} + m_{tsb} \\ &= \delta \rho (S_{tso} + S_{tsb}) \end{aligned} \quad (4-36)$$

式中 δ ——贮箱壳体的壁厚;

ρ ——金属材料密度;

S_{tso} ——氧化剂贮箱壳体面积;

S_{tsb} ——燃烧剂贮箱壳体面积。

因为

$$S_{tso} + S_{tsb} = 4S_b + \pi D(l_{tso} + l_{tsb}) \quad (4-37)$$

式中 S_b ——一个贮箱箱底的面积;

D ——贮箱直径;

l_{tso} ——氧化剂箱长度;

l_{tsb} ——燃烧剂箱长度。

现在的问题是如何来求出氧化剂箱长度 l_{tso} 和燃烧剂箱长度 l_{tsb} 。显然, 应当与要求的推进剂总质量联系起来研究。因为

$$m_{pb} = a_1 (2V_b + \frac{\pi}{4} D^2 l_{tsb}) \rho_{pb} = \frac{1}{1+\gamma} m_p$$

$$m_{po} = a_2 (2V_b + \frac{\pi}{4} D^2 l_{tso}) \rho_{po} = \frac{\gamma}{1+\gamma} m_p$$

式中 a_1, a_2 ——贮箱未充满系数 (<1);

V_b ——贮箱底部分体积;

ρ_{pb}, ρ_{po} ——燃烧剂、氧化剂之密度;

m_{pb}, m_{po} ——燃烧剂、氧化剂之质量;

γ ——推进剂混合比, 且为

$$\gamma = \frac{m_{po}}{m_{pb}} = \frac{m_{po}}{m_{pb}}$$

所以

^① 有增压存在时成立, 而且增压压力形成的拉应力应高于纵、横过载引起的压、弯应力。

$$l_{tsb} + l_{tso} = \frac{4}{\pi D^2} \left[\frac{m_p}{1 + \gamma} \frac{a_2 \rho_{po} + \gamma a_1 \rho_{pb}}{a_1 a_2 \rho_{po} \rho_{pb}} - 4V_b \right]$$

若取 $a_1 = a_2 = a$, 则上式简化为

$$l_{tsb} + l_{tso} = \frac{4}{\pi D^2} \left[\frac{m_p}{1 + \gamma} \frac{\rho_{po} + \rho_{pb} \gamma}{a \rho_{po} \rho_{pb}} - 4V_b \right]$$

设

$$\rho_{cp} = \frac{(1 + \gamma) \rho_{po} \rho_{pb}}{\gamma \rho_{pb} + \rho_{po}}$$

定义 ρ_{cp} 为推进剂的平均密度。则上式化简为

$$l_{tsb} + l_{tso} = \frac{4}{\pi D^2} \left(\frac{m_p}{a \rho_{cp}} - 4V_b \right) \quad (4-38)$$

现在, 进一步推导 S_b 、 V_b 的关系式。对采用半椭球形箱底的表面面积和体积可由下面公式计算

$$\begin{cases} S_b = \frac{\pi D^2}{4} \left[1 + \frac{1}{h \sqrt{h^2 - 1}} \ln(h + \sqrt{h^2 - 1}) \right] \\ V_b = \frac{1}{12} \frac{\pi D^3}{h} \end{cases} \quad (4-39)$$

式中 h ——椭球底底部半径与高度之比。

对于承受内压作用的圆筒壳, 可以根据材料力学的无力矩理论计算壳体的壁厚, 即

$$\delta = \frac{k p_z D}{2[\sigma]}$$

式中 k ——考虑强度储备、焊接影响的安全系数;

$[\sigma]$ ——壳体材料的许用应力。

将以上各项方程式代入式(4-36)、(4-37)中, 整理后可以得到推进剂贮箱壳体的总质量方程

$$m_{ts} = \frac{k p_z \rho}{2[\sigma]} \left[\pi D^3 F(h) + \frac{4m_p}{a \rho_{cp}} \right] \quad (4-40)$$

式中

$$F(h) = 1 - \frac{4}{3h} + \frac{1}{h\sqrt{h^2-1}} \times \ln(h + \sqrt{h^2-1}) \quad (4-41)$$

又因 $m_p = \mu_k m_0$ 故有

$$m_{ts} = \frac{k p_c \rho}{2[\sigma]} \left[\pi D^3 F(h) + \frac{4\mu_k m_0}{a \rho_{cp}} \right] \quad (4-42)$$

分析上式可知,当火箭的总体方案初步确定之后,则动力系统的结构型式应基本确定,因此,推进剂及壳体类型、性能均已确定。于是推进剂贮箱壳体的质量可以认为仅仅是火箭的直径、总质量和推进剂相对质量系数的函数。即

$$m_{ts} = f(D, \mu_k, m_0)$$

一般情况下, D 是由总体设计确定的参数, μ_k 是由技术指标按优化设计准则确定的参数。因此,根据式(4-42)可以将推进剂贮箱壳体质量写成相对于火箭总质量的形式,即

$$\frac{m_{ts}}{m_0} = A + B\mu_k \quad (4-43)$$

式中 A, B 可以根据统计资料确定,只与贮箱的结构型式和材料有关,式(4-43)实际上就是总体设计最初阶段使用的导出型质量方程。

从以上推进剂贮箱展开型质量方程推导结果分析中可以发现,火箭导出型质量方程其实质只是展开型质量方程的一种简化,两种型式的本质是完全一致的。通过分析两者之间的联系与差别,可以启发我们应当如何运用基本理论知识去发掘总结实践经验,进行归纳、综合、提高,以便进一步运用于工程设计之中。

下面各节我们将常用的火箭部件结构质量方程分别不加详细推导地列出,供分析应用。

4.4.2 加强圆柱壳体轴压下的质量

加强的圆柱壳体在轴压作用下,其质量由壳体隔框、蒙皮、桁

条等质量组成。其质量方程如下

$$m_{cy} = K_{cy} \rho_m \lambda_{cy} D_{cy} \left[\frac{N_x}{[\sigma]} + \frac{\pi \bar{G}_{cy}}{2 \lambda_n^{1.5}} N_x^{0.5} \right] \quad (4-44)$$

式中 K_{cy} ——统计修正系数；

λ_{cy} ——圆柱壳的相对长度；

λ_n ——隔框间的相对距离；

N_x ——轴向载荷；

$$\bar{G}_{cy} = \left(\frac{c_n}{K_n E_n} \right)^{0.5} \quad (4-45)$$

c_n ——避免圆筒总体失稳而选定的无因次系数；

ρ_m ——材料密度；

E_n ——隔框材料的弹性模量。

$K_n = J_n / E_n^2$ 是隔框剖面抗弯刚性系数。参数式(4-45)是一个准则,借助于它的选择,可以预定某种形式的破坏或达到局部失稳和总体失稳同时出现的最佳条件。

式(4-44)可应用于承力箱体和级间段、箱间段的质量计算。

4.4.3 截锥壳的质量

不考虑内部加强的截锥壳受轴压时的质量 m_c 公式

$$m_c = \frac{N_x \rho_m}{4 [\sigma] \cos \theta} (R_m + 1) [4l^2 + (R_m - 1)d^2]^{\frac{1}{2}} \quad (4-46)$$

式中 θ ——半锥角；

R_m ——底部直径比, $R_m = \frac{D}{d}$ ；

D, d ——分别表示截锥大端、小端直径；

l ——截锥体之长度。

4.5 固体火箭发动机结构的质量

固体火箭发动机的典型构造如图 4-2 所示。

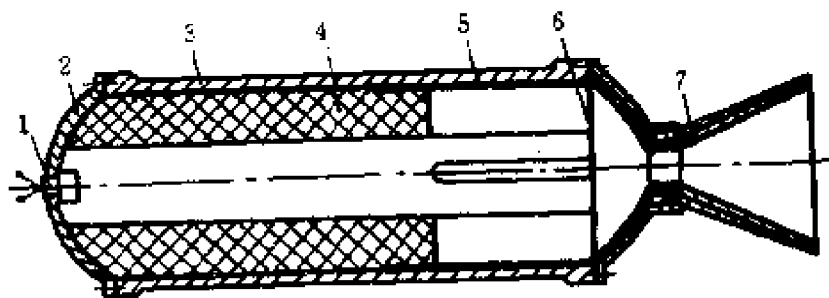


图 4-5 固体火箭发动机的构造

1—点火器, 2—前封头, 3—外壳, 4—带槽的药柱;

5—隔热涂层, 6—隔热层, 7—喷管装置。

由式(4-24)可知, 固体火箭发动机全部结构质量 m_{en} 可表示如下

$$m_{en} = m_{cy} + m_{cd} + m_{in} + m_{\pi} + m_{hs} \quad (4-47)$$

下面分析各部分质量方程。

燃烧室圆柱段质量 m_{cy}

$$m_{cy} = \frac{\pi}{2} D^3 p_c \frac{\rho_{\pi}}{[\sigma]} \lambda_{cy} \quad (4-48)$$

上式就是按贮箱公式推导出来的。

封头质量 m_{cd} , 根据其形状为球缺形、椭球形不同, 可以按贮箱底方式推演出来。每个封头的质量

$$m_{cd} = \frac{1}{2} m_{BB} \quad (4-49)$$

式中 m_{BB} ——与封头几何尺寸相同的椭球体质量。

固体火箭发动机壳体的内表涂有隔热层用来防止高温燃气对壳体的作用。隔热层的厚度取决于发动机的结构和所用材料的物理特性。当所用隔热层的厚度为常值并等于某一平均值时, 则可以按圆柱壳公式计算隔热层质量

$$m_{in} = \pi D^2 \lambda_{cyl} \rho_{min} \delta_{in} \quad (4-50)$$

式中 λ_{cyl} ——隔热层壳体的相对长度;

ρ_{min} ——隔热材料之密度;

δ_{in} ——隔热层厚度。

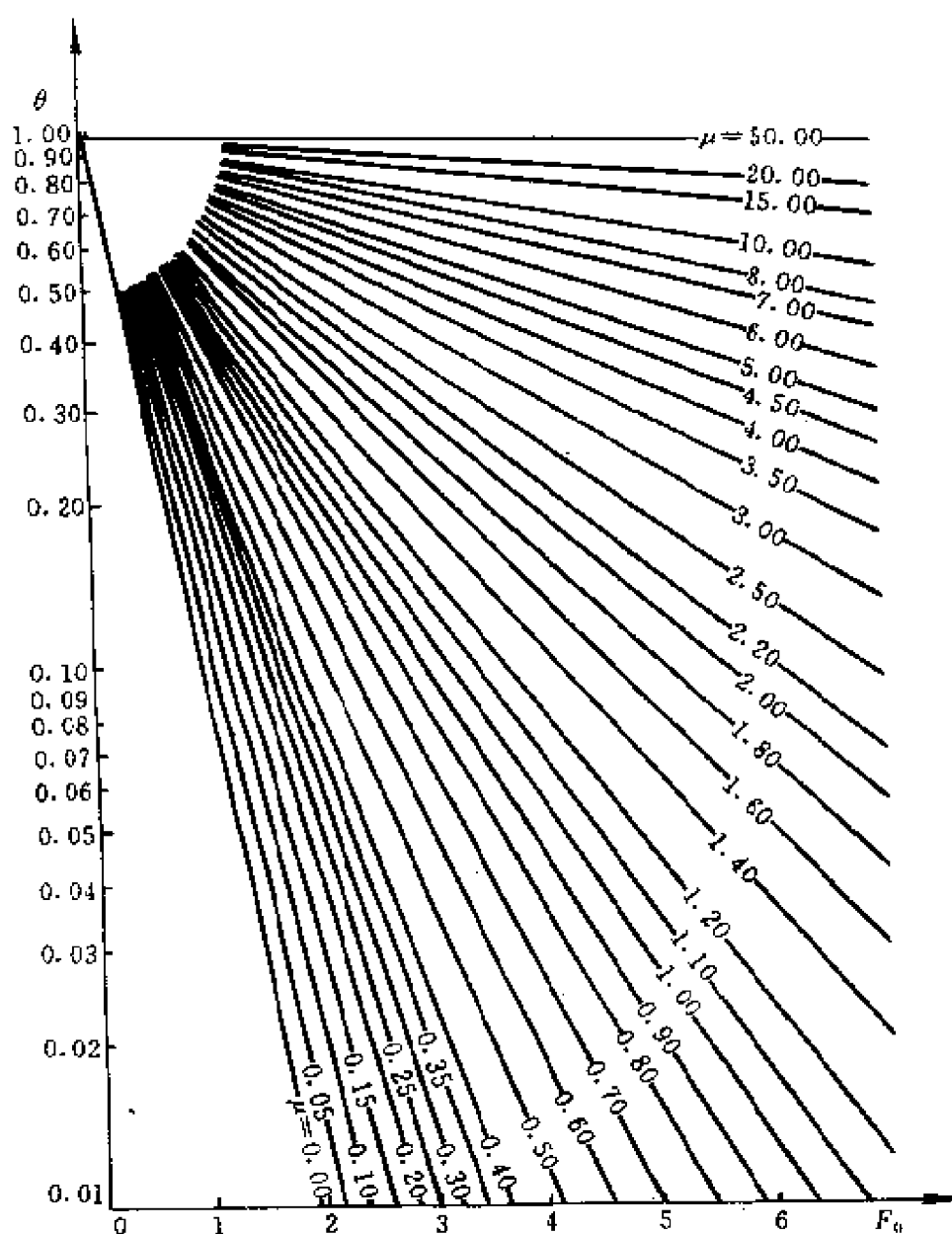


图 4-3 确定隔热层厚度用的函数曲线

式(4-50)中的隔热层厚度,可利用图 4-3 中的曲线以及下列关系式进行计算

$$\mu = \frac{(\alpha\delta_{in} + k_{in})\rho_m c_m \delta_m + k_{in}\rho_{in}c_{in}\delta_{in}}{\alpha\gamma_{in}c_{in}\delta_{in}^2} \quad (4-51)$$

$$\theta = \frac{T_0 - T_d}{T_0 - T_k} \quad (4-52)$$

$$\delta_{in} = \sqrt{\frac{k_{in}\tau}{F_0 c_{in} \gamma_{in}}} \quad (4-53)$$

式中 ρ_m, c_m, δ_m —— 固体火箭发动机壳体或封头所用材料的密度 (kg/m^3)、比热 ($\text{J}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})$) 和厚度 (mm);

$\rho_{in}, c_{in}, \delta_{in}$ —— 隔热层所用材料的密度、比热与厚度;

α —— 燃气与隔热层的热交换系数 ($\text{J}/(\text{m}^2 \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{C})$);

k_{in} —— 隔热层的热传导系数 ($\text{J}/(\text{m}^2 \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{C})$);

T_0 —— 燃烧产物的温度 ($^\circ\text{C}$);

T_h —— 发动机壳体之初温 ($^\circ\text{C}$);

T_d —— 火箭壳体允许的温度 ($^\circ\text{C}$);

τ —— 发动机工作时间 (h);

F_0 —— 由图 4-3 中的曲线所确定的函数。

隔热层的厚度可用逐次逼近法依下列次序进行。

(1) 先选定某一个隔热层厚度 δ_{in} 值, 代入式 (4-51) 求出 μ 。

(2) 根据给定的 T_0, T_d, T_h 值求出 θ 。

(3) 利用图 4-3 中曲线, 通过 μ, θ 值得到参数 F_0 。

(4) 利用式 (4-53) 计算出第一次近似的隔热层厚度 δ , 并以此 δ 作为第二次逼近的初始参数值。

反复进行上述 (1), (2), (3), (4) 四个步骤的计算, 直到达到所要求的精度为止。上述计算的隔热层厚度是不考虑隔热层的烧蚀条件下得到的。当采用烧蚀性隔热涂覆材料时, 其厚度则要考虑烧蚀掉的厚度。在烧蚀率为 u_{in} 的条件下, 烧蚀隔热层的厚度为

$$\delta_a = \int_0^\tau u_{in} dt$$

当 u_{in} 为常数时

$$\delta_a = u_{in} \tau \quad (4-54)$$

所需的隔热层厚度应保证

$$\delta = \delta_a + \delta_{in} \quad (4-55)$$

式中, δ_{in} 为保证满足发动机允许温度条件下的隔热层厚度, 在烧蚀率 u_{in} 为常数时, δ_{in} 亦可以用近似公式估算

$$\delta_{in} \approx \frac{1}{u_{in}} \left(-\ln \frac{T_d - T_b}{T_i - T_b} \right) \quad (4-56)$$

式中 T_i —— 隔热层开始温度。

当然 δ_{in} 亦可按式(4-51)~(4-53)进行计算。

固体火箭发动机喷管结构质量的计算最为复杂, 由于喷管承受的压力载荷不大, 并且对高温气体采取了防护措施, 因此喷管壳体的厚度通常从结构上来考虑, 即从满足刚度要求和安装向量控制元件的需要来选择。

喷管的质量可按下面的公式计算

$$m_n = n_n S_n (\rho_n \delta_n + \rho_{in} \delta_{in}) \quad (4-57)$$

式中 n_n —— 喷管数量;

S_n —— 一个喷管的表面积;

ρ_n, ρ_{in} —— 喷管壁和隔热层之密度;

δ_n, δ_{in} —— 喷管和隔热层厚度平均值。

对半锥角为 β 的锥形喷管表面积等于

$$S_n = \frac{\pi}{4 \sin \beta_c} \left(\frac{S_a}{S_k} - 1 \right) d_k^2 \quad (4-58)$$

式中 S_a/S_k —— 喷管之面积比;

d_k —— 喷管喉部直径。

根据发动机设计原理可知

$$d_k = \left[\frac{4 S_a u \rho_p \sqrt{RT}}{\pi K_0 p_c} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4-59)$$

式中 S_a, u, ρ_p —— 分别为装药的燃烧面积、燃烧速度和密度;

K_0 —— 与绝热指数有关的系数, 可由表 4-1 查得。

代入有关数据后, 得到计算喷管质量的关系式:

表 4-1 参数 K_0 值

k	1.12	1.14	1.16	1.18	1.20	1.22	1.24	1.26
K_0	0.633	0.638	0.641	0.645	0.648	0.652	0.655	0.659

$$m_n = \frac{S_u u \rho_p (\rho_m \delta_n + \rho_{in} \delta_{in}) \sqrt{RT} \left(\frac{S_a}{S_k} - 1 \right)}{K_0 p_c \sin \beta_c} \quad (4-60)$$

因为发动机的推力

$$P = S_u u \rho_p P_{sp}$$

所以上式可以写成

$$m_n = \frac{P (\rho_m \delta_n + \rho_{in} \delta_{in}) \sqrt{RT} \left(\frac{S_a}{S_k} - 1 \right)}{P_{sp} K_0 p_c \sin \beta_c} \quad (4-61)$$

关于喷管隔热层厚度 δ_{in} 可以仿照燃烧室隔热层厚度计算方法进行估算, 喷管面积比 (S_a/S_k) 可以根据图 4-4 的曲线关系给出。

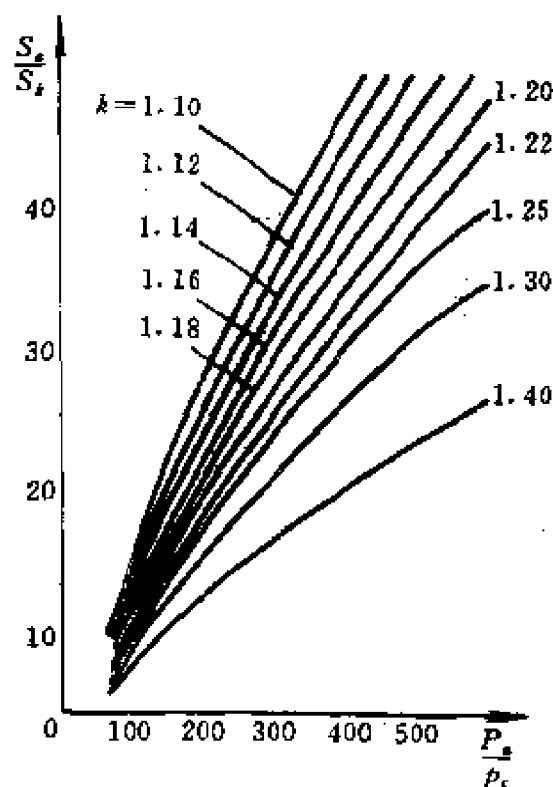


图 4-4 $\frac{S_a}{S_k}$ 与 $\frac{P_a}{P_c}$ 和 k 的关系

应当指出,展开型质量分析关系式计算喷管质量比较繁琐,在初步设计时使用不便,必要性也不大。因此有些作者根据大量统计资料分析后,认为可以采用更为简单的形式进行估算

$$m_n = K_c I \quad (4-62)$$

式中 I —— 发动机总冲;

K_c —— 比例常数,对现代设计的固体发动机:

$$K_c \approx (0.8 \sim 1.2) \times 10^{-5} \quad (\text{m/s})$$

至此,固体火箭发动机结构质量计算关系式已全部推导完毕,当确定了主要设计参数后,即可计算其结构总质量,配合弹道设计确定的推进剂相对质量系数 μ_s 之后,即可求出火箭的总质量。

4.6 质量方程系数的精度对射程的影响

为了确保初步设计确定的火箭最大射程能满足战术指标规定的精度要求,必须保证总体设计中质量计算的必要精度。因此需要建立质量方程系数的偏差和决定火箭射程的其他随机偏差之间的关系。假设,射程偏差是由下述相互独立的偏差组成的:射程计算方法偏差、质量系数计算偏差及发动机比冲计算偏差。则相对均方差之间有下列关系

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_L = \{ & \bar{\sigma}_{BL}^2 + \sum_{i=1}^n [(\frac{\partial \bar{L}}{\partial I_{spi}} \bar{\sigma}_{Ispi})^2 \\ & + (\frac{\partial \bar{L}}{\partial K_i} \bar{\sigma}_{Ki})^2 + (\frac{\partial \bar{L}}{\partial N_i} \bar{\sigma}_{Ni})^2] \}^{\frac{1}{2}} \quad (4-63) \end{aligned}$$

式中 $\bar{\sigma}_{BL} = \sigma_{BL}/L$ —— 射程计算相对均方差;

$\bar{\sigma}_{Ispi} = \sigma_{Ispi}/I_{spi}$ —— 比冲相对均方差;

$\bar{\sigma}_{Ki} = \sigma_{Ki}/K_i$ —— 质量系数 K_i 相对均方差;

$\bar{\sigma}_{Ni} = \sigma_{Ni}/N_i$ —— 质量系数 N_i 相对均方差。

显然

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{L}}{\partial \bar{I}_{spi}} = \frac{\partial \bar{L}}{\partial \bar{v}_k} \frac{\partial \bar{v}_k}{\partial \bar{I}_{spi}} \\ \frac{\partial \bar{L}}{\partial \bar{K}_i} = \frac{\partial \bar{L}}{\partial \bar{v}_k} \frac{\partial \bar{v}_k}{\partial \bar{\mu}_i} \frac{\partial \bar{\mu}_i}{\partial \bar{K}_i} \\ \frac{\partial \bar{L}}{\partial \bar{N}_i} = \frac{\partial \bar{L}}{\partial \bar{v}_k} \frac{\partial \bar{v}_k}{\partial \bar{\mu}_i} \frac{\partial \bar{\mu}_i}{\partial \bar{N}_i} \end{cases} \quad (4-64)$$

在战术技术指标论证阶段及初步设计阶段,如果射程偏差 $\bar{\sigma}_L = 2\%$,则认为确定射程精度满足要求。近似弹道计算射程计算精度的均方差则应不超过 1% 。

为确定上述导数作下列几点假设:

(1) 射程按下式确定

$$L = aL_e \quad (4-65)$$

式中 a ——统计比例系数;

L_e ——椭圆弹道射程。

(2) 主动飞行段终点速度

$$v_k = \sum_{i=1}^n K_{vi} I_{spi} \ln \frac{1}{1 - \mu_{ki}} \quad (4-66)$$

式中 K_{vi} ——考虑重力和大气阻力影响系数。

(3) 推进剂相对质量系数

$$\mu_{ki} = \frac{1 - N_i}{1 + K_i} - \frac{\varepsilon_i}{1 + K_i} \quad (4-67)$$

为建立椭圆射程的偏差和末速之间的关系式,运用对于 $h_k = 0$ 时的关系式:

$$\begin{cases} L_e = 2\beta_0 R \\ \beta = \arcsin\left(\frac{\theta}{2 - \theta}\right) \\ \theta = \frac{v_k^2}{g_0 R} \end{cases} \quad (4-68)$$

相对 v_k 解算式(4-68)可得

$$v_k^2 = 2g_0 R \frac{\sin \beta_0}{(1 + \sin \beta_0)} \quad (4-69)$$

进行变换后,可得

$$\frac{\Delta v_k}{v_k} = \frac{\beta_0 \cos \beta_0}{2 \sin \beta_0 (1 + \sin \beta_0)} \frac{\Delta \beta_0}{\beta_0} \quad (4-70)$$

考虑到 $\Delta L/L = \Delta L_e/L = \Delta \beta_0/\beta_0$, 可得射程相对偏差的表达式

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{2 \sin \beta_0 (1 + \sin \beta_0)}{\beta_0 \cos \beta_0} \frac{\Delta v_k}{v_k} \quad (4-71)$$

取导数,可得

$$\frac{\partial \bar{L}}{\partial v_k} = \frac{2 \sin \beta_0 (1 + \sin \beta_0)}{\beta_0 \cos \beta_0} \quad (4-72)$$

按式(4-64)计算的 $\partial \bar{L}/\partial v_k$ 值列入表 4-2 中。由式(4-58)可得

表 4-2 $\partial \bar{L}/\partial v_k$ 值

$L_e(\text{km})$	6000	8000	10000	12000	14000
$\frac{\partial \bar{L}}{\partial v_k}$	3.1	3.7	4.4	5.3	6.8

$$\frac{\partial \bar{v}_k}{\partial I_{spi}} = \frac{\bar{v}_{ki}}{v_k} \quad (4-73)$$

$$\frac{\partial \bar{v}_k}{\partial \mu_{ki}} = \frac{\mu_{ki} v_{ki}}{(1 - \mu_{ki}) \ln(1 - \mu_{ki}) v_k} \quad (4-74)$$

式中

$$v_{ki} = K_i I_{spi} \ln \frac{N_i}{1 - \mu_{ki}}$$

对式(4-67)求导得

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{\mu}_{ki}}{\partial K_i} = - \frac{K_i}{1 + K_i} \\ \frac{\partial \bar{\mu}_{ki}}{\partial N_i} = - \frac{N_i}{(1 + K_i) \mu_{ki}} \end{cases} \quad (4-75)$$

将导数值代入式(4-63),可得

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_L = & \left[\bar{\sigma}_{\text{RL}}^2 + \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial \bar{L}}{\partial v_{ki}} \frac{\bar{v}_{ki}}{v_{ki}} \right)^2 \right. \\ & \times \left. \left\{ \bar{\sigma}_{I_{spi}}^2 + \bar{v}_{ki}^2 f_M^2 \left[\left(\frac{K_i}{1 + K_i} \bar{\sigma}_{ki} \right)^2 \right. \right. \right. \end{aligned}$$

$$+ \left(\frac{N_i}{(1 + K_i)\mu_{ki}} \bar{\sigma}_{N_i} \right) \Big] \Big]^\frac{1}{2} \quad (4-76)$$

式中

$$f_M = \frac{\mu_{ki}}{(1 - \mu_{ki}) \ln(1 - \mu_{ki})} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (4-77)$$

f_M 计算值列入表 4-3 中。

表 4-3 系数 f_M 值

μ	0.5	0.55	0.6	0.65	0.7	2.75	0.8	0.85	0.9
f_M	1.45	1.51	1.61	1.75	1.93	2.14	2.45	2.97	3.9

利用式(4-76)可以确定导出型质量方程对各参数和系数的精度要求,反之也可以确定质量计算中的系数偏差对射程的精度影响。

例 试确定一枚二级导弹质量预测所必须达到的精度,已知参数如下:

$$L_m = 11000 \text{ km}, m_{01} = 65000 \text{ kg}, \mu_{k1} = 0.69, \mu_{k2} = 0.82$$

$$K_1 = 0.037, K_2 = 0.042, N_1 = 0.031, N_2 = 0.048$$

假设各质量系数计算时相对均方差相等,即 $\bar{\sigma}_{BL} = \bar{\sigma}_{N_i} = \bar{\sigma}_{K_i}$;引入符号:

$$D_i^2 = \left(\frac{K_i}{1 + K_i} \right)^2 + \left(\frac{N_i}{(1 + K_i)\mu_{ki}} \right)^2 \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

将上式代入可得到

$$\bar{\sigma}_B = \left\{ \frac{\bar{\sigma}_L^2 - \bar{\sigma}_{BL}^2 - \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial \bar{L}}{\partial \bar{v}_{ki}} \frac{\partial \bar{v}_{ki}}{\partial v_i} \right)^2 \sigma_{I_{sp}i}}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial \bar{L}}{\partial \bar{v}_{ki}} \frac{\partial \bar{v}_{ki}}{\partial v_k} \right)^2 f_M^2 D_i^2} \right\}^\frac{1}{2}$$

发动机比冲的最大偏差 $3\sigma_{I_{sp}}$ 一般不大于 20 m/s , 且

$$I_{sp} = 3020 \text{ m/s}$$

则

$$\bar{\sigma}_{sp} = 0.002$$

设

$$\bar{\sigma}_{I_{sp},1} = \bar{\sigma}_{I_{sp},2}, v_k = 2v_{ki}$$

当 $L_{\max} = 11000\text{km}$ 时, 可算出

$$\frac{\partial \bar{I}}{\partial v_{ki}} = 5.3$$

将系数 K_i, N_i 代入 D_i 中, 可算出

$$D_1^2 = 0.0026, D_2^2 = 0.0024$$

取

$$\bar{\sigma}_L = 0.02, \sigma_{Bl} = 0.01$$

代入公式, 可得到

$$\bar{\sigma}_B = 0.005$$

因此极限偏差值为 $3\bar{\sigma}_B = 0.015$ 。这就是说, 在研究情况下, 质量系数预测值应不大于 1.5%。

第五章 弹道导弹与运载火箭的飞行轨道设计

5.1 飞行轨道设计的概念

弹道导弹和运载火箭的飞行轨道设计是总体设计过程的一个重要内容,是研制最佳飞行器系统必须解决的主要问题之一。

轨道设计必须解决以下三方面问题:

(1)研究各种发射条件对火箭射程的影响,确定最大射程的设计指标。

(2)研究火箭的飞行性能与总体设计参数、弹道设计参数的相互关系。

(3)根据给定的轨道参数,选择最佳的飞行程序。

在火箭的总体设计中,轨道设计起着极其重要的作用,火箭总体方案、设计参数、运载性能与飞行方案都要根据轨道设计的结果确定。

在方案论证和方案设计阶段,为了寻找一个满足各项指标要求的火箭总体方案,需要进行大量的弹道分析和综合优化,并在此基础上确定火箭的总体设计。

在初步设计阶段,要进行初步的轨道计算,为火箭各分系统提供所需的轨道数据,核实火箭的运载性能,检查飞行方案对弹体结构、稳定系统、制导系统的适应性,检查在各种飞行条件下以及火箭参数偏离额定值时,能否保证达到给定的运载性能和射击精度(或入轨精度)。

火箭的飞行轨道是火箭各分系统特性在飞行性能上的综合反

映,所以轨道设计需要在火箭研制过程中协调各系统的设计状态,掌握各系统在研制过程中可能出现的影响总体性能的变化,及时起协调控制作用。

在飞行试验阶段,轨道设计还应根据火箭各系统最终实际参数进行精确的轨道计算,进一步核实火箭的运载性能,为各分系统提供飞行试验数据等。

轨道设计的理论基础是火箭飞行力学。

火箭飞行性能与设计参数之间的相互关系是建立在火箭运动简化理论基础上的,所建立的飞行性能计算方程称为飞行性能估算理论。火箭轨道优化,主要解决火箭推力向量最佳变化规律的问题。

本章主要介绍与轨道设计有关的火箭飞行理论及其应用方法。主要包括运动方程的建立和求解方法。轨道设计的基本方法、轨道优化理论及其应用等,则在下一章讨论。

5.2 火箭飞行运动坐标系及其受力分析

一、运动坐标系的建立

为了建立火箭运动方程,必须首先建立坐标系。在火箭总体设计中最常用的有四种坐标系:即地心坐标系,地面发射坐标系,弹(箭)体坐标系,速度坐标系等。

坐标系是关于确定空间点在一定的参考系中位置的方法,在轨道计算中常用的坐标系一般为右手直角坐标系。

(1)地心极坐标系($O_e-\gamma\eta\beta$):坐标原点 O_e 在地心; γ 为地心到空间点的距离; η 角是空间点向径与赤道平面夹角; β 角在赤道平面内,是从射击平面与赤道平面交线算起逆时针方向到空间点在赤道平面上投影的角度(图 5—1)。

(2)地面发射坐标系(O_e-xyz):坐标原点 O_e 在发射点; $O_e x$ 轴在发射点水平面,指向发射瞄准方向; $O_e y$ 轴沿发射点垂直向上。 O_e-xyz 为右手坐标系。

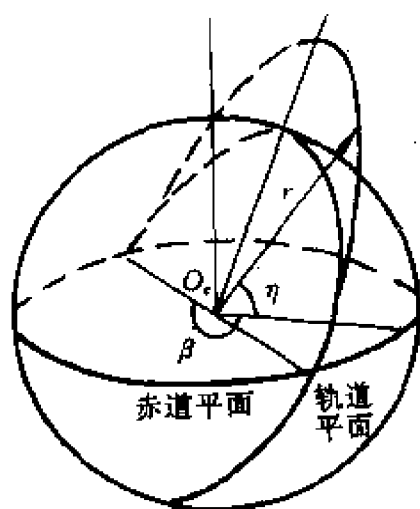
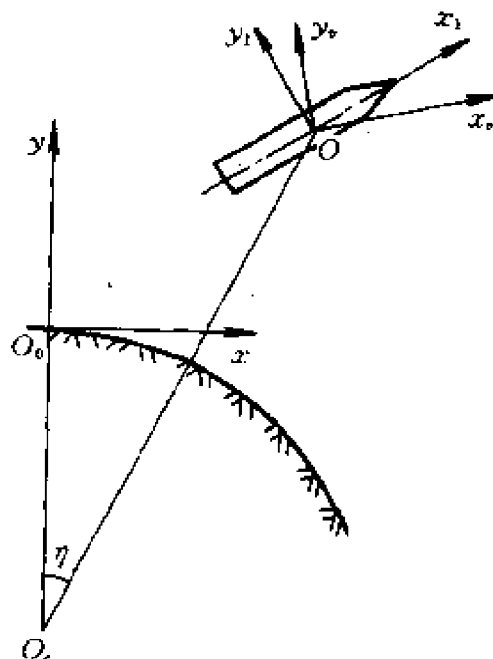


图 5-1 地心极坐标系

图 5-2 地面发射坐标系、
弹体坐标系和速度坐标系

(3) 弹体坐标系 ($O-x_1y_1z_1$): 坐标原点 O 在飞行器的质心; Ox_1 轴沿飞行器纵轴指向头部; Oy_1 轴在飞行器的纵对称面内, 垂直 Ox_1 轴向上 $O-x_1y_1z_1$ 为右手坐标系。

(4) 速度坐标系 ($O-x_vy_vz_v$): 坐标原点 O 在飞行器的质心; Ox_v 轴沿飞行器的速度方向; Oy_v 轴在飞行器的纵对称面内, 垂直 Ox_v 轴向上。 $O-x_vy_vz_v$ 为右手坐标系。

上述各个坐标系见图 5-2。

各种坐标系都有其独特的优点, 不同场合可以灵活使用不同坐标系, 亦可同时使用几种坐标系, 各种坐标系有固定的转换关系。

二、作用在火箭上的力和力矩

火箭在大气中飞行将受到地球引力、大气阻力、升力以及火箭动力装置的推力和控制系统的操纵力的作用。当火箭的攻角 α 为正值时作用在火箭上的力列入表 5-1 中。

由于升力、阻力、控制力不作用于质心, 故向质心移轴时将产生力矩。

表 5—1 作用在箭体上的力(攻角 $\alpha > 0$)

名 称	大 小	方 向	作 用 点
推力	P	沿 x_1 轴方向	喷口中心
阻力	$X = c_x q S$	沿 Ox_0 轴反向	压心(p 点)
升力	$Y = c_y q S$	沿 Oy_0 正向	压心
重力	$G = mg$	指向地心	质心(g 点)
控制力	Y_c	沿 Oy_1 反向	(y 点)

稳定力矩

$$M_{x_1 Y} = Y(x_p - x_g)$$

控制力矩

$$M_{x_1 Y_c} = Y_c(x_y - x_g)$$

由于弹体绕质心摆动时,将产生阻尼、阻尼力矩及哥氏力矩。

$$M_{x_1} \omega_{x_1} = M_{x_1}^{\omega_{x_1}} \omega_{x_1}$$

$$M_c = \frac{\delta J}{\delta t} \omega_x$$

由于哥氏力矩一般较小,放在设计中通常不予考虑。

当分析了火箭飞行中所受的外力及力矩之后,就可以在某一坐标系内建立其飞行运动的微分方程。

5.3 火箭主动飞行段的运动微分方程

在火箭的总体设计的初期,为了分析选择火箭总体参数对飞行特性的影响,可以对火箭的飞行环境作适当的简化以建立运动微分方程。为此我们作以下几点假设:

(1)地球是一个不旋转的球体。

(2)重力相当于引力,而且都是指向地心,其数值随高度而变化,即

$$g = g_0 \left(\frac{R}{R + h} \right)^2$$

(3)大气为理想标准大气。

(4)火箭的特性是标准的,在发射平面内运动,因此忽略横向

偏差带来的影响。

(5) 控制系统是理想的, 火箭无惯性, 因此火箭运动完全按程序飞行,

根据以上假设, 建立在发射坐标系上的火箭运动微分方程可写成如下形式:

$$\left\{ \begin{array}{l} m(t) \frac{dv_x}{dt} = P \cos \varphi - X \cos \theta - Y \sin \theta - m(t) g \sin \eta \\ m(t) \frac{dv_y}{dt} = P \sin \varphi - X \sin \theta + Y \cos \theta - m(t) g \cos \eta \\ \frac{dx}{dt} = v_x \\ \frac{dy}{dt} = v_y \\ v^2 = v_x^2 + v_y^2 \\ r^2 = x^2 + (R + y)^2 \\ h = r - R \\ \tan \eta = x / (R + y) \\ \cos \theta = v_x / v \\ \sin \theta = v_y / v \\ \alpha = \varphi - \theta \\ \varphi = \varphi_{pr}(t) \end{array} \right. \quad (5-1)$$

式中 $m(t)$ —— 火箭的瞬时质量;

P —— 发动机的推力;

X, Y —— 火箭的空气阻力和升力;

g —— 当地的重力加速度;

φ —— 俯仰角, 用弹体纵轴与发射点水平线的夹角度量;

φ_{pr} —— 程序俯仰角;

α —— 攻角;

θ —— 速度向量对发射点水平线的夹角;

η —— 极坐标角;

r —— 向径;

h —— 火箭距地面高度;

R —— 地球之半径平均值, $R = 6371 \text{ km}$ 。

方程组(5-1),由含有 11 个未知数 $v, v_x, v_y, x, y, r, h, \varphi, \theta, \alpha, \eta$ 的 11 个方程组成,如果知道了导弹或火箭的质量 $m(t)$ 、推力 $P(h)$ 、阻力 $X(v, h, \alpha)$ 和升力 $Y(v, h, \alpha)$ 以及初始条件值即可求解。但是在火箭未设计出来以前上述参数是未知的,因此在火箭设计的初期上述方程很难利用,为了使设计中分析和选择总体设计参数满足战术技术要求,必须对上述方程作必要的处理和简化,这将在后面章节中解决。

5.4 火箭被动飞行段的运动微分方程

一、地面坐标系中被动飞行段运动微分方程

火箭发动机工作结束以后,推力消失,火箭依靠惯性继续在被动飞行段飞行,一般不再进行控制操纵,火箭完全处于自由飞行状态,此时火箭的运动微分方程,可以在主动飞行段运动微分方程的基础上改写成下列形式:

$$\left\{ \begin{array}{l} m \frac{dv_x}{dt} = X \cos \theta - Y \sin \theta - mg \sin \eta \\ m \frac{dv_y}{dt} = -X \sin \theta + Y \cos \theta - mg \cos \eta \\ \frac{dx}{dt} = v_x \\ \frac{dy}{dt} = v_y \\ v^2 = v_x^2 + v_y^2 \\ r^2 = x^2 + (R + y)^2 \\ h = r - R \\ \tan \eta = \frac{x}{R + y} \\ \cos \theta = \frac{v_x}{v} \\ \sin \theta = \frac{v_y}{v} \\ \alpha = \varphi - \theta \\ \varphi = \varphi_{pr}(t_k) \end{array} \right. \quad (5-2)$$

式(5-2)在给出主动飞行段终点初始条件之后,可以利用数值积分形式求解。

对射程较远的远程弹道导弹和运载火箭来说,被动飞行段所处的高度很高,大气密度很小,因此空气动力与重力相比可以忽略不计。火箭的运动可以当成在真空条件下的质点运动来研究,因此式(5-2)还可进一步简化。

应当指出,上述运动方程是建立在地面发射坐标系内,其水平距离 x 值并不反映火箭的射程,其高度 y 值也不反映火箭距地心的高度,因为地球是一球体,所以使用上述形式运动方程并不方便。为了适合火箭总体设计中使用,下面将研究采用地心球坐标系建立的运动微分方程并求解。

二、地心极坐标系条件下火箭自由飞行段运动方程及求解(图 5-3)

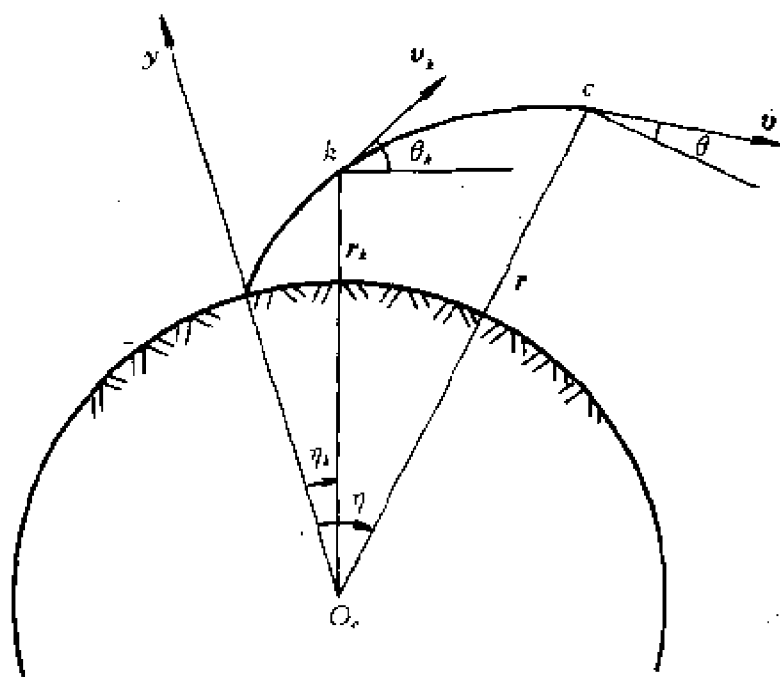


图 5-3 地心极坐标系质心运动图

忽略空气动力的影响,火箭自由飞行段可视作一个在重力场中运动的质点,因此完全遵循经典的质点运动规律,即服从对地心

的动量矩守恒定律和机械能守恒定理。

由动量矩守恒定律,对地心的动量矩为

$$\mathbf{r} \times m\mathbf{v} = m\mathbf{h}$$

或者

$$\mathbf{r} \times \mathbf{v} = \mathbf{h}$$

式中 \mathbf{h} 是单位质量的质点对地心的动量矩。

$$h = r^2 \dot{\eta} = rv \cos \theta$$

在起点

$$h = r_k v_k \cos \theta_k$$

由机械能守恒定律有

$$T + V = mE$$

式中 T ——火箭之动能;

V ——火箭的重力势能;

m ——火箭之质量;

E ——单位质量所具有的机械能。

由于在重力场内火箭的重力势能 V 可表示为

$$V = -\frac{m\mu}{r} = -\frac{f m M}{r}$$

式中 f ——引力常数;

M ——地球质量。

$$\mu = fM = 3.9860 \times 10^{14}$$

动能 T 可表示成

$$T = \frac{mv^2}{2} = \frac{m}{2}(\dot{r}^2 + r^2 \dot{\eta}^2)$$

将 T, V 两表达式代入总能公式后,可以得到

$$\frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r} \stackrel{\text{或}}{=} \frac{1}{2}(\dot{r}^2 + r^2 \dot{\eta}^2) - \frac{\mu}{r} = E$$

由初始条件 r_k, v_k 可以确定 E 值

$$E = \frac{v_k^2}{2} - \frac{\mu}{r_k}$$

归纳一下,由动量矩和机械能守恒定律可以建立火箭在自由

飞行段的运动微分方程:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}(\dot{r}^2 + r^2\dot{\eta}^2) - \frac{\mu}{r} = \frac{v_k^2}{2} - \frac{\mu}{r_k} \\ r^2\dot{\eta} = h \end{cases} \quad (5-3)$$

初始条件是

$$t = 0, r = r_k, \eta = \eta_k, v = v_k$$

为求解上述方程,需要作变换处理,以求出 $r=r(\eta)$ 的解析形式。由式(5-3)中第二式有

$$\begin{aligned} \dot{\eta} &= \frac{h}{r^2} \\ \therefore \dot{r} &= \frac{dr}{dt} = \frac{dr}{d\eta} \frac{d\eta}{dt} = \frac{dr}{d\eta} \dot{\eta} = \frac{dr}{d\eta} \frac{h}{r^2} \\ r\dot{\eta} &= \frac{h}{r} \end{aligned}$$

将上式代入式(5-3)第一式,则有

$$\frac{dr}{d\eta} \frac{h}{r^2} = (v_k^2 - \frac{2\mu}{r_k} - \frac{h^2}{r^2} + \frac{2\mu}{r})^{\frac{1}{2}}$$

或者写成

$$d\eta = -d\left(\frac{h}{r}\right) (v_k^2 - \frac{2\mu}{r_k} - \frac{h^2}{r^2} + \frac{2\mu}{r})^{-\frac{1}{2}}$$

对上式进行积分,得到

$$\begin{aligned} \eta - \eta_k &= \arccos \frac{\frac{h}{r} - \frac{\mu}{h}}{(v_k^2 - \frac{2\mu}{r_k} + \frac{\mu^2}{h^2})^{\frac{1}{2}}} \\ &= \arccos \frac{\frac{h}{r_k} - \frac{\mu}{h}}{(v_k^2 - \frac{2\mu}{r_k} - \frac{\mu^2}{h^2})^{\frac{1}{2}}} \end{aligned}$$

若令积分常数为 η_0 , 则

$$\eta_0 = \eta_k - \arccos \frac{\frac{h}{r_k} - \frac{\mu}{h}}{(v_k^2 - \frac{2\mu}{r_k} - \frac{\mu^2}{h^2})^{\frac{1}{2}}}$$

则

$$\eta - \eta_o = \arccos \frac{\frac{h}{r} - \frac{\mu}{h}}{(v_k^2 - \frac{2\mu}{r_k} + \frac{\mu^2}{h^2})^{\frac{1}{2}}}$$

于是

$$r = \frac{\frac{h^2}{\mu}}{1 + \sqrt{1 + \frac{h^2}{\mu^2} (v_k^2 - \frac{2\mu}{r_k}) \cos(\eta - \eta_o)}}$$

令

$$\begin{aligned} p &= \frac{h^2}{\mu} \\ e &= \sqrt{1 + \frac{2h^2}{\mu^2} (\frac{v_k^2}{2} - \frac{\mu}{r_k})} \\ &= \sqrt{1 + \frac{2pE}{\mu}} \end{aligned}$$

显然, p, e 均是主动飞行段终点 r_k, θ_k, v_k 的函数, 因而可得到

$$\begin{aligned} p &= r_k \frac{\frac{v_k^2}{\mu}}{\frac{\mu}{r_k}} \cos^2 \theta_k \\ e &= \sqrt{1 + \frac{v_k^2}{\frac{\mu}{r_k}} (\frac{v_k^2}{\frac{\mu}{r_k}} - 2) \cos^2 \theta_k} \end{aligned}$$

令

$$\nu_k = v_k^2 / (\frac{\mu}{r_k}) \quad (5-4)$$

$$\therefore p = r_k \nu_k \cos^2 \theta_k \quad (5-5)$$

$$e = \sqrt{1 + \nu_k (\nu_k - 2) \cos^2 \theta_k} \quad (5-6)$$

$$r = \frac{p}{1 + e \cos(\eta - \eta_o)} \quad (5-7)$$

显然, 这便是火箭自由飞行段的运动方程, 若令 $f = \eta - \eta_o$ 时, 则上

式可以写成更加简单的形式:

$$r = \frac{p}{1 + e \cos f} \quad (5-8)$$

由解析几何学可知,上述方程是圆锥截线的极坐标形式。地心是圆锥截线的一个焦点, e 是偏心率, p 是半通径, η_0 为一常数。 e 决定了圆锥截线的性质。

- $e=0$ 曲线为一圆;
- $e=1$ 曲线为一抛物线;
- $e>1$ 曲线为一双曲线;
- $0<e<1$ 曲线为一椭圆。

如果已知 e 和 p 的具体值,则曲线完全可以确定。而 e , p 均为火箭主动飞行段终点参数的函数,由此可知,一旦火箭主动飞行段终点之参数给定,则火箭自由飞行段的轨道就完全确定。

三、火箭被动飞行段射程与主动飞行段终点弹道参数的关系

通过上面的讨论得到了火箭自由飞行段的解析形式的运动方程式。下面我们利用上面的结果来解决火箭总体设计的问题之一,即假设已知主动飞行段终点弹道参数 r_k , v_k , θ_k 后,如何来计算火箭的射程。或者是假设火箭的最大射程已经给定,如何来确定火箭主动飞行段终点弹道参数 r_k , v_k , θ_k 。

为此,首先要求解火箭射程和这些参数的关系。

如图 5-4 所示。火箭自由飞行段的射程 $\widehat{k'e}$, 设火箭弹道为一椭圆曲线,地心 O 为一个焦点。 k 、 e 两点与地心 O 联线的夹角 β_e 。显然

$$\beta_e = f_e - f_k$$

β_e 称为自由飞行段的射程角。

$$\therefore \widehat{k'e} = L_e = R \beta_e \quad (5-9)$$

1. L_e 的计算式

由式(5-8)可知,当弹道位于 k 点时

$$\cos f_k = \frac{p - r_k}{r_k e}$$

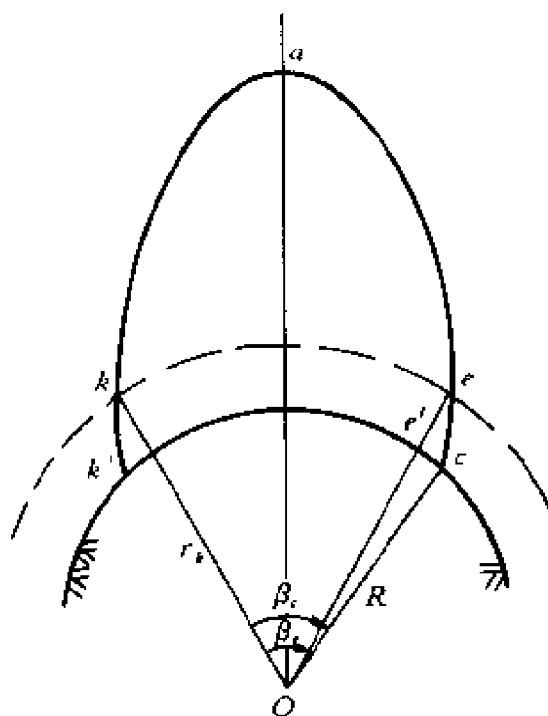


图 5-4 弹道导弹的飞行弹道分段

考虑到对称性及前面已述及

$$\cos f_k = \cos(\pi - \frac{\beta_e}{2}) = -\cos \frac{\beta_e}{2}$$

$$\therefore \cos \frac{\beta_e}{2} = \frac{r_k - p}{r_k e}$$

$$\sin \frac{\beta_e}{2} = \sqrt{1 - (\frac{r_k - p}{r_k e})^2}$$

将

$$p = r_k \nu_k \cos^2 \theta_k$$

$$e = \sqrt{1 + \nu_k(\nu_k - 2)\cos^2 \theta_k}$$

代入上式并化简后得出

$$\sin \frac{\beta_e}{2} = \frac{p}{r_k e} \tan \theta_k \quad (5-10)$$

或

$$\sin \frac{\beta_e}{2} = \frac{\nu_k \sin \theta_k \cos \theta_k}{e} = \frac{\nu_k \sin 2\theta_k}{2e} \quad (5-11)$$

$$\therefore L_c = 2R \arcsin\left(\frac{\nu_k \sin 2\theta_k}{2e}\right) \quad (5-12)$$

2. 最大射程的最佳发射角 $\theta_{k, \text{opt}}$ 的确定

根据式(5-11), 在不同的 ν_k 值下作出计算, 将 β_c 与 θ_k 之关系曲线绘成图 5-5。

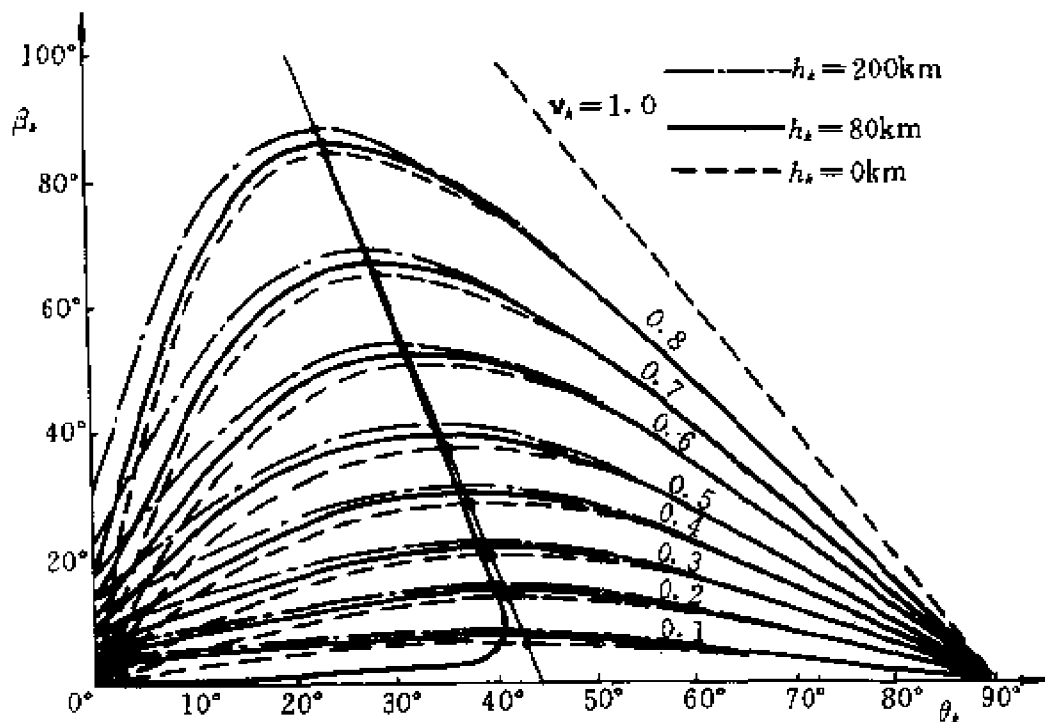


图 5-5 射程角 β_c 与 ν_k 、 θ_k 、 h_k 的关系

由图 5-5 看出, 对于一定的 ν_k , 总有一速度倾角 θ_k 存在, 使自由飞行段射程角最大, 故称此速度倾角为最佳速度倾角 $\theta_{k, \text{opt}}$, 当主动飞行段终点的 r_k 、 r_k 给出时, 则 ν_k 值已定, 此时 k 点火箭机械能 E 也一定。如果控制 k 点的火箭速度倾角 θ_k , 使之等于 $\theta_{k, \text{opt}}$, 则可使射程最大。反之, 若对给定的射程要求 (即 β_c 已定), 若使 $\theta_k = \theta_{k, \text{opt}}$, 则此时所需的 ν_k 最小, 也即能量最小, 我们称此种弹道为最小能量弹道。

为求出 $\theta_{k, \text{opt}}$ 的数学表达式, 可以从式(5-11)或式(5-12)出发, 利用求导取值的方法推导。取

$$\frac{d(\sin \frac{\beta_c}{2})}{d\theta} = 0$$

或

$$\frac{dL_e}{d\theta} = 0$$

可以求出主动飞行段最佳速度倾角为

$$\theta_{k, \text{opt}} = \arctan \sqrt{\frac{\nu_k [2R - (r_k + R)\nu_k]}{2[R\nu_k + 2(r_k - R)]}} \quad (5-13)$$

或

$$\theta_{k, \text{opt}} = \frac{1}{2} \arctan \frac{R \sin \beta_e}{(R + h_k) - R \cos \beta_e} \quad (5-14)$$

对于给定射程要求的火箭,若主动飞行段终点 θ_k 角达到最佳主动飞行段速度倾角 $\theta_{k, \text{opt}}$ 值,则火箭所需的主动飞行段的终点速度为最小值 $v_{k, \text{min}}$

$$v_{k, \text{min}} = \sqrt{2 \frac{\pi_o}{R + h_k} \tan \frac{\beta_e}{2} \tan \theta_{k, \text{opt}}} \quad (5-15)$$

3. 主动飞行段终点运动参数微小变化对射程的影响

被动飞行段射程 L_e 对弹道主动飞行段终点参数 v_k , h_k , θ_k 的导数由下列各式给出:

$$\frac{\partial L_e}{\partial v_k} = \psi_k \frac{4 \sin^2 \frac{\beta_e}{2}}{\nu_k \cos^2 \theta_k} \frac{1}{v_k} \quad (5-16)$$

$$\frac{\partial L_e}{\partial h_k} = \psi_k \left[\frac{1}{R} + \frac{2 \sin^2 \frac{\beta_e}{2}}{(R + h_k) \nu_k \cos^2 \theta_k} \right] \quad (5-17)$$

$$\frac{\partial L_e}{\partial \theta_k} = \psi_k \frac{\sin \beta_e}{\nu_k \cos^2 \theta_k} (\nu_k - 2 \tan \theta_k \tan \frac{\beta_e}{2}) \quad (5-18)$$

式中

$$\psi_k = \frac{R}{\tan \theta_k + \frac{h_k \cot(\beta_e/2)}{R}} \quad (5-19)$$

例 分析被动飞行段射程为 10000km 的洲际弹道式导弹主动飞行段终点弹道参数微小变化对射程的影响。

β_e 的确定,设主动飞行段的高度 $h_i = 100\text{km}$,则

$$\beta_e \approx \frac{L_e}{R + h_k} = \frac{10000}{6371 + 100} = 1.5454 \text{ (rad)}$$

$$\therefore \sin \frac{\beta_e}{2} = 0.698$$

$$\cos \frac{\beta_e}{2} = 0.716$$

$$\tan \frac{\beta_e}{2} = 0.975$$

$$\cot \frac{\beta_e}{2} = 1.026$$

根据最佳速度条件取定 $\theta_k = 23^\circ$, 则

$$\cos \theta_k = 0.9205$$

$$\cos^2 \theta_k = 0.8473$$

$$\tan \theta_k = 0.4245$$

$$\therefore \phi_k = R / \left(\tan \theta_k + \frac{h_k \cot \frac{\beta_e}{2}}{R} \right) = 14459.83$$

$$\therefore \nu_k = \frac{r_k v_k^2}{\mu}$$

设

$$v_k = 6900 \text{ (m/s)}$$

$$r_k = (100 + 6371) \times 10^3 = 6471 \times 10^3 \text{ (m)}$$

$$\mu = 3.986 \times 10^{14} \text{ (m}^3/\text{s}^2\text{)}$$

则

$$\nu_k = 0.7729$$

将以上各项数值代入式(5-16)、式(5-17)和式(5-18), 整理后得

$$\frac{\partial L_e}{\partial v_k} = 6.2356 \text{ (km/} \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{)}$$

$$\frac{\partial L_e}{\partial h_k} = 6.1399 \text{ (km/km)}$$

$$\frac{\partial L_e}{\partial \theta_k} = 20.419 \text{ (km/} (^\circ) \text{)}$$

应当指出,自由飞行段射程的各项偏导数,不仅仅与主动飞行段终点弹道参数 v_k, h_k, θ_k 有关,而且还与火箭最大射程有直接关系,对于不同的射程其偏导数值不同,也就是说主动飞行段终点弹道参数偏差其影响是不同的。

5.5 火箭主动飞行段俯仰角程序的选择

5.5.1 对俯仰角程序选择的要求

在总体设计中对飞行弹道的俯仰角程序的要求如下:

(1)垂直发射。

(2)俯仰角程序应当是时间的连续函数,显然不连续的程序对控制系统不利。因此对于不连续的俯仰角程序需要对不连续点进行平滑处理,使俯仰角速率限制在控制系统所能承受的范围之内。

(3)火箭在稠密大气层内飞行时,要求以接近于零的攻角飞行,以减少气动载荷和气动干扰;火箭推重比越大,则小攻角条件就愈重要。

(4)要求降低最大速度头和减少穿越稠密大气层的时间,因为对横向过载和蒙皮温度影响重大。随着弹道倾角的减小,火箭在稠密大气层中的速度和时间增加,壳体蒙皮温度上升,强度储备下降。另外,倾角减小,干扰因素(风、密度变化)引起的气动载荷增加,总之,最终都是使结构质量和射程损失增大。

(5)级间分离段的飞行条件应确保可靠分离,要求级间分离时有一定的高度和小攻角。

(6)尽可能减小主动飞行段的能量损失和提高制导精度。

5.5.2 俯仰角程序的选择方法

一、大气飞行段

大气飞行段可分成四段处理:

1. 垂直段(0— t_1),从火箭起飞到垂直段结束(t_1)。时间 t_1 主要取决于火箭的推重比 $\bar{P}^{①}_{01}$,近似地有

$$t_1 = \sqrt{\frac{40}{\bar{P}_{01} - 1}} \quad (5-20)$$

2. 亚音速段(t_1-t_2),从垂直段结束时间 t_1 开始到马赫数 $Ma \approx 0.7 \sim 0.8$ 结束(t_2)。在亚音速段开始程序转弯,此段以负攻角飞行,负攻角用下列关系式给出:

$$\alpha(t) = 4\alpha_m e^{a(t_1-t)} (e^{a(t_1-t)} - 1) \quad (5-21)$$

式中 α_m ——亚音速段攻角绝对值的最大值;

a ——常系数。

从关系式(5-21)可以看出, $\alpha(t)$ 是开始迅速地达到它的负极值(图5-6),然后绝对值变小,以指数速率趋向于0,趋0速度由

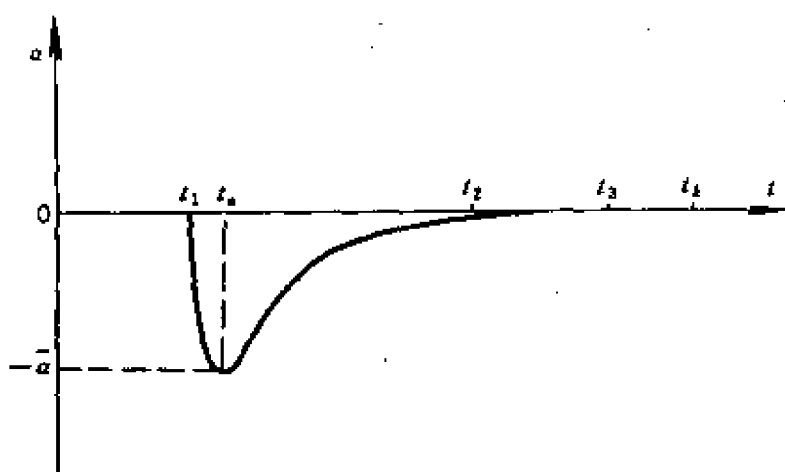


图 5-6 $\alpha(t)$ 的变化规律

参数 a 决定。 $\alpha(t)$ 对 t 的导数为

$$\frac{d\alpha(t)}{dt} = -2a\alpha_m (4e^{2a(t_1-t)} - 1)$$

记 $t=t_a$,并使 $\frac{d\alpha(t)}{dt}=0$,则有

① $\bar{P}_{01} = \frac{P_{01}}{m_{01}g_0}$

$$t_a = t_1 + \frac{\ln 2}{a} \quad (5-22)$$

为攻角达到极值的时间。

3. 弹道转弯段(t_2-t_3), 在这段火箭以接近零攻角飞行穿越大气层, 以减少气动载荷和气动干扰。

4. 关机分离段(t_3-t_k), 时间 t_k 为一级弹道终点时间, 此段俯仰角程序可以设计成两种形式, 一种是以零攻角飞行, 另一种是按常值姿态角飞行。采用那一种形式要根据级间分离的控制条件来确定。

俯仰角程序的计算公式:

(1) 垂直段($0-t_1$)

$$\varphi_{pro} = \frac{\pi}{2}$$

(2) 亚音速和弹道转弯段(t_2-t_3)

$$\begin{cases} \varphi_{pro} = \varphi - \Delta\varphi + \omega_x t \\ \varphi = \theta + \alpha \\ \Delta\varphi = \frac{\delta_\varphi}{a_\varphi} \\ \delta_\varphi = \alpha \frac{C_{Nq} S_m (x_p - x_c)}{P_{y1} (x_b - x_c)} \\ \alpha = 4\alpha_m e^{a(t_1-t)} (e^{a(t_1-t)} - 1) \end{cases} \quad (5-23)$$

式中 a_φ —— 放大系数;

δ_φ —— 控制发动机的摆动角;

P_{y1} —— 推力分量(用来控制);

x_p —— 火箭的压心位置;

x_c —— 火箭的质心位置。

(3) 关机分离段(t_3-t), 第一种状态是零攻角飞行, φ_{pro} 的计算公式同上; 第二种形式是常值姿态角飞行, $\varphi_{pro} = \varphi_{pro,3}$ 。其中 $\varphi_{pro,3}$ 是 t_3 时刻的 φ_{pro} 值, 即弹道转弯段终点的俯仰程序角值。还有一种形式是在关机分离段起始点以负攻角开始, 以后以常值姿态飞行, 攻

角从负值逐渐通过零点达到正值。这样既保持常值姿态飞行,又以较小的攻角飞行。

二、真空飞行段

在第二级以上的弹道上,火箭已处在稀薄大气中飞行,这时空气动力对俯仰角程序选择时可以完全从提高火箭性能(射程和散布)来考虑。

在假设地球重力场为平行力场,重力加速度为常值条件下,研究最优俯仰角程序。在终点 t_k 时的弹道参数为

$$\begin{cases} v_{xk} = v_{x0} + \int_0^{t_k} \frac{P}{m} \cos \varphi(t) dt \\ v_{yk} = v_{y0} + \int_0^{t_k} \left(\frac{P}{m} \sin \varphi(t) - g \right) dt \\ x_k = x_0 + v_{x0} t_k + \int_0^{t_k} (t_k - t) \frac{P}{m} \cos \varphi(t) dt \\ y_k = y_0 + v_{y0} t_k + \int_0^{t_k} (t_k - t) \left(\frac{P}{m} \sin \varphi(t) - g \right) dt \end{cases} \quad (5-24)$$

设 $\varphi(t)$ 的变分为 $\delta\varphi(t)$, 则对应弹道参数之变化为

$$\begin{cases} \delta v_{xk} = - \int_0^{t_k} \frac{P}{m} \sin \varphi(t) \delta\varphi(t) dt \\ \delta v_{yk} = \int_0^{t_k} \frac{P}{m} \cos \varphi(t) \delta\varphi(t) dt \\ \delta x_k = - \int_0^{t_k} (t_k - t) \frac{P}{m} \sin \varphi(t) \delta\varphi(t) dt \\ \delta y_k = \int_0^{t_k} (t_k - t) \frac{P}{m} \cos \varphi(t) \delta\varphi(t) dt \end{cases} \quad (5-25)$$

则射程之变分为

$$\begin{aligned} \delta L = \int_0^{t_k} & \left[- \left(\frac{\partial L}{\partial v_x} \right)_k \frac{P}{m} \sin \varphi(t) + \left(\frac{\partial L}{\partial v_y} \right)_k \frac{P}{m} \cos \varphi(t) \right. \\ & - \left(\frac{\partial L}{\partial x} \right)_k \frac{P}{m} (t_k - t) \sin \varphi(t) \\ & \left. + \left(\frac{\partial L}{\partial y} \right)_k \frac{P}{m} (t_k - t) \cos \varphi(t) \right] \delta\varphi(t) dt \end{aligned} \quad (5-26)$$

射程达到极值的必要条件是 $\delta L = 0$, 即

$$\begin{aligned} & - \left[\left(\frac{\partial L}{\partial x} \right)_k (t_k - t) + \left(\frac{\partial L}{\partial v_x} \right)_k \right] \sin \varphi(t) \\ & + \left[\left(\frac{\partial L}{\partial y} \right)_k (t_k - t) + \left(\frac{\partial L}{\partial v_y} \right)_k \right] \cos \varphi(t) = 0 \quad (5-27) \end{aligned}$$

故最优俯仰角程序为

$$\varphi(t) = \arctan \frac{\left(\frac{\partial L}{\partial y} \right)_k (t_k - t) + \left(\frac{\partial L}{\partial v_y} \right)_k}{\left(\frac{\partial L}{\partial x} \right)_k (t_k - t) + \left(\frac{\partial L}{\partial v_x} \right)_k} \quad (5-28)$$

或者写成

$$\varphi(t) = \arctan \frac{A + Bt}{1 + Ct} \quad (5-29)$$

即最优俯仰角程序 $\varphi(t)$ 是线性分式函数的反正切函数。但应当注意, 上述最优程序是在平行常值重力场条件下得到的, 所以它的使用受到很大的限制。

从上面推导过程可以看出, 最优解对制导系统的姿态误差引起的射程散布也是符合最优原则的。同时还可以看出最优解依赖于弹道主动段终点之偏导数, 射程偏导数与火箭发射时间有关, 因此对于不同射向的最优解是不同的。计算结果表明, 考虑射向对最优解的影响有很大意义。公式(5-29)所表达的最优俯仰角程序更加具有普遍意义。在工程设计中可以直接选择系数 A 、 B 、 C 使目标优化, 也可以采用简化形式, 此时俯仰角程序 $\varphi_{\text{pro}}(t)$ 按时间的线性关系表达为

$$\varphi_{\text{pro}}(t) = A + Bt \quad (5-30)$$

或

$$\varphi_{\text{pro}}(t) = \varphi_{\text{pro},0} + \dot{\varphi}_{\text{pro}} t \quad (5-31)$$

在优化理论研究中, 用数值方法得到的最优解很接近于线性关系。

三、全弹道俯仰角程序的选择

按前面分析, 俯仰角程序 $\varphi_{\text{pro}}(t)$ 具有如下形式:

$$\varphi_{\text{pro}}(t) = f(t_1, a_m, a, \varphi_{\text{pro}, 0}, \dot{\varphi}_{\text{pro}})$$

这是对二级火箭的情况,如果是多级火箭则需增加 $\varphi_{\text{pro}, 0}$ 、 $\dot{\varphi}_{\text{pro}}$ 的个数。参数 t_1 取决于火箭的初始推重比 \bar{P}_0 , 参数 a 对 $\varphi_{\text{pro}}(t)$ 的影响较小,通常可取 $a=0.1$, 这样有

$$\varphi_{\text{pro}}(t) = f(a_m, \varphi_{\text{pro}, 0}, \dot{\varphi}_{\text{pro}})$$

所以俯仰角程序 $\varphi_{\text{pro}}(t)$ 的选择转化为参数 a_m 、 $\varphi_{\text{pro}, 0}$ 、 $\dot{\varphi}_{\text{pro}}$ 的选择,这是参数优化问题。如果优化的目标是射程最大、射程散布最小,则目标函数是

$$J = K_1 L + K_2 \Delta L$$

约束条件是

$$\theta_k = \theta_k^*; q_{\max} \leq q^*$$

式中, L 为射程; ΔL 是射程散布; θ_k^* 是已确定的 θ_k 值; q_{\max} 为飞行中最大速压头; q^* 是允许的速压头值; K_1 、 K_2 为权系数。如果取 $K_1=1$ 、 $K_2=0$, 则问题是一般的射程俯仰角程序选择问题。

求解上述问题,通常使用数值解法。

5.6 火箭主动飞行段运动微分方程 参量的相对化处理

在第三节中我们推导了火箭主动飞行段运动微分方程并指出了求解的方法。但是在未完成火箭技术设计之前是难以确切地知道各项技术参数的,因此用上述微分方程进行火箭总体设计有困难。要寻求一些能表征火箭运动特征的相对参量来取代方程中的绝对参量,把对只适合于特定火箭的运动微分方程化解为对一系列具有相同相对参量,因而具有相同运动特性的运动微分方程,从而结合具体需要找出符合特殊设计要求的参数来。这便是本节所阐述的内容。

为了使问题简单明了,我们列出以速度坐标系和地面发射坐标系为基准的火箭运动微分方程:

$$\left\{ \begin{array}{l} m(t) \frac{dv}{dt} = P \cos \alpha - X - m(t) g \sin \theta - Y_c \sin \alpha \\ m(t) v \frac{d\theta}{dt} = P \sin \alpha + Y - m(t) g \cos \theta - Y_c \cos \alpha \\ \frac{dx}{dt} = v \sin \theta \\ \frac{dy}{dt} = v \cos \theta \\ \varphi = \theta + \alpha \\ \varphi = \varphi_{pro}(t) \\ m(t) = m_0 - \int_0^t \dot{m}(t) dt \end{array} \right. \quad (5-32)$$

在主动飞行段实际飞行过程中火箭攻角 α 很小, 因而所需控制力也不大, 故在初步设计时可以作以下简化:

$$\sin \alpha \approx \alpha = 0$$

$$\cos \alpha = 1$$

$Y_c \ll Y$, 不予考虑

于是上述方程可进一步简化成下面形式:

$$\left\{ \begin{array}{l} m(t) \frac{dv}{dt} = P - X - m(t) g \sin \theta \\ m(t) v \frac{d\theta}{dt} = Y - m(t) g \cos \theta \\ \frac{dx}{dt} = v \sin \theta \\ \frac{dy}{dt} = v \cos \theta \\ \varphi = \varphi_{pro}(t) \\ \varphi = \theta \\ m(t) = m_0 - \int_0^t \dot{m}(t) dt \end{array} \right. \quad (5-33)$$

为了使参量相对化, 引进一些相对参数:

(1) 设

$$\mu = \frac{m_p}{m_0} \quad (5-34)$$

$$\therefore m_p = \int_0^t \dot{m}(t) dt$$

$$\therefore \mu = \frac{1}{m_0} \int_0^t \dot{m}(t) dt \quad (5-35)$$

式中 m_p —— t 瞬时火箭飞行中推进剂消耗量；

$\dot{m}(t)$ ——推进剂秒消耗量；

μ ——火箭推进剂相对量(或称推进剂相对质量系数)。

显然,当 $t=t_k$ 时, $\mu=\mu_k=m_{pk}/m_0$, 即火箭的推进剂总质量与导弹总质量之比。对式(5-35)微分

$$d\mu = \frac{\dot{m}(t)}{m_0} dt \quad (5-36)$$

由火箭发动机原理知发动机推力与推进剂秒消耗量有如下关系:

$$P = P_{sp} g \dot{m}(t)$$

$$\therefore \dot{m}(t) = \frac{P}{P_{sp} g} \quad (5-37)$$

当发动机在海平面工作时,此时

$$P = P_0, P_{sp} = P_{sp,0}$$

$$\therefore \dot{m}(t) = \frac{P_0}{P_{sp,0} g_0}$$

$$d\mu = \frac{P_0}{P_{sp,0} g_0 m_0} dt \quad (5-38)$$

或

$$dt = \frac{P_{sp,0} g_0 m_0}{P_0} d\mu \quad (5-39)$$

令

$$\frac{P_0}{m_0 g_0} = \frac{P_0}{G_0} = \bar{P}_0$$

式中 \bar{P}_0 称为火箭的总推力重量比。这是一个非常重要的参数;因为它能反映火箭起飞加速度大小。代入上式得

$$dt = \frac{P_{sp,0}}{P_0} d\mu$$

(2) 设

$$P_m = \frac{m_0}{S_{\max}} \quad (5-40)$$

式中 P_m ——火箭横截面载荷系数；

S_{\max} ——火箭的最大截面面积。

显然 P_m 能反映火箭的存速能力。

由于火箭发动机推力是随高度而改变的, 并可用下式表征:

$$P = P_0 + (p_e - p_a) S_a \quad (5-41)$$

式中 P_0 ——地面推力；

p_e ——喷管出口断面压力；

p_a ——当地大气压力；

S_a ——喷口面积。

将以上各项关系式代入运动微分方程组, 并假设 $S_a \approx S_{\max}$ (对固体火箭相差很小), 可以整理成下列方程组:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dv}{d\mu} = \frac{g_0 P_{sp,0}}{1-\mu} - \frac{P_{sp,0}(p_e - p_a)}{P_0 P_m (1-\mu)} \\ \quad - \frac{P_{sp,0} q C_x}{P_0 P_m (1-\mu)} - \frac{P_{sp,0} g \sin \theta}{P_0} \\ \frac{d\theta}{d\mu} = \frac{1}{v} \left[\frac{P_{sp,0} q C_y}{P_0 P_m (1-\mu)} - \frac{P_{sp,0} g \cos \theta}{P_0} \right] \\ \frac{dy}{d\mu} = \frac{P_{sp,0}}{P_0} v \sin \theta \\ \frac{dx}{d\mu} = \frac{P_{sp,0}}{P_0} v \cos \theta \\ \varphi = \varphi_{prv}(\mu) \\ m = m_0(1-\mu) \\ g = g_0 \left(\frac{R}{R+y} \right)^2 \end{array} \right. \quad (5-42)$$

由上述方程组可以看出, 原火箭运动微分方程中的具体参量均被

相对参量代替。式中的参量 $\mu, \bar{P}_0, P_m, P_{sp,0}$ 均直接与火箭的飞行特性有关,是总体设计中应重点分析选择的主要参数,当这些参数确定了,则火箭的弹道特性即已确定。具有同一组设计参数的导弹,其飞行特性相同,所以这些相对参量可以看成是火箭运动的相似准则,因此用这些参量来研究导弹的飞行特性是极为方便的。

利用数值方法解上述运动方程,其自变量 μ 是推进剂相对质量系数,如果将火箭主动飞行段终点终度 μ_k 作为积分终止条件,则相应的 μ_k 即是要求的火箭推进剂相对质量系数,然后根据质量方程即可求出火箭的总质量 m_0 ,从而再根据 μ_k 的定义可直接决定火箭的推进剂质量 m_p 。

5.7 运载火箭的飞行轨道设计

一、运载火箭的飞行轨道

运载火箭的任务是将航天飞行器(如人造卫星等)送入预定的飞行轨道。航天飞行器的飞行轨道通常有椭圆轨道和圆轨道两种形式,根据飞行器自身的功能要求来确定。从发动机工作程序来分析,则运载火箭的轨道有两种基本形式,一种是连续推力发射轨道(图 5—7),另一种是具有自由飞行中间轨道的发射轨道(图 5—8)。从能量角度讲,连续推力发射轨道不一定是最有利的,而且由于入轨参数要求对发动机推力过程必然有一定的限制。通常此种发射轨道只适合发射低轨卫星,合理地选择推力程序,也能达到较好的运载性能。

具有中间轨道的发射轨道是发射卫星的常用形式。通过中间自由飞行段过渡,把动能转换成势能,此种轨道很适用于发射中高轨道卫星。

最常采用的中间轨道是椭圆轨道,如图 5—8 所示。当 k_1 位于中间轨道的近地点, k_2 位于中间轨道的远地点时,称为最佳转移(霍曼转移),此时, k_1 和 k_2 之间正好位于椭圆长轴的两端,其地心夹角约为 180° ,这种轨道的入轨航程较长。发射轨道也可以具有

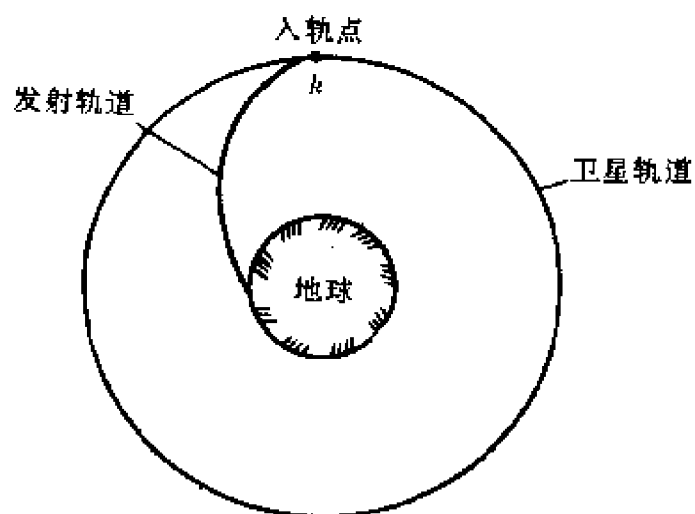


图 5-7 连续推力发射轨道

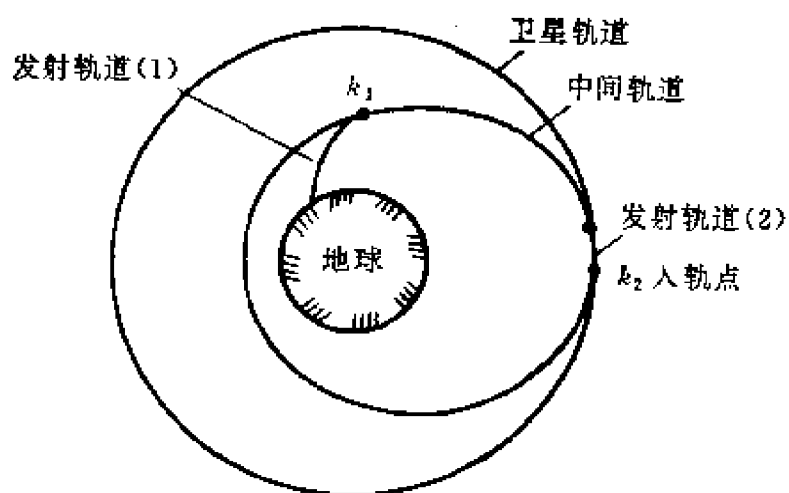


图 5-8 具有中间轨道的发射轨道

两个中间轨道,在非赤道地区发射地球同步卫星(其轨道倾角为 0°),需要使用两个中间轨道来变轨。

二、地球同步卫星发射轨道的设计

以发射地球同步卫星的发射轨道为例说明运载火箭的轨道设计方法。

具有中间轨道的发射轨道,是发射地球同步卫星通常采用的。计算结果表明,对级数限制的运载火箭来说,从节省能量角度来分

析,中间轨道数量增加并非有利,而且引起控制复杂化,因此通常只采用 1~2 个中间轨道的发射形式。

1. 具有一个中间轨道的发射轨道

其中间轨道为椭圆轨道,近地点高度一般为数百公里,远地点高度则为同步卫星之高度。发射过程是运载火箭先进入中间轨道,然后在中间轨道远地点变轨,使卫星进入地球同步轨道(如图 5-9)。

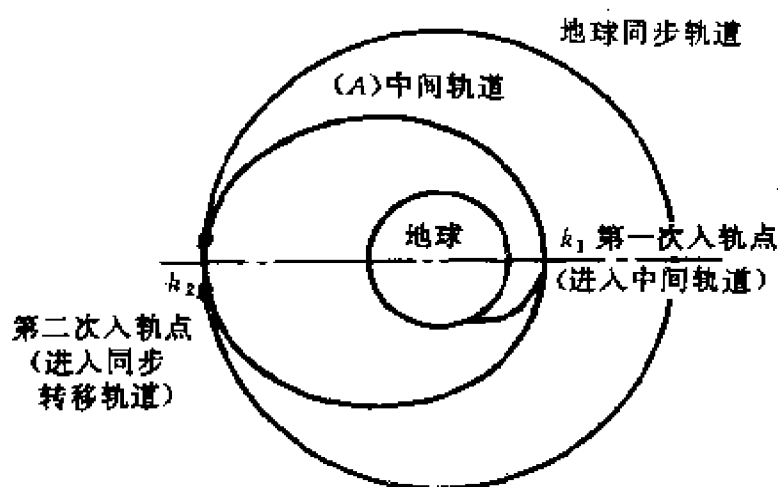


图 5-9 具有一个中间轨道的发射轨道

2. 具有两个中间轨道的发射轨道

其第一中间轨道为数百公里的近地轨道,第二中间轨道为远地点高度即同步卫星高度的椭圆轨道。发射过程是先进入第一中间轨道,然后变轨进入第二中间轨道,最后在第二中间轨道的远地点变轨,使卫星进入地球同步轨道(如图 5-10)。

远地点高度为同步高度的中间轨道称为转移轨道,近地点中间轨道称为停泊轨道。

由于地球同步轨道要求轨道倾角为零,在非赤道区发射地球同步卫星时,必须要求转移轨道的半长轴在地球赤道平面内,即转移轨道近地点幅角 $\omega = 0^\circ$ 或 180° ,以保证在转移轨道远地点变轨时,能进入零倾角的地球同步轨道。由于转移轨道是一惯性轨道,可以在轨道上任意点进入,但一般是选择近地点进入。

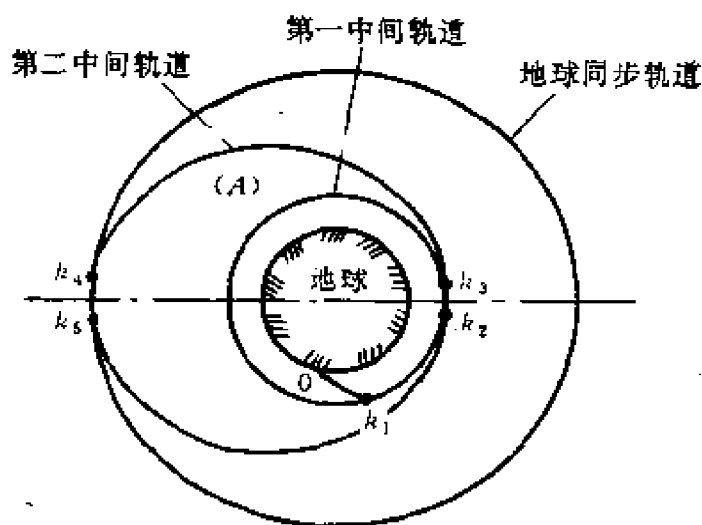


图 5-10 具有两个中间轨道的发射轨道

有停泊轨道的发射轨道的发射过程是:运载火箭从发射点起飞,经第一动力段飞行在 k_1 点进入停泊轨道。在停泊轨道上自由滑行到 k_2 点,火箭发动机再次启动,使火箭加速达到预定速度后,火箭与卫星分离,卫星在 k_3 进入转移轨道飞行。当卫星运行到转移轨道远地点附近时,卫星上远地点发动机点火工作加速卫星,使其速度达到同步轨道所需的数值和方向,卫星进入地球同步轨道(图 5-10)。这种轨道由五个部分组成:第一动力加速段 $\widehat{Ok_1}$,停泊轨道 $\widehat{k_1k_2}$,第二动力加速段 $\widehat{k_2k_3}$,转移轨道 $\widehat{k_3k_4}$ 以及远地点变轨段 $\widehat{k_4k_5}$ 。

3. 入轨条件分析

所谓入轨条件是指入轨点参数需要满足的条件。下面以有两个中间轨道的发射轨道为例进行分析。

(1) 停泊轨道的选择和入轨条件

停泊轨道并非必有的轨道,它的主要用途是保证转移轨道的入轨点(K_3)的纬度满足入轨要求。如果没有限制,则从变轨来说可以不需要停泊轨道。通常停泊轨道是取圆轨道,其轨道高度取转移轨道的近地点高度。取圆轨道时的要求入轨的当地轨道倾角 θ_{k1}

$=0$, 这对第一动力段的能量利用不一定有利。同时由于停泊轨道的高度受转移轨道近地点高度的限制, 使轨道的可视范围受到限制。为解决这些问题, 也可采用椭圆轨道形式。

选择停泊轨道的原则是在满足给定轨道测量要求的条件下获取最佳的运载性能, 但从飞行可靠性分析, 一般采用椭圆轨道为宜。

进入停泊轨道的入轨条件是:

高度

$$h_{k1} = \frac{p}{1 - e \cos f_{\alpha}} - R \quad (5-43)$$

速度

$$v_{k1} = \sqrt{GM \left(\frac{2}{r_{k1}} - \frac{1}{a} \right)} \quad (5-44)$$

弹道倾角

$$\theta_{k1} = \pm \arccos \sqrt{\frac{p}{r_{k1}} \left(2 - \frac{r_{k1}}{a} \right)^{-1}} \quad (5-45)$$

式中

$$e = (h_{at} - h_{pt}) / 2a$$

$$a = R + \frac{1}{2}(h_{at} + h_{pt})$$

$$p = (R + h_{pt})(1 + e)$$

其中, h_{pt} 为停泊轨道近地点高度; h_{at} 为停泊轨道的远地点高度; f_{α} 为入轨点到远地点的角距。

(2) 转移轨道的选择和入轨条件

与发射轨道设计有关的转移轨道参数有: 近地点高度 h_p , 远地点高度 h_z 和近地点幅角 ω 。如前所述, 由于同步定点的要求, 必须使 $\omega = 0^\circ$ 或 $\omega = 180^\circ$ 。

转移轨道近地点高度 h_p 的选择应考虑下列因素:

大气摄动的近地点高度下限;

轨道测量要求的近地点高度下限;

满足远地点变轨对近地点高度的要求。

进入转移轨道的入轨条件(近地点入轨):

高度

$$h_{k3} = h_p \quad (5-46)$$

速度

$$v_{k3} = \sqrt{GM\left(\frac{2}{r_p} - \frac{1}{a}\right)} \quad (5-47)$$

弹道倾角

$$\theta_{k3} = 0 \quad (5-48)$$

纬度

$$\varphi_{k3} = 0 \text{ (赤道入轨)} \quad (5-49)$$

当然,由于某种原因也可以把入轨点安排在偏离近地点的地方。

当从非赤道区发射卫星时,为了获得与地球同步轨道,在从转移轨道到同步轨道时,除了速度要有大的改变外,还需要有速度方向的改变,以使同步轨道的轨道倾角为零。因此

变轨速度

$$\Delta v = \sqrt{v_a^2 + v_{sa}^2 - 2v_a v_{sa} \cos i} \quad (5-50)$$

变轨推力方向与赤道面夹角

$$\beta = \arcsin\left(\frac{v_a}{\Delta v} \sin i\right) \quad (5-51)$$

式中 v_a ——转移轨道远地点速度;

v_{sa} ——同步轨道的速度。

(3) 俯仰角程序 $\varphi(t)$ 的选择

与弹道导弹一样,运载火箭的飞行性能如运载能力、弹体强度、气动加热等都与俯仰角程序所确定的弹道形状有关,因此选择火箭的俯仰角程序除满足入轨条件外,还应考虑各分系统提出的技术限制。如在稠密大气层飞行时保持较小的攻角;俯仰角程序应是时间的连续函数;子级火箭落区的限制;外弹道跟踪测量的限制

等。

通常可以采用下面方式来选择俯仰角程序。以三级运载火箭为例,可以把道分为五段:第一段是第一级飞行弹道;第二段是第二级飞行弹道;第三段是第三级第一次工作段;第四段是停泊轨道;第五段是第三级第二次工作段。这里不涉及转移轨道和变轨段的姿态控制设计。

第一级必须满足零攻角和常值分离姿态的要求,于是可以这样选取

$$\varphi(t) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} & t \leq t_1 \\ \alpha + \theta + \omega_2 t & t_1 < t \leq t_2 \\ \varphi_1 & t > t_2 \end{cases}$$

第二级以后各弹道段可以采用时间的线性函数,在各段连接处安排取常值姿态段

$$\varphi(t) = \begin{cases} \varphi_{i-1} & t \leq t_{i+1} \\ \varphi_i + \dot{\varphi}(t - t_{i+1}) & t_{i+1} < t \leq t_{i+2} \\ \varphi_{i+1} & t > t_{i+2} \end{cases}$$

($i = 2, 3, 5$)

至于停泊轨道($i=4$) $\varphi(t)$ 的形式可写成

$$\varphi(t) = \begin{cases} \varphi_4 + (\varphi_5 - \varphi_4)(t - t_5)/(t_6 - t_5) & t \leq t_6 \\ \varphi_5(\text{const}) & t > t_6 \end{cases}$$

式中 t_5 是滑行段开始时刻。

第六章 弹道导弹与运载火箭总体优化设计

6.1 总体优化设计的概念

火箭的最大射程 L_{\max} 主要由主动飞行段终点的弹道参数 v_k 、 θ_k 、 h_k 、 x_k 决定,并可以写成如下的函数形式:

$$L_{\max} = f_1(v_k, \theta_k, h_k, x_k) \quad (6-1)$$

在对主动飞行段运动微分方程进行参量相对化处理以后,主动飞行段终点的参数,例如 v_k 将是几个相对参量的函数:

$$v_k = \sum_{i=1}^n \int_0^{\mu_{ki}} \left[\frac{gP_{sp}}{1-\mu} - \frac{P_{sp}(p_c - p_a)}{\bar{P}_0 p_m (1-\mu)} - \frac{P_{sp} q c_x}{\bar{P}_0 p_m (1-\mu)} - \frac{P_{sp} g \sin \theta}{\bar{P}_0} \right] d\mu$$

显然,当火箭外形确定后(c_x 为已知时),则有下列函数关系存在:

$$v_k = f_2(P_{sp,i}, \bar{P}_{oi}, P_{mi}, p_{ci}, \mu_{ki}) \quad (i = 1, \dots, n) \quad (6-2)$$

因此综合式(6-1)和式(6-2)可得

$$L_{\max} = f_3(P_{sp,i}, \bar{P}_{oi}, \mu_{ki}, P_{mi}, \theta_{ki}, h_{ki}, x_{ki}) \quad (6-3)$$

在 4.2 节分析火箭的质量方程时,已得出火箭的总质量与质量系数和各级推进剂相对质量系数 μ_{ki} 的关系如下:

$$m_{01} = \frac{m_{pl}}{\prod_{i=1}^n [1 - N_i - (1 + K_i) \mu_{ki}]}$$

即

$$\mu_{ki} = \frac{1 - N_i - \epsilon_i}{1 + K_i}$$

所以,可以将总质量 m_{01} 表示成质量系数的函数:

$$m_{01} = f_4(m_{pl}, N_i, K_i, \epsilon_i) \quad (6-4)$$

自然,由于火箭推进剂相对质量系数 μ_k 最终是要根据火箭的飞行特性 (L_{\max}, v_k, \dots) 要求来确定的,也就是说 μ_k 必然是 v_k 或 L_{\max} 的函数,因此,火箭的总质量可以进一步表示成下列函数关系:

$$m_{01} = f_5(m_{pl}, P_{sp,i}, N_i, K_i, \epsilon_i, \bar{P}_{0i}, P_{mi}, p_{ci}, \theta_{ki}, h_{ki}, x_{ki}, \dots) \quad (6-5)$$

分析式(6-3)和式(6-5)可知,在火箭的有效载荷 m_{pl} 给定的条件下,火箭的最大射程和总质量都是取决于一组主要的设计参数,如初始推重比 \bar{P}_{01} ,级间质量比 ϵ_i ,各级比推力 $P_{sp,i}$,推进剂相对质量系数 μ_{ki} ,以及质量系数 K_i, N_i, p_{ci} 等等。

火箭总体设计参数是指上述那些对飞行特性有直接影响的参数,如 $P_{sp}, \bar{P}_0, p_{ci}, \epsilon, P_m, \mu_k$ 等。

火箭总体设计参数选择方法传统上是采用所谓参数修正法,这种方法的实质是以一个初步估算的设计方案为基础,依据对各个参数变化敏感性分析(求偏导数)来修正设计参数,逐次逼近以求最后得到一个比较理想的方案。近年来,由于优化设计理论的研究和计算机技术的飞速发展,在飞行器设计的各项领域内也开始使用优化设计法。其实质是在优化理论指导下,充分发挥计算机快速计算的优势,对足够数量的设计方案进行计算比较,以选出满足要求的最佳方案,计算方案多少以及要求达到的精度都是可以按设计者的要求预先确定的。

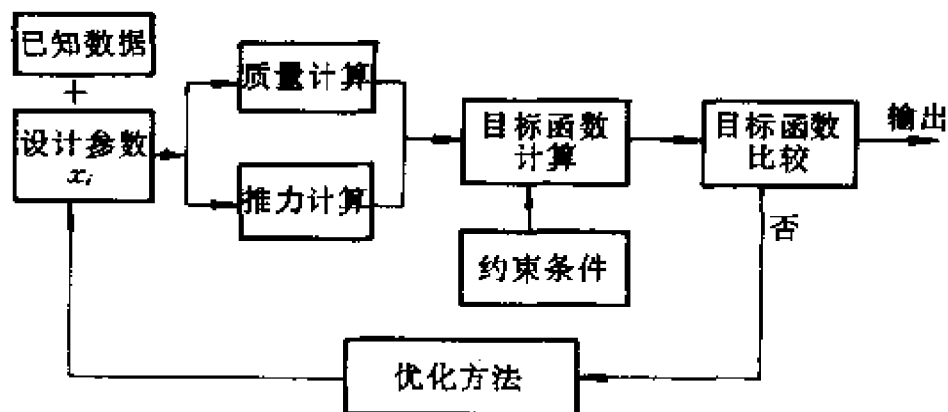


图 6-1 总体参数优化形式

总体设计的参数优化一般可以按图 6—1 进行。

用优化设计法进行设计参数优化是一个逐步逼近的过程,每次在设计参数允许的范围内产生一组设计参数。用这套参数连同其他已知数据即可计算出目标函数值。目标函数值反映一个设计方案的优化程度。若计算出的目标函数值较前一次好则保留,否则舍弃。再由优化子程序产生一组新的设计参数。如此循环,直到按一定条件结束优化搜索,输出最后所选的结果。总体参数优化设计的关键是建立目标函数和选择适当优化方法。

6.2 总体设计参数的选择与优化分析

6.2.1 多级火箭的最优级间质量比

多级火箭级间质量比如何影响火箭的性能? 可以以其对二级火箭最大速度的影响来进行分析。

如图 6—2 所示,当 $\frac{m_{02}}{m_{01}} = 0$ 和 $\frac{m_{02}}{m_{01}} = 1$ 时,均是指单级火箭而言,其最大速度无疑是相等的。在总体方案级数论证中已经指出,随着级数的增加,火箭最大速度将增大(在同样的有效载荷,同样的总质量条件下)。因此,如果函数 $v(\frac{m_{02}}{m_{01}})$ 连续可导,则必有极值

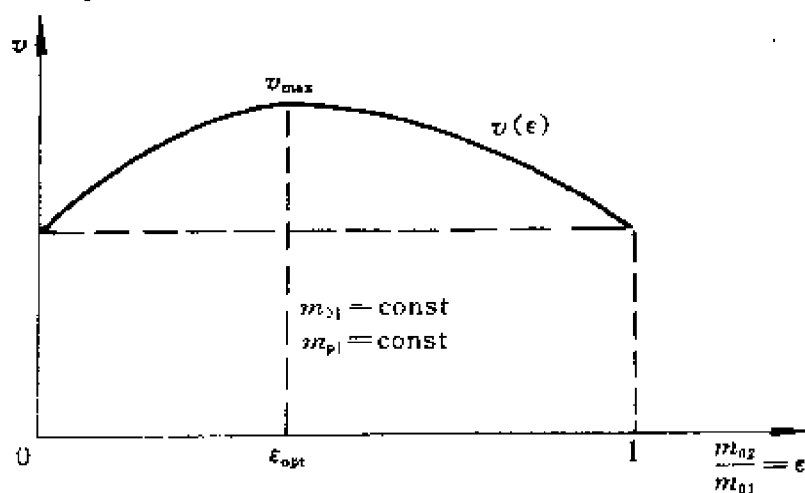


图 6-2 最优级间质量比 ϵ_{opt}

存在。所以,必存在一个二级飞行器速度最大的级间质量比 $\epsilon = \frac{m_{02}}{m_{01}}$, 该比值称为最优的。

有关火箭级间质量分配最优问题,国内外学者作过大量的研究,说明此命题有其重要的理论和实用价值。

在上述研究中都假定在发动机工作过程中推进剂的秒消耗量保持不变,即是定推力过程。当发动机推力改变时则是变分问题,这将在后面章节中进行研究。

绝大多数研究都是以火箭飞行速度或总质量为目标函数,可以分为两类命题:

(1)当火箭的有效载荷 m_{pl} 和总质量 m_{01} 给定时,如何选择各级质量比 ϵ_i , 使火箭的终点速度最大?

(2)当火箭有效载荷 m_{pl} 给定且最大速度 v_{max} 也已确定时,如何选择各级质量比 ϵ_i , 使火箭的总质量最小?

显然上述两命题求解的结果,在速度和质量表达式相同时,其结论相同。

我们将对第一个命题进行分析。

一、最简单的质量分配规律

如前所述,多级火箭的终点速度等于各级子火箭所获得的速度之和,每一级所获得的速度越大则多级火箭的终点速度就越大。

由理想速度公式可知,各级熄火质量比 \bar{m}_{0i} 是决定级的飞行速度的主要参数之一, \bar{m}_{0i} 是各级质量分配系数的函数,可以从下式看出

$$m_{0i} = (m_{0i} - m_{0,i+1})\sigma + m_{0,i+1}$$

两边除以 m_{0i} 可得

$$\bar{m}_{0i} = \sigma + (1 - \sigma)\epsilon_i \quad (i = 1, 2, 3, \dots) \quad (6-6)$$

式中 σ 表示级的结构质量系数,上式是假定级的结构质量是与级本身的总质量成正比的。

在火箭总质量恒定的条件下按获得最大熄火速度的要求,求参量 ϵ_i 的极值。由齐奥尔柯夫斯基第一定理可得

$$\bar{v}_{\max} = - \sum_{i=1}^n \ln \bar{m}_{ci}$$

将式(6-6)代入,可得

$$\bar{v}_{\max} = - \sum_{i=1}^n \ln[\sigma + (1 - \sigma)\epsilon_i] \quad (6-7)$$

式中 $\bar{v}_{\max} = \frac{v_{\max}}{gP_{sp}}$ —— 无因次理想速度。

在目标函数确定以后,可以运用拉格朗日待定系数法求解。

约束方程具有如下形式:

$$\prod_{i=1}^n \epsilon_i - \epsilon^* = 0 \quad (6-8)$$

以 $f_1(\epsilon_i)$ 代表式(6-7), $f_2(\epsilon_i)$ 代表式(6-8),列出方程

$$\phi(\epsilon_i) = f_1(\epsilon_i) + \lambda f_2(\epsilon_i) \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (6-9)$$

λ 是待定常量。

根据欧拉条件,极值条件为

$$\frac{\partial \phi}{\partial \epsilon_i} = \frac{1 - \sigma}{\bar{m}_{ci}} + \lambda \frac{\epsilon^*}{\epsilon_i} = 0 \quad (6-10)$$

求解式(6-10)得出

$$\lambda = \frac{1 - \sigma}{\sigma + (1 - \sigma)\epsilon_i} \left(\frac{\epsilon_i}{\epsilon^*} \right) = \text{const} \quad (6-11)$$

因此,上式只有在级间质量比 $\epsilon_i = \epsilon = \text{常数}$ 的条件下才能成立。这就是说,多级火箭的质量分配应遵循等比级数规律,因此有下列关系:

$$\begin{cases} m_{02} = m_{01}\epsilon \\ m_{03} = m_{02}\epsilon = m_{01}\epsilon^2 \\ \dots\dots\dots \\ m_{0n} = m_{0(n-1)}\epsilon = m_{01}\epsilon^{n-1} \end{cases} \quad (6-12)$$

由于

$$\prod_{i=1}^n \epsilon_i = \epsilon^*$$

故有

$$\epsilon_i = \epsilon = (\epsilon^*)^{\frac{1}{n}} \quad (6-13)$$

按最佳质量分配规律分配时,火箭各级的质量比相等,这就表明每级产生的速度增量也相同,自然各级的推进剂质量比也是相同的。

二、考虑重力损失存在时的情况

前面得出的最简单的情况下的质量分配成等比级数的结论,没有考虑各级动力系统的特性随高度的改变,也没有考虑重力项损失的影响和阻力损失的影响,因此与实际的最佳分配规律是不完全吻合的。下面,我们从齐奥尔柯夫斯基第二定理出发来分析问题。

对多级火箭,根据齐奥尔柯夫斯基第二定理其最大速度可以写成如下形式:

$$\bar{v}_{\max} = \sum_{i=1}^n \gamma_i \ln\left(\frac{1}{\bar{m}_{ci}}\right) - \sum_{i=1}^n (1 - \bar{m}_{ci}) \bar{\sigma}(\theta_{ki}) / \bar{P}_{ci} \quad (6-14)$$

式中 \bar{P}_{ci} ——第 i 级的初始推重比;

$$\bar{\sigma}(\theta_k) = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_a}^{t_k} g \sin \theta dt \text{——在该级工作时间中的重力损失参数。}$$

设

$$\gamma_i = \frac{u_{e,i}}{u_{e,1}} \text{——第 } i \text{ 级有效排气速度与第一级有效排气速度之比值;}$$

$$u_{e,i} = g P_{sp} \text{——第 } i \text{ 级发动机有效排气速度。}$$

考虑到

$$\bar{m}_{ci} = \sigma + (1 - \sigma) \epsilon_i$$

则式(6-14)可以改写为

$$\begin{aligned} \bar{v}_m = & - \sum_{i=1}^n \gamma_i \ln[\sigma + (1 - \sigma) \epsilon_i] \\ & - \sum_{i=1}^n (1 - \sigma)(1 + \epsilon_i) \frac{1}{\bar{P}_{ci}} \bar{\sigma}(\theta_k)_i \end{aligned} \quad (6-15)$$

式中

$$\bar{v}_m = \frac{v_m}{u_{e,1}}$$

建立约束方程

$$\prod_{i=1}^n \epsilon_i - \epsilon^* = 0 \quad (6-16)$$

根据拉格朗日极值定律及约束方程式(6-8), 设一泛函

$$\Phi(\epsilon_i) = \bar{v}_m(\epsilon_i) + \lambda \left(\prod_{i=1}^n \epsilon_i - \epsilon^* \right)$$

将在有效载荷及火箭总质量一定条件下求最大速度, 应满足下列关系:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \epsilon_i} = 0$$

于是下列方程式成立:

$$\frac{\gamma_1(1-\sigma_1)}{\sigma_1 + (1-\sigma_1)\epsilon_1} - \frac{1-\sigma_1}{P_{01}} \bar{\sigma}(\theta_k)_1 - \lambda \frac{\epsilon^*}{\epsilon_1} = 0$$

或

$$(1-\sigma_1) \left[\frac{\gamma_1}{\sigma_1 + (1-\sigma_1)\epsilon_1} - \frac{\bar{\sigma}(\theta_k)_1}{P_{01}} \right] \frac{\epsilon_1}{\epsilon^*} = \lambda$$

$$\frac{\gamma_2(1-\sigma_2)}{\sigma_2 + (1-\sigma_2)\epsilon_2} - \frac{1-\sigma_2}{P_{02}} \bar{\sigma}(\theta_k)_2 - \lambda \frac{\epsilon^*}{\epsilon_2} = 0$$

或

$$(1-\sigma_2) \left[\frac{\gamma_2}{\sigma_2 + (1-\sigma_2)\epsilon_2} - \frac{\bar{\sigma}(\theta_k)_2}{P_{02}} \right] \frac{\epsilon_2}{\epsilon^*} = \lambda$$

.....

$$\frac{\gamma_i(1-\sigma_i)}{\sigma_i + (1-\sigma_i)\epsilon_i} - \frac{1-\sigma_i}{P_{0i}} \bar{\sigma}(\theta_k)_i - \lambda \frac{\epsilon^*}{\epsilon_i} = 0$$

或

$$(1-\sigma_i) \left[\frac{\gamma_i}{\sigma_i + (1-\sigma_i)\epsilon_i} - \frac{\bar{\sigma}(\theta_k)_i}{P_{0i}} \right] \frac{\epsilon_i}{\epsilon^*} = \lambda \quad (6-17)$$

形成递推关系式, 即

$$\begin{aligned} & (1-\sigma_1) \left[\frac{\gamma_1}{\sigma_1 + (1-\sigma_1)\epsilon_1} - \frac{\bar{\sigma}(\theta_k)_1}{P_{01}} \right] \frac{\epsilon_1}{\epsilon^*} \\ &= (1-\sigma_2) \left[\frac{\gamma_2}{\sigma_2 + (1-\sigma_2)\epsilon_2} - \frac{\bar{\sigma}(\theta_k)_2}{P_{02}} \right] \frac{\epsilon_2}{\epsilon^*} \\ &= \dots\dots \end{aligned}$$

$$= (1 - \sigma_i) \left[\frac{\gamma_i}{\sigma_i + (1 - \sigma_i)\epsilon_i} - \frac{\bar{\sigma}(\theta_k)_i}{\bar{P}_\alpha} \right] \frac{\epsilon_i}{\epsilon^*} \quad (6-18)$$

若各级的结构质量系数 σ 相等时, 则上式可以简化为

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\gamma_1}{\sigma + (1 - \sigma)\epsilon_1} - \frac{\bar{\sigma}(\theta_k)_1}{\bar{P}_{01}} \right] \epsilon_1 \\ &= \left[\frac{\gamma_2}{\sigma + (1 - \sigma)\epsilon_2} - \frac{\bar{\sigma}(\theta_k)_2}{\bar{P}_{02}} \right] \epsilon_2 \\ &= \dots\dots \end{aligned}$$

式(6-19)要求解 ϵ_i 的解析解相当困难, 工程上可以采取作图法或迭代法求解。

分析式(6-19)可以得到以下结论:

(1) 最佳级间质量比 ϵ_i 与各级火箭的有效排气速度有关, $u_{e,i}$ 值越大则最佳的 ϵ_i 越小。

(2) 最佳级间质量比 ϵ_i 与各级火箭的初始推重比 \bar{P}_α 有关。当其他条件相同时, \bar{P}_α 越大则最佳级间质量比 ϵ_i 应越小些。

(3) 同样, 最佳级间质量比 ϵ_i 还与该级工作过程的飞程序 $\theta(t)$ 有密切关系。

因此, 从上述分析可以看出考虑重力损失以后多级火箭的最佳级间质量分配并不完全符合等比级数规律, 而随着各级推进剂的有效排气速度、初始推重比、转弯程序等的不同而有差别。

国外现有弹道导弹统计资料表明, 各级质量比大致如下:

液体导弹:

$$\epsilon_3 = (1.1 \sim 1.15)\epsilon_2 = (1.2 \sim 1.25)\epsilon_1$$

固体导弹:

$$\epsilon_3 = (1.01 \sim 1.05)\epsilon_2 = (1.0 \sim 1.1)\epsilon_1$$

6.2.2 火箭的初始推重比 \bar{P}_0 的选择

根据最优弹道设计理论的结论, 火箭最佳推力程序要求发动机推力向量应随时间改变。也就是推力的大小和方向都应当是时间的函数, 然而要实现变推力程序在技术上出现严重困难。到目前

为止,导弹和运载火箭还是采用不变推力动力装置。正如第五章所分析的那样,火箭的推重比值仍然是直接影响火箭特性的重要参数,应当进行优选确定。

一、真空环境下最佳推重比分析

前已指出,初始推重比 \bar{P}_0 对火箭的速度增量产生影响。现在假设火箭的总质量 m_0 已经确定。当 \bar{P}_0 变化时,火箭速度增量的变化应当遵循如下规律。

当初始推重比 \bar{P}_0 增大时,意味着:

(1) 发动机推力增加,轴向过载增大,与轴向过载有关的部件结构质量增加,推进剂相对质量系数下降,火箭速度增量减小。

(2) 工作时间减小,弹道转弯速率增大,横向过载增大,结构质量增加。

(3) 工作时间减小,因而重力速度损失减小;但由于低空加速度快,所以阻力增大。反之,当推重比增大时则有相反的效果。因此,火箭推重比对最大速度的影响存着相互矛盾的因素,故而决定了最佳值的存在。

研究表明,火箭推重比的最佳值与目标函数类型关系很大,图 6—3 示出装有液体火箭发动机的火箭的发射费用、飞行速度、飞行距离与推重比的变化关系。

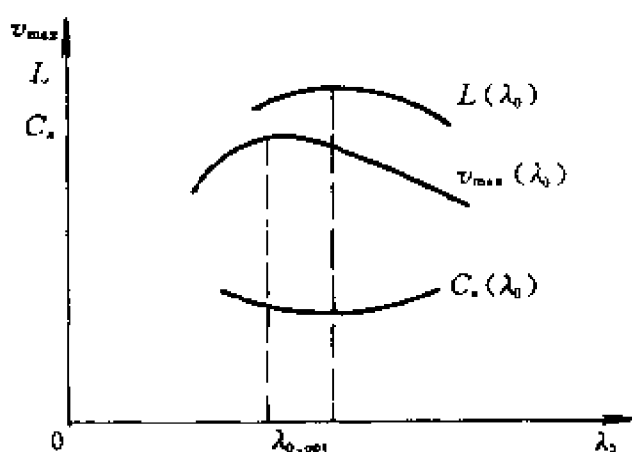


图 6—3 最大速度、最大射程、发射费用与推重比的关系

图 6-3 表明按速度最大选取的最佳推重比 $\bar{P}_{0,\text{opt},v}$ 略高于按射程最大或发射费用最低选取的 $\bar{P}_{0,\text{opt},r}$ 值。其原因是 \bar{P}_0 小的火箭,其主动飞行段终点速度相等时有较长的主动飞行段距离和高度,因而有较远的射程。

以主动飞行段终点速度作为目标函数来具体推导最佳推重比 $\bar{P}_{0,\text{opt}}$ 的表达式。根据火箭理想速度公式:

$$v_{\max} = u_e \left[\ln \frac{1}{\bar{m}_c} - \frac{\bar{\sigma}(\theta_k)(1 - \bar{m}_c)}{\bar{P}_0} \right]$$

或者

$$\bar{v}_{\max} = -\ln \bar{m}_c - \frac{\bar{\sigma}(\theta_k)(1 - \bar{m}_c)}{\bar{P}_0}$$

引入火箭结构质量系数的关系式:

$$\bar{m}_c = \bar{m}_{ef} + K\bar{P}_0 \quad (6-19)$$

式中, \bar{m}_{ef} 系指与起飞过载无关的部分结构质量系数,代入上式即可得

$$\bar{v}_{\max} = -\ln(\bar{m}_{ef} + K\bar{P}_0) - (1 - \bar{m}_{ef} - K\bar{P}_0)\bar{\sigma}(\theta_k)/\bar{P}_0 \quad (6-20)$$

上式表明了火箭的最大速度与初始推重比 \bar{P}_0 以及结构质量系数 \bar{m}_{ef} 、弹道转弯影响系数 $\bar{\sigma}$ 的相互关系。对不同的 $\bar{\sigma}(\theta_k)$ 作出 \bar{v}_{\max} 与 \bar{P}_0 的关系曲线如图 6-4 所示。

由图 6-4 可见,重力损失越小则最佳过载也越小。如果不存在重力损失(即 $\bar{\sigma}(\theta_k) = 0$),则函数没有极值,且 \bar{P}_0 为无限小时火箭的熄火速度最大。

因为在采用火箭结构质量公式时,已限定火箭的有效载荷与总质量之比为常量,因此只能在上述条件下才能用式(6-20)求 $\bar{v}_{\max} = \bar{v}_{\max}(\bar{P}_0)$ 的极值,此时取导数

$$\frac{d\bar{v}_{\max}}{d\bar{P}_0} = 0$$

可得到

$$\bar{P}_{0,\text{opt}} = \bar{\sigma}(\theta_k) \frac{1 - \bar{m}_{ef}}{2} + \left[(\bar{\sigma}(\theta_k) \frac{1 - \bar{m}_{ef}}{2})^2 + \frac{\bar{m}_{ef}}{k} (1 - \bar{m}_{ef}) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (6-21)$$

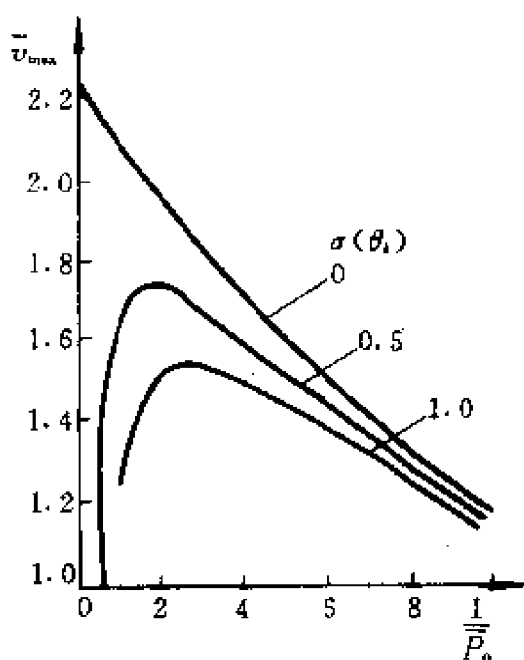


图 6-4 火箭最大速度与初始推重比的关系

将

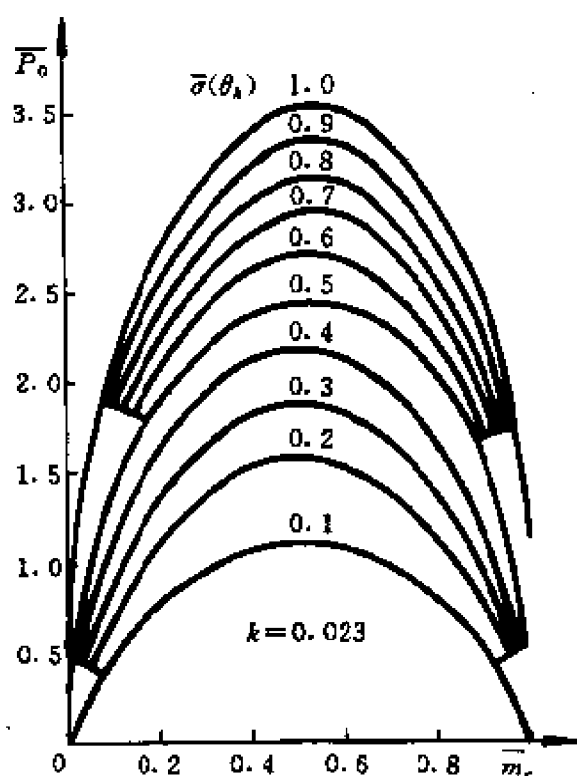
$$\bar{m}_{ef} = \bar{m}_c - K\bar{P}_0$$

代入上式,又可以写出另一形式:

$$\bar{P}_{0,opt} = \frac{\bar{\sigma}(\theta_k)\bar{m}_c}{2} + \left[\frac{\bar{\sigma}(\theta_k)^2\bar{m}_c^2}{4} + \frac{\bar{\sigma}(\theta_k)}{K}\mu_k\bar{m}_c \right]^{\frac{1}{2}} \quad (6-22)$$

对于不同的参数 $\sigma(\theta_k)$,按式(6-22)绘成的最佳推重比 $\bar{P}_{0,opt}$ 曲线如图 6-5 所示。由图可见函数 $\bar{P}_{0,opt}$ 具有极大值,极大值的存在表明,当参数 \bar{m}_c 较小时或较大时,都必须减小最佳推重比值。

上述结果的物理含义是,当结构质量比 \bar{m}_c 由较大值变成中等大小时,为减小重力损失必须增大推重比 \bar{P}_0 ,否则由推进剂相对质量系数 μ_k 增大,将会使重力损失增加。由此而引起 \bar{m}_c 的增加主要是由发动机结果质量增加引起的,但影响不甚显著,当结构质量比 \bar{m}_c 的值由中等变小时,又会由于发动机结构质量比所占的比重增加而使得最佳推重比 $\bar{P}_{0,opt}$ 减小,此时使本来就很大的重力损失会更加增大,但起决定作用的还是减小 \bar{m}_c 值。换言之,参数 \bar{m}_c 值较小时发动机装置相对质量较大。因此,尽管飞行时间较长(从而

图 6-5 $\sigma(\theta_k)$, \bar{m}_c 对最佳推重比的影响

重力损失较大), 但最佳推重比应减小。

由式(6-22)不难导出 \bar{P}_0 最大值时对应的 \bar{m}_c 值:

$$\bar{m}_c = \frac{2}{4 - \sigma(\theta_k)K} + \left[\left(\frac{2}{4 - \sigma(\theta_k)K} \right)^2 - \frac{1}{4 - \sigma(\theta_k)K} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (6-23)$$

由上式可知, 如果忽略很小的 $\sigma(\theta_k)K$ 值(对于液体火箭发动机来说, $\sigma(\theta_k)K \leq 0.023$), 则上式的值 $\bar{m}_c \approx 0.5$ 。这表明当火箭结构质量比 $\bar{m}_c \approx 0.5$ 时, 则火箭应选择最大的最佳初始推重比值。

二、考虑大气阻力损失影响时的初始推重比

大气对火箭熄火速度的影响是通过阻力损失和发动机推力损失造成的。

在真实条件下, 如果最佳推重比取决于重力损失及质量因素, 则在大气环境中除这些因素外, 还要考虑气动阻力产生的速度损失和推力损失。

由于阻力速度损失计算非常困难,因此在此种情况下难以求出准确的解析关系。实际计算表明,有大气存在情况下最佳推重比 $\bar{P}_{0,\text{opt}}$ 的变化特征与真空条件下相似,只是由于大气的影 响,最佳推重比在火箭结构质量比的整个变化范围内皆有所减小。其结果如图 6—6 所示。

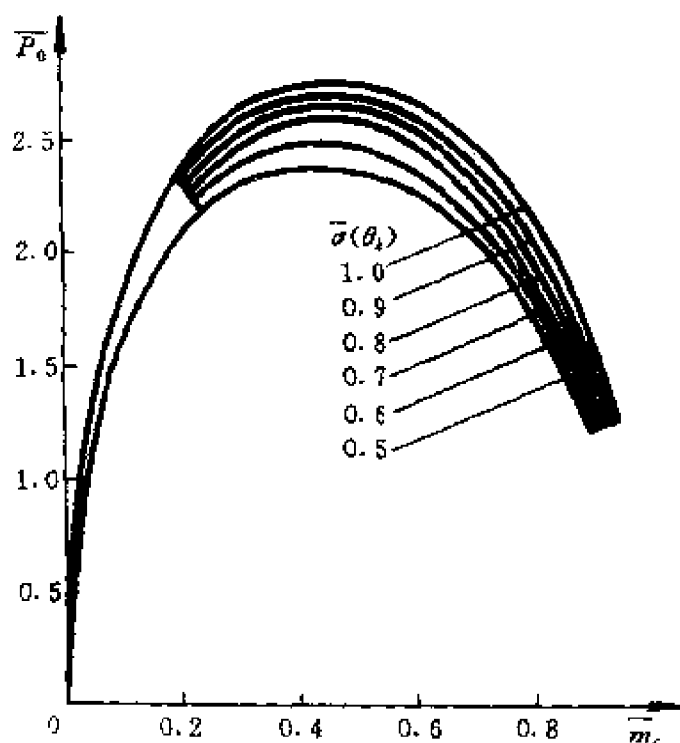


图 6—6 有阻力存在时 $\bar{\sigma}(\theta_k)$, \bar{m}_c 对最佳推重比的影响

Г. М. 莫斯卡连科^[10]推荐采用下面近似计算公式:

$$\bar{P}_{0,\text{opt}} = \frac{0.5\bar{\sigma}(\theta_k)K}{\eta_0 + \frac{\xi_k}{\bar{m}_c}} + \left[\left(\frac{0.5\bar{\sigma}(\theta_k)K}{\eta_0 + \frac{\xi_k}{\bar{m}_c}} \right)^2 + \frac{\bar{\sigma}(\theta_k)(1 - \bar{m}_c)}{\eta_0 + \frac{\xi_k}{\bar{m}_c}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (6-24)$$

式中

$$\eta_0 = \frac{1}{u_c} [\eta + v(\xi - 1)]$$

是计及大气影响的无因次参数,其变化曲线如图 6—7 所示。 η 、 v 、 ξ 均为系数, ξ 为真空推力增加系数。

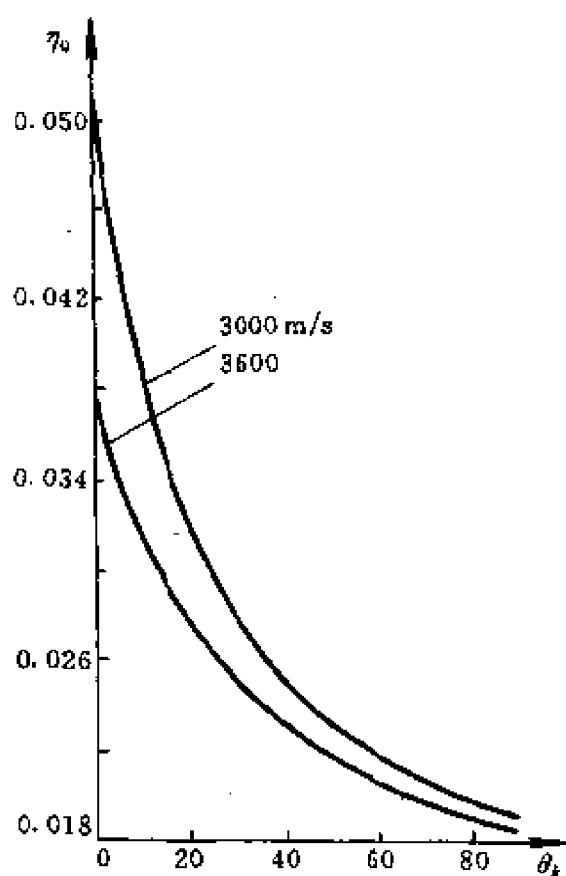


图 6-7 参数 η_0 随发动机有效排气速度 u_e 主动飞行段末弹道倾角 θ_k 的变化

6.2.3 火箭的最大直径和各级长细比的选择

当火箭的各级质量已给定的条件下,则其最大直径 D_{\max} 、长细比 \bar{l} 、最大截面的载荷 P_{\max} 三者是互相关联的。这是由于

$$m_{0i} = \frac{\pi}{4} \gamma_i \bar{l}_i D_{\max}^3 + m_{0i+1} \quad (6-25)$$

式中 γ_i ——级平均密度。

最大截面的载荷

$$P_{\max} = \frac{4m_{0i}}{\pi D_{\max}^2} \quad (6-26)$$

由式(6-25)和式(6-26)可知,当级部件质量($m_{0i} - m_{0i+1}$)已知

时,给定下列条件之一: $D_{\max i}$ 、 \bar{l}_i 或 $P_{\max i}$,其余值即可确定。为了确定最优参数,应该考虑所有的 D_{\max} 、 \bar{l} 和 P_{\max} 值对飞行器特性的影响。因此在选择总体参数 P_{\max} 时,实际上是要综合选择上述三个参数的问题。

我们首先分析壳体直径 D_m 对火箭特性的影响。由于火箭所采用动力装置不同,故要按液体和固体发动机分类分别进行研究。

一、装有液体火箭发动机的火箭长细比和直径的选择

当火箭的起飞质量不变时,随着直径 D_m 的减小,推进剂箱底直径及质量也减小。结果推进剂装填系数略有增加,飞行速度略有提高。而另一方面,由于火箭长度增加,刚度下降,因而必须加强壳体,从而要求增加结构质量,引起飞行速度略有降低。显然有 $v_{\max}(D_m)$ 的最大值。经验证明,按 $v_{\max}(D_m)$ 最大值确定的直径很小,但不是实际使用的最佳值,因此选取弹体直径时还要考虑下述情况:

(1)使用已有装备和生产经验的合理性。

(2)飞行器各级直径相等的可能性(这样,飞行尺寸和发射设施费用都可减小)。

(3)壳体直径不应超过运输设备的尺寸。

随着直径 D_m 的减小, P_{\max} 值增大,火箭的气动阻力减小。但由于阻力损失对远程火箭的速度损失所占比重不大(仅为 10% 左右),因此改变 P_{\max} 值对火箭飞行性能影响不明显,意义不大。而直径减小,长细比加大,这对壳体尺寸的选择影响较大,给定质量时的长细比能在相当程度上确定发射设施的负载,并影响工艺起吊运输设备的尺寸和参数。

火箭的长细比和直径在很大程度上决定其发射费用。这可以从图 6—8 中看出。

在给定最大射程 L_{\max} 及有效载荷 m_{pl} 以及长细比函数时,火箭发射费用有明显极值。这是因为:一方面长细比增加导致飞行器质量减轻和某些工艺设备部件费用降低。另一方面,使用大长细比火箭时,将增加发射设施的部分工装的费用。由此而见,每一类发射设施都有自身的火箭长细比。

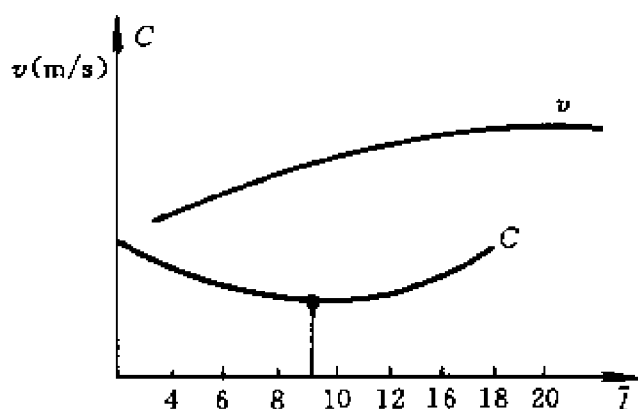


图 6-8 火箭速度 v 、发射费用 C 与长细比 \bar{l} 的关系

由于长细比与工艺装备和设施费用有着复杂的关系,所以一般只能用直接方法来计算火箭发射费用,用函数或发射系统具体方案的实施费用来确定最佳值 $\bar{l}_{0,\text{opt}}$ 。还应当指出, \bar{l} 偏离最佳值 5%~10% 时发射费用变化不很大,所以,当论证技术要求和制定技术条件时,经常使用统计模拟数据。单级装有液体火箭发动机的火箭总体设计时,建议取火箭长细比 $\bar{l}=8.5\sim 11$;对二级火箭,当各级直径相等时,总长细比取 $\bar{l}=10\sim 14$ 较合适。

如果 \bar{l} 是选定的,则可按下式确定其直径:

$$D_m = \sqrt[3]{\frac{4}{\pi r_i \bar{l}_i} (m_{0i} - m_{0i+1})}$$

并按式(6-26)确定最大截面的载荷 P_{max} 。

二、装有固体火箭发动机的火箭各级装药长细比的选择

装有固体火箭发动机的火箭各级长细比和直径,取决于其装药的长细比和直径。在燃烧压力确定了以后,如果推进剂燃速不变化,则火箭的四个参数(级的直径 D_m ,级装药长细比 \bar{l}_r ,最大截面的载荷 P_{max} 以及推重比 \bar{P}_0)之间存在着确定关系。同装有液体火箭发动机一样,存在着式(6-25)和式(6-26)的关系。再考虑到固体火箭推力表达式和 $\bar{P}_0 = \frac{P_0}{m_0 g_0}$,则可建立第三个关系式:

$$P = K_s \pi \bar{l}_r D_m^3 \rho_p P_{sp} u \quad (6-27)$$

式中 u —— 推进剂燃速;

ρ_p ——推进剂密度；

D_m ——发动机直径；

K_s ——决定于药柱型式的燃面相对值。

因此

$$\frac{1}{\bar{P}_0} = \frac{m_0 g}{P_0} = \frac{m_0 g}{K_s \pi \bar{l}_g D_m^3 \rho_p P_{sp} u} \quad (6-28)$$

分析 D_m, \bar{l}_g, P_{\max} 对火箭特性的影响, 不难看到 \bar{l}_g 值的影响最明显。所以, \bar{l}_g 值可作为固体火箭的设计参数来考虑。

在推进剂燃速 u 不变的条件下, 并且 m_0, p_c 及 p_a (p_c 为燃烧室压力, p_a 为喷管出口截面压力) 固定时, 当装药长细比 \bar{l}_g 减小, 则推进剂装填系数降低, 质量方程中结构系数增大, 推进剂相对质量系数 μ_k 亦有所减小, 这些矛盾的因素决定了速度与长细比函数关系的极值存在, 表 6-1 示出了 \bar{l}_g 对火箭的 $\bar{P}_0, \mu_k, v_{\max}$ 的影响, 它是利用速度和质量方程直接计算出来的。

· 上述例子中, 当 $\bar{l}_g = 4.5$ 时速度具有明显的最大值。计算还表明, 火箭下面级的最佳装药长细比 $\bar{l}_{g, \text{opt}}$ 比上面级大。

表 6-1 \bar{l}_g 对火箭 $\bar{P}_0, \mu_k, v_{\max}$ 的影响

	\bar{l}_g			
	3	4	5	6
\bar{P}_0	2.465	2.780	3.120	3.180
μ_k	0.642	0.644	0.660	0.650
$v_{\max}(\text{m/s})$	2062	2282	2240	2130

还应指出, \bar{l}_g 对火箭发射费用也有影响, 因为 \bar{l}_g 增大时将导致地面工艺装备规模和批生产工作量增加, 因而在用发射费用作为目标函数时确定的级最优长度时, 得到的最佳装药长细比比速度最大值稍小一些。

装有固体火箭发动机的火箭的各级装药长细比的最佳值大致如下:

$$\begin{aligned}\bar{l}_{g,1,\text{opt}} &= 4 \sim 5 \\ \bar{l}_{g,2,\text{opt}} &= 2.5 \sim 3.5 \\ \bar{l}_{g,3,\text{opt}} &= 1.5 \sim 2.5\end{aligned}$$

多级固体火箭的直径相同时,下面级的 $\bar{l}_{g,\text{opt}}$ 减小明显。

6.3 弹道导弹与运载火箭总体设计 参数综合优化

上节阐述了总体参数对导弹或火箭特性的影响,以及如何进行选择和优化。为了阐明参数对性能影响的物理实质,以期明了各参数的变化规律及对性能的影响规律,在优化时便于掌握。因此采用了解析法,并采用极值解法。用解析法求解时,有一点必须指出,即各项参数是互相独立的,而且认为每个参数最优则综合特性也是最优的,然而事实上这一点并不一定是严格的,因此最可靠的办法还是将各项参数综合考虑,以使火箭总体综合性能达到最佳。

总体设计参数的综合优化是一个多变量参数优化的问题,通常采用计算机参数优化方法实现。

6.3.1 目标函数选择

火箭总体设计参数优化的目标函数,应能反映主要性能目标和约束条件。

火箭性能优化的主要目标通常可归纳为以下几点:

- (1)最大射程或最大主动飞行段终点速度。
- (2)最小总质量。
- (3)最大有效载荷。
- (4)最小成本等。

当确定了一个目标函数以后,其他设计要求则可作为约束条件处理,约束条件可以是:

- (1)射程 \geq 某一值。

- (2) 起飞质量 \leq 某一值。
- (3) 有效载荷 \geq 某一值。
- (4) 最大纵向过载 \leq 某一值。
- (5) 弹道再入参数的限制等。

6.3.2 设计参数与方程

从有利于分析计算出发,采用反映主要设计参数的主动飞行段相对参量微分方程式(5-42):

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dv}{d\mu} &= \frac{g_0 P_{sp,0}}{1-\mu} - \frac{P_{sp,0}(p_c - p_a)}{\bar{P}_0 P_{max}(1-\mu)} - \frac{P_{sp,0} q c_x}{\bar{P}_0 P_{max}(1-\mu)} \\ &\quad - \frac{1}{\bar{P}_0} P_{sp,0} g \sin \theta \\ \frac{d\theta}{d\mu} &= \frac{1}{v} \left[\frac{P_{sp,0} q c_y}{\bar{P}_0 P_{max}(1-\mu)} - \frac{1}{\bar{P}_0} P_{sp,0} g \cos \theta \right] \\ \frac{dy}{d\mu} &= \frac{1}{\bar{P}_0} P_{sp,0} v \sin \theta \\ \frac{dx}{d\mu} &= \frac{1}{\bar{P}_0} P_{sp,0} v \cos \theta \\ \varphi &= \varphi_{pro}(\mu) \\ m &= m_0(1-\mu) \\ g &= g_0 \left(\frac{R}{R+y} \right)^2 \end{aligned} \right.$$

以及质量方程,例如固体火箭质量方程

$$m_{01} = \frac{m_p}{\prod_{i=1}^n [1 - N_i - K_{ai}(1 + a_{ci})\mu_i]}$$

如果需要还可以列出被动飞行段方程等等。

而设计参数,可以选几个主要参数,例如 $P_{sp}, \bar{P}_0, P_{max}$ (或 $\bar{l}_g, D_m, a_{cu}, \mu_{ki}$ 等。

6.3.3 优化方法及编程特点

一、目标函数的建立

在确定优化方法以后,按方法的要求来建立目标函数。以参数优化最常用的罚函数法为例,可以写出

$$\text{OBJ} = A + \sum D_i \quad (6-29)$$

式中 OBJ —— 目标函数;

A —— 优化目标,例如最大射程、最大速度、最小总质量等等;

$\sum D_i$ —— 约束条件组成的代价和。如罚函数中的内部罚函数、外部罚函数等。

如使用悬岩代价函数时,其形式可以写为

$$D_i = \varphi[1 + (Y_i - J_i)^2] \quad (6-30)$$

式中 Y_i —— 某一方案第 i 项性能的实际值;

J_i —— 设计第 i 项性能约束指标;

φ —— 加权系数,第 i 项性能合格时取零,不合格时取某一个大数值;

D_i —— 即第 i 项性能所付的代价。

二、设计参数(变量)搜索空间

由于实际问题中设计参数变化相差极大,优化设计中各参数要采用规范值,在使用时再将规范值输入,输出时作反向转换,所谓规范值是按参数变化区间的相对位置,将参数转换为 0~1 之间,规范值与真实值之间的关系为

$$X_i = \frac{X_{Ti} - A_i}{B_i - A_i} \quad (6-31)$$

式中 X_i —— 第 i 个参数的规范值;

X_{Ti} —— 第 i 个参数的真实值;

A_i, B_i —— 第 i 个参数的上下限。

例如发动机的比推力

$$P_{sp\text{上限}} = 280 \quad (\text{s}) \quad (A)$$

$$P_{sp\text{下限}} = 230 \quad (\text{s}) \quad (B)$$

而实际值

$$P_{sp} = 250 \quad (\text{s})$$

则

$$X_i = \frac{250 - 280}{230 - 280} = 0.6$$

三、优化结束条件

优化结束条件可按下列条件之一结束优化搜索,可视具体情况而定。

1. 总循环次数超过规定值。
2. 连续失败(目标值无改进)次数超过规定值。
3. 搜索步长收缩到某一规定值。
4. 目标函数改进量小于规定值等。

此外,如出现多峰现象,则应多设几个起始点重复选优,比较结果,从而找出真正峰值。

6.3.4 举例

设计一枚二级固体导弹,求满足下列约束条件的一组最优总体参数值。

一、约束条件

1. 导弹总质量不大于 8000(kg)。
2. 飞行最大过载不大于 10(g)。
3. 再入弹道倾角小于 35°。

二、优化目标为最大射程(预计应大于 1000(km))

三、已知条件

1. 有效载荷质量为 700(kg)。
2. 导弹直径为 1(m)。
3. 一级发动机结构质量比

$$(m_a/m_p)_1 = \alpha_{en1} = 0.149$$

二级发动机结构质量比

$$\alpha_{en} = 0.111$$

第一级发动机地面比冲

$$I_{sp,01} = 2256 \text{ (m/s)}$$

第二级发动机真空比冲

$$I_{sp,02} = 2746 \text{ (m/s)}$$

4. 控制系统(含伺服机构及电缆网)质量

第一级为 65kg, 第二级为 150kg。

5. 推进剂剩余质量系数

$$K_a = 1.032$$

6. c_x, c_y^* 值可参考某一导弹数据取定。

四、设计参数与目标函数

优化设计参数选 $\mu_{k1}, \mu_{k2}, \bar{P}_{01}, \bar{P}_{02}$ 及主动段终点程序角 φ_k 。设计参数变量优选搜索区间及初值如表 6-2。

表 6-2 设计参数变量优选搜索区间及初值

参 数	μ_{k1}	μ_{k2}	\bar{P}_{01}	\bar{P}_{02}	φ_k
上 限	0.375	0.524	1.625	2.44	35°
下 限	0.563	0.874	2.00	3.500	45°
变量初值: $x = [0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5]^T$					

五、目标函数

选用悬岩代价函数加权系数:

$$\varphi = 5000$$

起飞质量代价:

$$D_1 = -5000[1 + (m_{01} - 8000)^2]$$

飞行过载代价:

$$D_2 = -5000[1 + (n_{\max} - 10)^2]$$

再入倾角代价:

$$D_3 = -5000[1 + (\theta_r - 35 \times \pi/180)^2]$$

当 $m_{01} < 8000\text{kg}$ 时, 令

$$D_1 = 0$$

当 $n_{\max} < 10$ 时, 令

$$D_2 = 0$$

当 $\theta_r < -35^\circ$ 时, 令

$$D_3 = 0$$

目标函数:

$$\text{OBJ} = L + D_1 + D_2 + D_3$$

式中 L ——弹道计算所求的射程。

六、优化方法

选用随机方向搜索, 初始调优矢步长 $A = 0.1$, 按循环次数 $N = 150$ 停止搜索, 检查结果。

七、计算结果

计算结果列于表 6—3。

表 6—3 设计参数优化计算结果

设计参数	第一级	第二级
总质量 $m_{01}(\text{kg})$	7998.9	2865.4
推进剂相对质量系数 μ_k	0.5268	0.5446
初始推重比 P_0	1.9200	3.460
射程 $L(\text{km})$		1288.1

6.4 弹道导弹与运载火箭的最优飞行轨道问题

6.4.1 最优过程问题的提出

在上一节我们研究了最优总体设计参数选择问题, 采用函数取极值点的方法求设计参数的最佳值, 然而和许多实际工程问题相似, 最优飞行轨道问题确定其最优状态的不只是某些不随时间改变的设计参数, 而是某些随时间改变的函数, 因而最优状态是一

个函数的函数,这种函数称为泛函。这种最优问题称为最优过程问题。下面举出几个导弹飞行过程中的一些实例来概括出最优过程问题的一般提法。

例 1 寻找一个使弹道主动飞行段终点速度为最大的最优飞行程序。

设引力场是常值力场,不考虑地球自转,忽略空气动力,推力大小是时间的已知函数,则导弹的质心运动在主动飞行段上的运动方程组为

$$\begin{cases} \dot{v}_x = \frac{P(t)}{m} \cos \theta \\ \dot{v}_y = \frac{P(t)}{m} \sin \theta - g \\ \dot{x} = v_x \\ \dot{y} = v_y \end{cases}$$

初始条件是

$$v_x(0) = 0, v_y(0) = 0$$

$$x(0) = 0, y(0) = 0$$

要求寻找一个俯仰角的最优变化规律 $\theta(t)$, 使导弹主动飞行段终点获得最大速度, 即

$$J[\theta(t)] = -v_f^2 = -\int_0^{t_f} 2(v_x \dot{v}_x + v_y \dot{v}_y) dt$$

取最小值。

例 2 设人造地球卫星运载火箭发动机的推力 P 及质量 m 为时间的已知函数, 假定在铅垂平面内运动, 并忽略空气动力, 要求寻找发动机的最优推力方向 $\bar{\theta}(t)$, 在最短时间内将卫星由初始点运送到距地面高度为 H 且与地面平行的轨道, 并达到所要求的速度 u 。

问题的目标函数为:

$$J[\theta(t)] = t_f$$

取最小值。其约束条件是运动微分方程:

$$\begin{cases} \dot{v}_x = \frac{P}{m} \cos \theta(t) \\ \dot{v}_y = \frac{P}{m} \sin \theta(t) - g \\ \dot{x} = v_x \\ \dot{y} = v_y \end{cases}$$

且终端也要受到约束

$$\begin{cases} v_x(t_f) = u \\ v_y(t_f) = 0 \\ y(t_f) = H \\ x(t_f) \text{ 自由} \end{cases}$$

分析以上例子可知,凡属最优过程问题的数学描述应包括以下几方面的内容:

1. 受控系统的数学模型,即动态系统的微分方程,称为系统状态方程。写成向量形式为

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t)$$

式中 \mathbf{x} 表示 n 维状态向量, \mathbf{u} 表示 m 维控制向量。即

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \end{bmatrix}; \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}; \mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix}$$

2. 动态系统的初态和终态,也即状态方程的边界条件,初态即 $t = t_0$ 时状态通常是已知的。而终态时间 t_f 和状态 $\mathbf{x}(t_f)$ 则因问题而异,可以是固定的,也可以是自由的或部分自由的。

3. 一个衡量控制作用效果的性能指标。为了实现在空间 R^n 中系统从状态 $\mathbf{x}(t_0)$ 转移到 $\mathbf{x}(t_f)$,可以通过不同的控制来实现。由于性能指标并无统一内容和形式,因此应因问题性质而异。对火箭飞行过程可以是最大速度,最短时间,最小过载等等。

4. 一个容许控制集。对每一个最优过程,控制函数 $\mathbf{u}(t)$ 都有一个取值范围,它对应于 m 维控制空间 R^m 的一个集 \mathbf{U} , $\mathbf{u}(t)$ 的每

一个值对应于 U 集中一个元素。因而属于 U 集中的控制叫容许控制。

求解一个最优过程,关键是找出最优控制规律,只有满足下列三个条件的控制才是最优控制:

(1) 最优控制一定是容许控制。

(2) 将系统状态 $x(t)$ 由 $x(t_0)$ 转移到目标集 S 的某一终态 $x(t_f)$ 。

(3) 使性能指标达到最小或最大。

根据以上分析,可以将最优过程问题的提出归纳如下:

已知系统的状态方程为

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t)$$

初始条件是

$$x(t_0) = x_0$$

其中 $x(t) \in R^n, u(t) \in R^m, t \in [t_0, t_f]$ 向量函数 $f(x, u, t)$ 是 $x(t), u(t)$ 的连续函数并对 $x(t)$ 和 t 连续可微。要求寻找在 $[t_0, t_f]$ 区间中只有第一类间断点的分段连续最优控制规律 $u(t)$, 将系统状态 $x(t)$ 从 $x(t_0)$ 转移到终态 $x(t_f) \in R^n$, 并使下述性能指标取极值

$$J[u(t)] = \Phi[x_0, t_0, x(t_f), t_f] + \int_0^{t_f} L(x(t), u(t), t) dt \quad (6-32)$$

式中

$$\Phi[x_0, t_0, x(t_f), t_f]$$

和

$$L[x(t), u(t), t]$$

都是 $x(t)$ 和 t 的连续可微的标量函数。

解决最优控制问题的数学基础是变分原理、极大值原理和动态规划等。因此在研究弹道优化问题之前将先阐明变分原理和极值原理的基本点。

6.4.2 变分法和极大值原理

一、变分法

变分法是寻求函数 $x(t)$ 使某个目标泛函取得极值的一种数学方法。最优过程问题中最一般的性能泛函是

$$J[x(t)] = \Phi[x(t), t] \Big|_{t_0}^{t_f} + \int_{t_0}^{t_f} L[x(t), \dot{x}(t), t] dt \quad (6-33)$$

这类泛函的极值问题称为博尔扎(Bolza)问题。

当 $\Phi[x(t), t] \Big|_{t_0}^{t_f} = 0$ 时,则由式(6-33)给出的泛函极值问题称为拉格朗日问题。

当 $L[x(t), \dot{x}(t), t] = 0$ 时,则

$$J[x(t)] = \Phi[x(t), t] \Big|_{t_0}^{t_f}$$

的极值问题称为麦尔(Meyer)问题。

现将泛函极值条件由简单到复杂分几种情况加以阐述如下:

1. 设已知轨线 $x(t)$ 的起点 $x(t_0) = x_0$, 终点 $x(t_f) = x_f$, 则使性能泛函

$$J[x(t)] = \int_{t_0}^{t_f} L[x(t), \dot{x}(t), t] dt$$

取极值的必要条件是轨线 $x(t)$ 满足欧拉-拉格朗日条件:

$$\frac{\partial L}{\partial x} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = 0 \quad (6-34)$$

2. 设已知轨线 $x(t)$ 的端点是可变的, 则泛函取极值的条件应满足:

(1) 欧拉-拉格朗日条件

$$\frac{\partial L}{\partial x} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = 0 \quad (6-35)$$

(2) 端点的横截条件(或正交条件)

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \delta x \Big|_{t_0}^{t_f} = 0$$

下面详细阐明横截条件在各种边界情况下的具体形式。当 t_0 , t_f 都是固定时,可能出现下列四种情况:

(1) 固定起点, 固定终点。

(2) 固定起点, 自由终点。

(3) 自由起点, 固定终点。

(4) 自由起点, 自由终点。

在上述四种情况下, 根据式 (6-35) 给出的横截条件如下:

(1)

$$\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \quad \mathbf{x}(t_f) = \mathbf{x}_f \quad (6-36)$$

(2)

$$\begin{cases} \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \\ \left. \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\mathbf{x}}} \right|_{t_f} = 0 \end{cases} \quad (6-37)$$

(3)

$$\begin{cases} \left. \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\mathbf{x}}} \right|_{t_0} = 0 \\ \mathbf{x}(t_f) = \mathbf{x}_f \end{cases} \quad (6-38)$$

(4)

$$\begin{cases} \left. \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\mathbf{x}}} \right|_{t_0} = 0 \\ \left. \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\mathbf{x}}} \right|_{t_f} = 0 \end{cases} \quad (6-39)$$

3. 设已知轨线 $\mathbf{x}(t)$ 的端点是可变的, 而且终端时间 t_f 也是自由的, 则泛函取极值的条件应满足:

(1) 终端自由变化时, 除必须满足欧拉—拉格朗日方程外, 还需满足下列横截条件:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \\ \left. \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\mathbf{x}}} \right|_{t_f} = 0 \\ \left. (L[\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, t] - \dot{\mathbf{x}} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\mathbf{x}}}) \right|_{t_f} = 0 \end{cases} \quad (6-40)$$

(2) 终端受给定曲线的约束, 即终端可随 $x = \psi(t)$ 曲线变动时, 则此时需满足下列横截条件:

$$\begin{cases} x(t_0) = x_0 \\ x(t_f) = \psi(t_f) \\ \{L[x, \dot{x}, t] + [\psi(t_f) - x(t_f)] \frac{\partial L}{\partial x}\} \Big|_{t_f} = 0 \end{cases} \quad (6-41)$$

式中 $x(t)$ —— 应有二阶连续导数;

$L(x, \dot{x}, t)$ —— 应二阶连续可微;

$\psi(t)$ —— 应有一阶连续导数。

上面横截条件第一、二式是位置应满足的条件, 第三式则是时间应满足的条件。

4. 带等式约束的泛函极值。上面研究了无约束条件下泛函极值的必要条件, 然而工程中要解决的问题大多是有约束条件的, 为此应当研究有约束条件的泛函极值问题。解决此类问题的方法是引入拉格朗日乘子, 将有约束的泛函极值问题, 变成无约束条件的泛函极值问题。

设有泛函

$$J[x] = \Phi[x(t_f), t_f] + \int_{t_0}^{t_f} L[x, \dot{x}, t] dt$$

受到如下条件的约束:

$$g[x(t), \dot{x}(t), t] = 0$$

式中

$$g^T = [g_1, g_2, \dots, g_m] \quad m \leq n$$

在 t_f 可变条件下, 使泛函 $J(x)$ 取极值的条件如下:

(1) 欧拉—拉格朗日方程

$$\frac{\partial L'}{\partial x} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L'}{\partial \dot{x}} = 0$$

(2) 横截条件

$$\begin{cases} \left. \frac{\partial \Phi}{\partial t_f} + L[x, \dot{x}, t] - \dot{x}^T \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right|_{t_f} = 0 \\ \left. \frac{\partial \Phi}{\partial x(t_f)} + \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right|_{t_f} = 0 \end{cases} \quad (6-42)$$

(3) 约束条件

$$g[x(t), \dot{x}(t), t] = 0$$

(4) 初始条件

$$x(t_0) = x_0$$

当终端给定超曲面

$$x(t_f) = \psi(t_f)$$

时, 只要将横截条件改为:

$$\left\{ \frac{\partial \Phi}{\partial t_f} + L[x, \dot{x}, t] + [\psi(t) - \dot{x}(t)]^T \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right\} \bigg|_{t_f} = 0 \quad (6-43)$$

即可。上面式中

$$L(x, \dot{x}, t) = L[x, \dot{x}, t] + \lambda^T g(x, \dot{x}, t) \quad (6-44)$$

且 $\lambda^T = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m]$ 为拉格朗日乘子。

至于实际问题中碰到带不等式约束问题, 则可以将不等式约束变成等式约束来处理。

二、极大值原理

利用古典变分法处理过程优化问题时, 可以解出状态变量的最优轨线, 例如对弹道优化问题可以求解出某一具体问题的最优飞行弹道, 或者最优速度变化过程等等。然而如何通过火箭的可控制参量(例如推力向量)来实现最优过程则需另作处理, 因此会遇到许多困难。为了适应现代控制过程, 由此导出了庞特里亚金(Pontryagin)极小值原理。这个方法的显著特点是: 根据最小值原理所得结果, 易于确定最优过程问题的一般结构形式, 因而应用广泛, 又由于结果是可实现控制的控制变量的过程, 因而可以很方便地实现, 庞特里亚金极小值原理为最优过程问题的一种强有力的工具。

我们来简要地叙述极小值原理。考虑系统的状态方程为：

$$\frac{dx}{dt} = f(x, u, t) \quad (6-45)$$

$$u \in U$$

U 是容许控制变量的集合。例如它可以是满足不等式约束 $\alpha \leq u_i \leq \beta_i$ 的 u 的全体。

目标函数为

$$J(u) = \int_{t_0}^{t_f} L(x(t), u, t) dt \quad (6-46)$$

问题是在容许控制集合 U 中寻求一个控制 u , 使 $J(u)$ 取极值。假设

$$f(x, u, t) = [f_1(x, u, t), f_2(x, u, t), \dots, f_n(x, u, t)]^T$$

且

$$f_i(x, u, t), \frac{\partial f_i}{\partial x}, \frac{\partial f_i}{\partial u_j}, L(x, u, t), \frac{\partial L}{\partial x}, \frac{\partial L}{\partial u_j}$$

都是连续函数, $u = u(t)$ 也是逐段连续的函数。则根据极大值原理, $u^*(t)$ 为最优控制的必要条件是:

存在共轭向量 $\lambda^*(t)$, 它与 $x^*(t)$ 满足下面的共轭方程

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \frac{\partial H}{\partial \lambda} = f(x, u, t) \\ \frac{d\lambda}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial x} \end{cases} \quad (6-47)$$

且哈密顿函数:

$$H(x^*, \lambda^*, u, t) = L(x^*, u, t) + \lambda^{*T} f(x^*, u, t) \quad (6-48)$$

作为 u 的函数, 在 $u = u^*(t)$ 时达到极值, 即

$$H(x^*, \lambda^*, u^*, t) = \min_{u \in U} H(x^*, \lambda^*, u, t) \quad (6-49)$$

边界条件:

(1) 若已知 $x(t_0) = x_0, x(t_f) = x_f$, 即为固定端点控制问题, 此时共轭方程(6-47)的边界条件为:

$$\begin{cases} x(t_0) = x_0 \\ x(t_f) = x_f \end{cases} \quad (6-50)$$

(2) 若已知 $x(t_0) = x_0$, 而 $x(t_f)$ 是自由的, 即为自由端点控制问题, 此时共轭方程式 (6-47) 的边界条件为

$$\begin{cases} x(t_0) = x_0 \\ \lambda(t_f) = 0 \end{cases} \quad (6-51)$$

(3) 若已知 $x(t_0) = x_0$, 而 $t_f, x(t_f)$ 都是自由的, 则边界条件为:

$$\begin{cases} x(t_0) = x_0 \\ \lambda(t_f) = 0 \\ H(x(t_f), \lambda(t_f), u(t_f), t_f) = 0 \end{cases} \quad (6-52)$$

(4) 在自由端点问题中, 如果对端点的要求反映在目标函数中, 即

$$J(u) = \Phi(x(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} L(x, u, t) dt \quad (6-53)$$

则在边界条件中还应作相应的改变。

$$\begin{cases} x(t_0) = x_0 \\ \lambda(t_f) = \frac{\partial \Phi}{\partial x(t_f)} \end{cases} \quad (6-54)$$

当 t_f 自由时再增加条件

$$H(x(t_f), \lambda(t_f), u(t_f), t_f) + \frac{\partial \Phi}{\partial t_f} = 0 \quad (6-55)$$

(5) 假如初始条件给定, 终端 $x(t_f)$ 要求落在 m 维曲面上:

$$\begin{cases} N_1(x(t_f), t_f) = 0 \\ N_2(x(t_f), t_f) = 0 \\ \vdots \\ N_T(x(t_f), t_f) = 0 \end{cases} \quad (6-56)$$

则边界条件为

$$\begin{cases} x(t_0) = x_0 \\ \lambda(t_f) = \frac{\partial \Phi}{\partial x(t_f)} + \frac{\partial N^r}{\partial x(t_f)} \nu \\ N(x(t_f), t_f) = 0 \end{cases} \quad (6-57)$$

如果 t_f 是自由的, 则再增加条件:

$$H[x(t_f), \lambda(t_f), u(t_f), t_f] + \left[\frac{\partial N^T}{\partial x_f} \right] v + \frac{\partial \Phi}{\partial x_f} = 0 \quad (6-58)$$

当 f, L, Φ 都不显含 t 和 t_f 时, 这时 H 不显含 t , 则上面条件可以简化如下:

(1) t_f 固定时

$$\begin{aligned} H[x^*(t), \lambda^*(t), u^*(t)] \\ = H[x^*(t_f), \lambda^*(t_f), u^*(t_f)] \\ = \text{const} \end{aligned} \quad (6-59)$$

(2) t_f 自由时

$$\begin{aligned} H[x^*(t), \lambda^*(t), u^*(t)] \\ = H[x^*(t_f), \lambda^*(t_f), u^*(t_f)] \\ = 0 \end{aligned} \quad (6-60)$$

6.4.3 弹道导弹的弹道优化设计分析

一、弹道导弹弹道优化设计的概念

弹道导弹的弹道优化设计是导弹总体设计过程的一个重要阶段。是研制最优导弹系统所要解决的具体问题。弹道设计, 一般是指在保证所要求的射程范围条件下, 确定导弹的基本质量特性、几何特性和推力特性。因此弹道设计是建立在弹道特性与质量特性、几何特性和推力特性已知关系的基础上的。

为了进行导弹优化设计分析, 首先需要确定系统方案优劣准则。从导弹系统的使命出发, 任何最优导弹系统一般应当是满足给定的有效性指标下的总成本最低, 或者是满足成本限制情况下摧毁目标的效率最高。换句话说, 在进行弹道优化设计时, 所求得导弹质量特性与推力特性必须保证所要求的射程范围, 而整个导弹系统的设计试验、生产和使用维护的总费用最低。

由于初步设计时不可能用任何参数来表达成本函数, 因此, 就弹道导弹弹道优化设计来说, 通常采用导弹总质量 m_0 作为目标函

数。至于最小总质量准则的缺点,则可以通过对导弹某些参数(例如总长度、直径等)引入一系列附加条件而加以约束。应当指出,弹道优化设计也可以采用最大射程或最大飞行速度作为目标函数,而将总质量作为必须满足的约束条件进行研究,最大射程准则和最小总质量准则是优化设计问题两方面,是等价的。

由于控制导弹飞行弹道特性的主要参数是发动机的推力向量,因此研究最优弹道问题主要是研究最优推力程序问题。

下面我们将分析最优推力程序的概念。

前已指出,火箭的射程主要取决于主动飞行段终点的弹道参数,在主动飞行段终点弹道倾角确定以后,射程取决于火箭所能达到的最大速度。

通过对主动飞行段运动微分方程积分可得到火箭的终点速度为

$$v_k = v_{\max} - \Delta v_a - \Delta v_g - \Delta v_l$$

式中 $v_{\max} = I_{sp} \ln \left(\frac{m_0}{m_c} \right)$ —— 齐奥尔柯夫斯基理想速度;

$$\Delta v_a = \int_0^t \frac{\rho v^2 C_x S}{2} dt \quad \text{—— 空气阻力速度损失;}$$

$$\Delta v_g = \int_0^t g \sin \theta(t) dt \quad \text{—— 重力速度损失;}$$

$$\Delta v_l = \int_0^t S_a (p_c - p_a) dt \quad \text{—— 大气存在时比冲损失带来的速度损失。}$$

由大推力加速火箭使其在低空获得高速度将导致阻力损失增大,因此从减少阻力损失出发应当对推力进行适当限制。而采用小推力则当总质量固定情况下导致主动飞行段飞行时间增长,重力速度增大,也并非有利。另外由于重力速度损失还与 $\theta(t)$ 变化规律密切相关。因此,寻求一个保证导弹具有最小速度损失的推力向量就完全必要,这样一个推力向量程序 $\bar{P}(t)$ 就是最优推力程序。

归纳以上所述,可以把最优弹道设计归纳成以下两类等价问题。

(1) 当导弹的总质量和推进剂质量已确定条件下,如何优选

一个推力程序 $P(t)$, 保证获得最大飞行性能(如射程、速度等)。

(2) 当导弹的飞行性能要求已确定条件下, 如何优选一个推力程序 $P(t)$, 保证获得最小的总质量。

下面我们举例说明使用变分原理和最大值原理来解导弹的最优弹道设计问题。

二、弹道导弹弹道优化设计分析举例

例 3 设某人造地球卫星的运载火箭, 其发动机的推力 P 及火箭的质量 m 均为时间的已知函数, 火箭在垂直平面内运动, 忽略空气动力作用, 寻求运载火箭主动飞行段的最优俯仰程序, 以保证获得最大的轨道终点高度 H , 并要求在此高度上达到给定的水平速度 $v_{Bx} = u$, 且 $v_{By} = 0$ (如图 6-9 所示)。

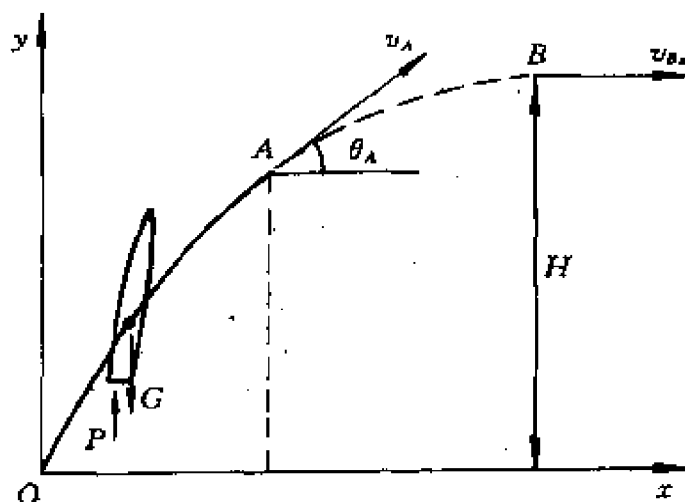


图 6-9 火箭飞行及卫星入轨示意图

解 运载火箭的弹道由主动飞行段 \widehat{OA} 和被动飞行段 \widehat{AB} 组成。

当重力场为常数时, 下列关系成立:

$$v_{Bx} = v_{Ax} = v_A \cos \theta_A \quad (6-61)$$

$$H = y_A + v_{Ay}^2 / 2g \quad (6-62)$$

若要求性能指标的最小值, 则可将式(6-62)变成

$$J[\theta(t)] = -(y_A + v_{Ay}^2 / 2g) \quad (6-63)$$

或者以积分形式给出

$$J[\theta(t)] = - \int_0^A (v_y + \frac{v_y \dot{v}_y}{g}) dt \quad (6-64)$$

运载火箭的运动方程为

$$\begin{cases} \dot{v}_x = \frac{P}{m} \cos \theta(t) \\ \dot{v}_y = \frac{P}{m} \sin \theta(t) - g \\ v_x(0) = 0 \\ v_y(0) = 0 \end{cases} \quad (6-65)$$

建立辅助泛函

$$\begin{aligned} L[\cdot] = & - (v_y + \frac{v_y \dot{v}_y}{g}) + \lambda_1 (\frac{P}{m} \cos \theta - \dot{v}_x) \\ & + \lambda_2 (\frac{P}{m} \sin \theta - g - \dot{v}_y) \end{aligned} \quad (6-66)$$

由求极值的必要条件欧拉—拉格朗日方程可得

$$\dot{\lambda}_1 = 0 \quad (6-67)$$

$$\dot{\lambda}_2 = -1 \quad (6-68)$$

$$\lambda_1 \sin \theta - \lambda_2 \cos \theta = 0 \quad (6-69)$$

解上述方程可得

$$\lambda_1(t) = C_1 \quad (6-70)$$

$$\lambda_2(t) = -t + C_2 \quad (6-71)$$

$$\tan \theta^*(t) = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{-t + C_2}{C_1} \quad (6-72)$$

设

$$\tan \theta_0 = \frac{C_2}{C_1}, \quad \frac{1}{C_1} = C_0 \quad (6-73)$$

则

$$\tan \theta^*(t) = \tan \theta_0 - C_0 t \quad (6-74)$$

因此,运载火箭的最优俯仰程序 $\tan \theta^*(t)$ 是随时间而减小的线性函数,其常值可由边界条件确定。

由横截条件:

$$\left. \frac{\partial L'}{\partial \dot{v}_y} \right|_{t_A} = 0$$

可得

$$-\frac{v_{Ay}}{g_0} + \lambda_2(t_A) = 0$$

所以

$$\lambda_2(t_A) = \frac{v_{Ay}}{g_0} \quad (6-75)$$

又因

$$\lambda_2(t_A) = C_2 - t_A$$

代入上式后得

$$\lambda_2(t_A) = \frac{1}{C_0} \tan \theta_0 - t_A \quad (6-76)$$

由式(6-65)中的第二式得

$$\begin{aligned} \frac{v_{Ay}}{g_0} &= \int_0^{t_A} \left[\frac{P}{mg_0} \sin \theta(t) - 1 \right] dt \\ &= \int_0^{t_A} \frac{P}{mg_0} \sin \theta(t) dt - t_A \end{aligned} \quad (6-77)$$

由式(6-75)和式(6-76)可得

$$\begin{aligned} \frac{\tan \theta_0}{C_0} &= \int_0^{t_A} \frac{P}{mg_0} \sin \theta(t) dt \\ &= \int_0^{t_A} \frac{P}{mg_0} \frac{(\tan \theta_0 - C_0 t)}{\sqrt{1 + (\tan \theta_0 - C_0 t)^2}} dt \end{aligned} \quad (6-78)$$

又由端点条件 $t = t_A$ 时

$$v_x(t_A) = v_{Ax} = U$$

$$\begin{aligned} \therefore U &= \int_0^{t_A} \frac{P}{m} \cos \theta(t) dt \\ &= \int_0^{t_A} \frac{P}{m} \frac{dt}{\sqrt{1 + (\tan \theta_0 - C_0 t)^2}} \end{aligned} \quad (6-79)$$

在给定 U 及 t_A 的情况下, 积分式(6-78)和式(6-79)可求

出两个积分常数 C_3 和 θ_0 来。同样,通过式(6-72)及状态方程(6-65)进行积分,即可求出所需的最优弹道来。

例4 弹道导弹的最优控制问题。

对于一枚发动机推力大小不可调的弹道导弹,如何保证获得最大射程或最大主动飞行段速度,主要方法是选择一项弹道俯仰角程序的问题,弹道导弹都采用垂直发射,飞行数秒钟后开始按照程序向目标方向转弯,弹道导弹的控制主要是控制转弯速度。如果转得太快,导弹长时间在稠密大气层中飞行,则因阻力而损失的速度大;若转得太慢,则弹道倾角大,重力作用的速度损失亦大。所以从主动飞行段获得最大速度考虑,必须选择适当速率。另一方面由于旋转产生攻角,因此必然存在法向过载,而必须考虑弹体结构所能承受的程度,因而必须严格控制攻角 α ,所以在选择弹道导弹最优飞行程序时,经常选择攻角 α 作为控制变量,而不直接控制弹体的转动角速度。此外,由于法向过载不仅与攻角 α 有关,而且还与动压 $q = \frac{1}{2}\rho v^2$ 有密切关系,所以限制过载应该综合限制 $q\alpha$ 的乘积,即将限制条件写为

$$q |\alpha| \leq k$$

当不考虑地面曲率时,导弹运动方程可写成

$$\begin{cases} \dot{x} = v \cos \theta \\ \dot{y} = v \sin \theta \\ \dot{v} = \frac{1}{m} (P \cos \alpha - C_x q s) - g \sin \theta \\ \dot{\theta} = \frac{1}{mv} (P \sin \alpha + C_y q s \alpha) - \frac{g}{v} \cos \theta \end{cases} \quad (6-80)$$

其中 P 为发动机推力

$$P = P_0 + p_0 s_a (1 - \frac{p}{p_0}) \quad (6-81)$$

式中 p_0, p —— 地面及高度 y 处的大气压力;

s_a —— 喷管出口面积;

P_0 —— 地面推力。

$$\begin{cases} q = \frac{1}{2} \rho v^2 = \frac{1}{2} \rho_0 \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right) v^2 \\ c_x = c_x(Ma, \alpha) \\ c_y^a = c_y^a(Ma) \\ g = g_0 \frac{R^2}{(R + y)^2} \end{cases}$$

一般情况下攻角 α 很小, $\cos \alpha \approx 1$, $\sin \alpha \approx \alpha$, 故运动方程可进一步简化成

$$\begin{cases} \dot{x} = v \cos \theta \\ \dot{y} = v \sin \theta \\ \dot{v} = \frac{1}{m} [P - c_x q s] - g \sin \theta \\ \dot{\theta} = \frac{1}{mv} [P + c_y^a q s] \alpha - \frac{g}{v} \cos \theta \end{cases} \quad (6-82)$$

对于远程弹道导弹必须考虑地面的曲率, 此时运动方程可写成

$$\begin{cases} \dot{v} = \frac{1}{m} [P - c_x q s] - g \sin \theta \\ \dot{\theta} = \frac{1}{mv} [P + c_y^a q s] \alpha - \left(\frac{g}{v} - \frac{v}{R + h} \right) \cos \theta \\ \dot{h} = v \sin \theta \\ \dot{L} = \frac{R}{R + h} v \cos \theta \end{cases} \quad (6-83)$$

式中 h ——距地面之高度;

λ ——地面射程;

θ ——速度方向与当地水平面夹角。

下面分两种情况来研究以不同的目标函数选择最优控制规律。

1. 以主动飞行段终点速度最大为目标的最优控制
研究由式(6-82)描述的系统。设初始条件已知为

$$\begin{cases} x(t_0) = x_0 \\ y(t_0) = y_0 \\ v(t_0) = v_0 \\ \theta(t_0) = \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (6-84)$$

这就是垂直飞行段的时间确定,因而垂直飞行段结束时(即开始转弯段)参数已确定。要寻求一个最优的攻角变化规律 $\alpha^*(t)$, 且满足

$$k - q|\alpha| \geq 0$$

使导弹由初始状态开始转弯,在给定时间 $t = t_f$ 时将导弹控制到终点状态

$$\begin{cases} y(t_f) = y_f \\ \theta(t_f) = \theta_{\text{opt}} \end{cases}$$

并使速度 $v(t_f)$ 获得最大值,即

$$\begin{aligned} J(\alpha) &= -\max\{v(t_f)\} \\ \alpha &\in q|\alpha| \leq k \end{aligned} \quad (6-85)$$

哈密顿函数为

$$\begin{aligned} H &= \lambda_1 v \cos \theta + \lambda_2 v \sin \theta + \lambda_3 \left[\frac{1}{m} (P - c_x q s) - g \sin \theta \right] \\ &+ \lambda_4 \left[\frac{1}{mv} (P + c_y^a q s) \alpha - \frac{g}{v} \cos \theta \right] \end{aligned} \quad (6-86)$$

根据最小极值原理(不等式约束含有状态参数)可得

$$\begin{cases} \dot{\lambda}_1 = -\frac{\partial H}{\partial x} - \xi \frac{\partial F}{\partial x} \\ \dot{\lambda}_2 = -\frac{\partial H}{\partial y} - \xi \frac{\partial F}{\partial y} \\ \dot{\lambda}_3 = -\frac{\partial H}{\partial v} - \xi \frac{\partial F}{\partial v} \\ \dot{\lambda}_4 = -\frac{\partial H}{\partial \theta} - \xi \frac{\partial F}{\partial \theta} \end{cases} \quad (6-87)$$

式中

$$F = K - q|\alpha| \geq 0$$

共轭方程横截条件为

$$\begin{cases} \lambda_1(t_f) = \frac{\partial \Phi'}{\partial x(t_f)} = 0 \\ \lambda_2(t_f) = \frac{\partial \Phi'}{\partial y(t_f)} = 0 \\ \lambda_3(t_f) = \frac{\partial \Phi'}{\partial v(t_f)} = -1 \\ \lambda_4(t_f) = \frac{\partial \Phi'}{\partial \theta(t_f)} = v_c \end{cases} \quad (6-88)$$

式中

$$\Phi' = -v(t_f) + v_y[y(t_f) - y_f] + v_\theta[\theta(t_f) - \theta_f] \quad (6-89)$$

最优控制规律由式(6-90)给出

$$\frac{\partial H}{\partial \alpha} + \xi \frac{\partial F}{\partial \alpha} = 0 \quad (6-90)$$

将 H 及 F 的表达式代入,即可解出

$$\begin{aligned} \alpha^*(t) &= \arg \min \{H(x, \lambda, \alpha) + \xi F(x, \alpha)\} \\ \alpha &\in q|\alpha| \leq K \end{aligned} \quad (6-91)$$

其中 F, H 中的 x 表示状态参数,当然这个最优制导问题得不出解析形式的解,但利用计算机解状态方程和共轭方程的两点边值问题,可以找出满足约束条件的最优攻角变化规律来。

2. 以最大射程为目标函数的最优控制规律

对于弹道导弹,如果被动飞行段是非制导的,则其被动飞行段的射程完全由主动飞行段终点参数确定,所以最大射程的取得要求主动飞行段终点参数有最优配合。导弹的全射程可以表示为

$$L(u) = \int_{t_0}^{t_k} \frac{R}{R+h} v \cos \theta dt + L_e(v(t_k), \theta(t_k), h(t_k)) \quad (6-92)$$

式中 $L_e(\cdot)$ 代表被动飞行段射程,可以按椭圆轨道理论计算。

可将问题阐述如下:

设系统的状态方程为:

$$\begin{cases} h = v \sin \theta \\ \dot{v} = \frac{1}{m} [P - c_x q s] - g \sin \theta \\ \dot{\theta} = \frac{1}{mv} [P + c_y^* q s] \alpha - \left(\frac{g}{v} - \frac{v}{R+h} \right) \cos \theta \end{cases} \quad (6-93)$$

要求寻找一个最优攻角变化规律 $\alpha^*(t)$, 将系统由给定初始状态

$$\begin{cases} h(t_0) = h_0 \\ v(t_0) = v_0 \\ \theta(t_0) = \theta_0 \end{cases}$$

在给定的时间 t_k 转移到终端状态, 并使下述目标函数

$$J(\alpha) = -L_e[v(t_k), \theta(t_k), h(t_k)] - \int_{t_0}^{t_k} \frac{R}{R+h} v \cos \theta dt \quad (6-94)$$

取最小值, 而且使攻角 α 满足约束条件:

$$F[x(t), \alpha(t)] = K - q|\alpha| \geq 0 \quad (6-95)$$

在此问题中, 终端条件即目标集由 $-L_e[\cdot]$ 取极小值来确定。

哈密顿函数为

$$\begin{aligned} H = & \frac{R}{R+h} v \cos \theta + \lambda_1 \left[\frac{1}{m} (P - c_x q s) - g \sin \theta \right] \\ & + \lambda_2 \left[\frac{1}{mv} (P + c_y^* q s) \alpha - \left(\frac{g}{v} - \frac{v}{R+h} \right) \cos \theta \right] \\ & + \lambda_3 v \sin \theta \end{aligned} \quad (6-96)$$

相应的共轭方程组为

$$\begin{cases} \dot{\lambda}_1 = -\frac{\partial H}{\partial v} - \xi \frac{\partial F}{\partial v} \\ \dot{\lambda}_2 = -\frac{\partial H}{\partial \theta} - \xi \frac{\partial F}{\partial \theta} \\ \dot{\lambda}_3 = -\frac{\partial H}{\partial h} - \xi \frac{\partial F}{\partial h} \end{cases} \quad (6-97)$$

横截条件为

$$\begin{cases} \lambda_1(t_k) = \frac{\partial L_e(\cdot)}{\partial v(t_k)} \\ \lambda_2(t_k) = \frac{\partial L_e(\cdot)}{\partial \theta(t_k)} \\ \lambda_3(t_k) = \frac{\partial L_e(\cdot)}{\partial h(t_k)} \end{cases} \quad (6-98)$$

攻角的最优变化规律由式(6-90)给出,即

$$\begin{aligned} \alpha^*(t) = \arg \min \{ & H(x, \lambda, \alpha) + \xi F(x, \alpha) \} \\ & \alpha \in q | \alpha| \leq K \end{aligned} \quad (6-99)$$

而待定乘子(拉格朗日算子) ξ 和函数 $F(x, \alpha)$ 满足如下关系:

$$\begin{cases} \xi F(x, \alpha) = \xi (K - q|\alpha|) = 0 \\ K - q|\alpha| \geq 0 \end{cases} \quad (6-100)$$

将以上各方程及状态方程根据相应的边界条件进行数值解,求解两点边值问题即可得到最优控制规律 $\alpha^*(t)$ 和相应的最优轨迹。

例5 弹道导弹的最优推力程序 $P(t)$ 问题。

上面例子说明了当推力大小随时间变化规律 $P(t)$ 是已知条件时,如何来设计一个推力方向变化规律($\theta^*(t)$ 或 $\alpha^*(t)$),以保证使火箭的某项性能指标取极值。本例试图解决当 $\theta(t)$ 已经给出的条件下(例如飞程序已定)如何来设计一个推力大小随时间变化的程序,保证火箭的某项性能取极值的问题。

如图6-10所示,由于弹道导弹的最大射程取决于主动飞行段终点速度 v_k 值,因此可将主动飞行段终点速度 v_k 作为目标函数

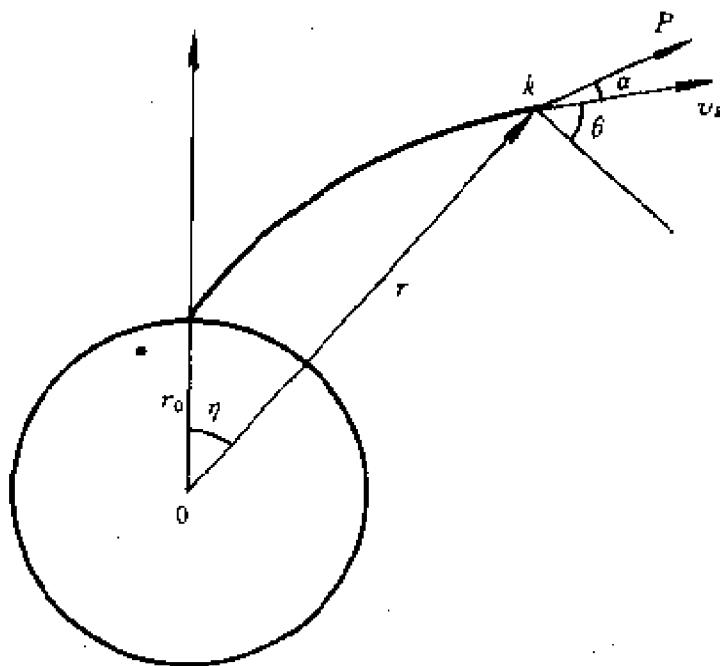


图6-10 弹道导弹主动飞行段飞行示意图

$$\begin{aligned}
 v_k &= \int_{v_0}^{v_k} dv = \int_{t_0}^{t_k} \dot{v} dt \\
 &= \int_{t_0}^{t_k} \left(\frac{P \cos \alpha - X}{m} - g \sin \theta \right) dt
 \end{aligned}$$

其运动方程用极坐标形式表示

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{r} = v \sin \theta \\ \dot{\theta} = \frac{P \sin \alpha + Y}{mv} - \frac{v}{r} + g \cos \theta \frac{1}{v} \\ \dot{\eta} = \frac{v}{r} \cos \theta \\ \dot{m} = -\mu \end{array} \right. \quad (6-101)$$

式中

$$X = \frac{1}{2} \rho v^2 c_x S \text{ —— 阻力}$$

$$Y = \frac{1}{2} \rho v^2 c_y^a S \text{ —— 升力}$$

质流 \dot{m} 将受到限制

$$0 \leq \mu \leq \mu_{\max}$$

初始条件

$$t_0 = 0, v(t_0) = 0, r(t_0) = r_0, \theta(t_0) = \theta_0$$

$$\alpha(t_0) = 0, m(t_0) = m$$

终点条件

$t_f = t_k$ 自由, $m_f = m_k$ 固定, $\theta_f = \theta_{k, \text{opt}}$ 固定, η_k 自由, 不受约束。

首先写出本问题的哈密顿方程, 并考虑推力表达式 $P = u_e \mu$ (u_e 为发动机有效排气速度)。

$$\begin{aligned}
 H &= -\frac{u_e \mu \cos \alpha}{m} + \frac{Y}{m} + \frac{g_0 r_0^2}{r^2} \sin \theta + \lambda_r (\dot{r} - v \sin \theta) \\
 &+ \lambda_\theta \left[\dot{\theta} - \frac{u_e \mu \sin \alpha}{mv} - \frac{Y}{mv} + \left(\frac{v}{r} - \frac{g_0 r_0^2}{vr^2} \right) \cos \theta \right] \\
 &+ \lambda_\eta \left[\dot{\eta} - \frac{v}{r} \cos \theta \right] + \lambda_m (\dot{m} + \mu) \quad (6-102)
 \end{aligned}$$

使 $\mu^*(t)$ 成为最优控制的三项条件是

(1)

$$\lambda^*(t) = - \frac{\partial H}{\partial X^*}$$

可得到

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\lambda}_r = - \frac{\dot{X}_r}{m} + \frac{2g_0 r_0^2}{r^3} \sin\theta - \lambda_\theta \left[\frac{\dot{Y}_r}{mv} - \left(\frac{v}{r^2} \right. \right. \\ \quad \left. \left. + \frac{2g_0 r_0^2}{r^3} \right) \cos\theta \right] + \lambda_\eta \frac{v}{r^2} \cos\theta \\ \dot{\lambda}_\theta = - \frac{g_0 r_0^2}{r^2} \cos\theta + \lambda_\eta v \cos\theta + \lambda_\theta \left(\frac{v}{r} \right. \\ \quad \left. - \frac{g_0 r_0^2}{r^2} \right) \sin\theta - \lambda_\eta \frac{v}{r} \sin\theta \\ \dot{\lambda}_\eta = 0 \\ \dot{\lambda}_m = \frac{X - u_c \mu \cos\alpha}{m^2} - \lambda_\theta \frac{Y + u_c \mu \sin\alpha}{vm^2} \end{array} \right. \quad (6-103)$$

(2) H 必须成为相对 μ^* 的极大值, 即

$$\frac{\partial H}{\partial \mu^*} = 0$$

亦即

$$- \frac{u_c \cos\alpha}{m} - \lambda_\theta \frac{u_c \sin\alpha}{mv} + \lambda_m = 0 \quad (6-104)$$

由于 H 不显含 t , 故在轨道线上有

$$H=0$$

(3) 边界条件在端点必须满足

$$\begin{aligned} r(t_0) &= r_0, & \theta(t_0) &= \theta_0, & \alpha(t_0) &= 0 \\ m(t_0) &= m_0, & m(t_k) &= m_k, & \theta(t_k) &= \theta_{k,\text{opt}}^* \end{aligned}$$

由于上述方程中含有下述参数:

状态变量: v, r, θ, η, m 控制变量: μ 共轭因子: $\lambda, \lambda_m, \lambda_\theta, \lambda_\eta$

利用四个状态方程及六个极值条件和边界条件方程并利用数值积

分求解,这是一个两点边值问题,数学上可以利用迭代法解决。

例6 利用极大值原理求解使探空火箭达到最大飞行高度的最优推力程序。

考虑存在阻力时的垂直发射的探空火箭的状态方程为

$$\begin{cases} \dot{h} = v \\ \dot{v} = \frac{u_e \mu}{m} - \frac{X}{m} - g \\ \dot{m} = -\mu \end{cases} \quad (6-105)$$

式中 X 为气动阻力,假设 $X = C_d v^2$,服从平方阻力定律(即粗略认为 ρC_x 为常数)。 μ 为推进剂秒消耗量, u_e 为有效排气速度。

端点条件如下:

$$t_0 = 0, \quad v(t_0) = 0, \quad m(t_0) = m_0, \quad h(t_0) = 0$$

$$t_f \text{ 自由}, \quad v(t_f) = 0, \quad m(t_f) = m_k$$

以 μ 为控制变量,由于推力是有限制的,因此存在约束

$$0 \leq \mu \leq \mu_{\max}$$

如果化为等式约束的话,还可以将约束条件改写成以下等价形式:

$$(\mu_{\max} - \mu)\mu - \delta^2 = 0 \quad (6-106)$$

式中 $\delta(t)$ ——一自由函数。

设目标函数为

$$z = -h$$

$$\therefore \quad z = - \int_0^{t_f} v dt \quad (6-107)$$

本问题的哈密顿函数可写成

$$H = -v + \lambda_0 v + \lambda_v \left(\frac{u_e \mu}{m} - \frac{X}{m} - g \right) + \lambda_m (-\mu)$$

即

$$H = \left[\frac{u_e \lambda_v}{m} - \lambda_m \right] \mu + (\lambda_0 - 1)v - \lambda_v \left(\frac{C_d v^2}{m} + g \right) \quad (6-108)$$

根据庞特里亚金极大值原理 μ^* 为最优控制的必要条件可得下述方程:

(1) 共轭方程

$$\begin{cases} \dot{\lambda}_v = -\frac{\partial H}{\partial v} = (\lambda_0 - 1) + \frac{2c_d v}{m} \lambda_v \\ \dot{\lambda}_m = -\frac{\partial H}{\partial m} = \frac{u_e \mu - c_d v^2}{m^2} \lambda_v \\ \dot{\lambda}_0 = -\frac{\partial H}{\partial h} = 0 \end{cases} \quad (6-109)$$

$$\begin{cases} \dot{v} = \frac{\partial H}{\partial \lambda_0} = \frac{u_e \mu}{m} - \frac{c_d v^2}{m} - g \\ \dot{m} = \frac{\partial H}{\partial \lambda_m} = -\mu \\ \dot{h} = \frac{\partial H}{\partial \lambda_0} = v \end{cases} \quad (6-110)$$

(2) 在最优轨线上, 与最优控制 $\mu^*(t)$ 对应的哈密顿函数 H 取极小值, 即

$$H = \left[\frac{u_e \lambda_v}{m} - \lambda_m \right] \mu^* + (\lambda_0 - 1)v - \lambda_v \left(\frac{c_d v^2}{m} + g \right) \quad (6-111)$$

成为极小值。分析上式可知, 由于

$$(\lambda_0 - 1)v - \lambda_v \left(\frac{c_d v^2}{m} + g \right) \leq 0 \quad (6-112)$$

因此, 要使 H 取极小值, 应当研究下列关系:

① 若 $\frac{u_e \lambda_v}{m} - \lambda_m < 0$, 则应使

$$\mu^* = \mu_{\max}$$

② 若 $\frac{u_e \lambda_v}{m} - \lambda_m > 0$, 则应使

$$\mu^* = \mu_{\min}$$

由此可见, 当 $\left[\frac{u_e \lambda_v}{m} - \lambda_m \right]$ 经过 0 值时, μ^* 值应从 0 跳到 μ_{\max} 并产生突变, 因此定义 μ 的系数为

$$\sigma(t) = \frac{u_e \lambda_v}{m} - \lambda_m \quad (6-113)$$

称为开关函数。由于变量是连续的,故 $\sigma(t)$ 亦为连续函数。

③ 若 $\sigma(t) = \frac{u_e \lambda_v}{m} - \lambda_m = 0$, 则 μ 可取自由值。

$$\therefore \quad \sigma(t) = 0$$

$$\therefore \quad \dot{\sigma}(t) = 0$$

$$\therefore \quad \frac{u_e}{m} \dot{\lambda}_v - \frac{u_e \lambda_v \dot{m}}{m^2} - \dot{\lambda}_m = 0 \quad (6-114)$$

将 $\lambda_v, \dot{\lambda}_m$ 代入上式化简得出

$$c_d(v^2 + 2vu_e)\lambda_v - mu_e(\lambda_0 - 1) = 0 \quad (6-115)$$

(3) 由于哈密顿函数不显含 t , 所以在最优轨道线上 $H^* = 0$, 即

$$\left(\frac{u_e \lambda_v}{m} - \lambda_m\right)\mu^* + (\lambda_0 - 1)v + \lambda_v\left(\frac{c_d v^2}{m} + g\right) = 0$$

考虑到 $\sigma(t) = 0$ 的条件, 上式变成

$$\lambda_v = \frac{(\lambda_0 - 1)mv}{c_d v^2 + mg} \quad (6-116)$$

前面已经推导 $\dot{\lambda}_0 = 0$, 故显然有 $\lambda_0 = \text{常数}$ 。但是由共轭方程可知:

当 t_f 自由时, 必须满足 $\lambda(t_f) = 0$, 因而可得出 $\lambda_0 = 0$, 于是

$$\lambda_v = -\frac{mv}{c_d v^2 + mg} \quad (6-117)$$

将上式代入式(6-115)整理后得

$$\frac{c_d v^3}{u_e} + c_d v^2 - mg = 0 \quad (6-118)$$

对上式求导, 利用状态方程, 得到最优控制为

$$\mu^*(t) = \frac{c_d\left(\frac{3}{u_e}v^3 + 2v\right)(c_d v^2 + mg) - \dot{c}_d\left(\frac{v^3}{u_e} + v^2\right)m}{c_d v(3v + 2u_e) + mg} \quad (6-119)$$

式中

$$\dot{c}_d = \frac{dc_d}{dt}$$

可以利用差分法求解,将最优控制 $\mu^*(t)$ 与运动方程联合求解即可求出最优控制的具体值以及最优轨道线。

6.4.4 动态规划法及其在总体设计中的应用

在弹道导弹与运载火箭总体设计中,广泛地采用了优化设计方法。在研究、实验和应用的基础上,运用优化设计对总体设计中的诸多设计参数进行综合选择,以求获得最优设计方案。就其优化方法而言,大致可分为间接法和直接法两大类。所谓直接法,即直接运用表述设计对象的状态或过程方程作为目标泛函,并依照某些约束条件直接寻求其泛函值,贝尔曼动态规划法就是这类直接优化方法的突出代表,被有效地应用于火箭总体参数的优化设计之中,为设计分析提供了具有较高置信水平的优化参数结果。

一、动态规划的基本概念

在设计实践中往往会遇到设计对象是一个按时间或空间顺序可分成若干阶段的参数优化过程;每阶段的状态(设计参数)的确定除受到本阶段的约束条件控制制约外,还受到相邻阶段状态直接影响,即是说,过程中各阶段的终止状态是由该阶段的初始状态和该阶段控制因素(决策)决定的。而选择好每一个阶段的控制因素(决策),将完全确定整个过程的状态转移规律。

例如,在火箭飞行中最优推力程序方案的选择过程、火箭设计中最优级间质量比分配方案的选择过程中,均是按时间或空间顺序分成若干阶段的多参数决策过程。火箭推力值可调时,按时间实施最佳控制,多级火箭级间质量比按空间顺序实行最优分配,都能使火箭在给定总质量条件下获得最大射程,或在给定最大射程条件下获得最小总质量。

然而,多阶段多参数的最优化设计是一个十分复杂的过程。为

了确定每一种控制方案决策,不得不对整个过程和各阶段的状态及控制因素进行组合分析、计算和比较,计算工作量十分艰巨。当阶段数增大时,其计算量将急剧增长,甚至使计算机也难以完成。因此,为了有效地进行多阶段的综合决策,贝尔曼提出了动态规划这一有效的解决方法和途径。

动态规划法所依据的基本理论是局部最优性原理。即“在最优过程各阶段中,无论第 k 阶段状态 x_k 及前 k 个阶段的控制规律如何,其后部各阶段子过程的控制规律 $\mu_k, \mu_{k+1}, \dots, \mu_{N-1}$ 对状态 x_k 来说,必定也是一个最优控制。”简单地说,最优方案的后部子方案一定也是最优的(图 6-11)。

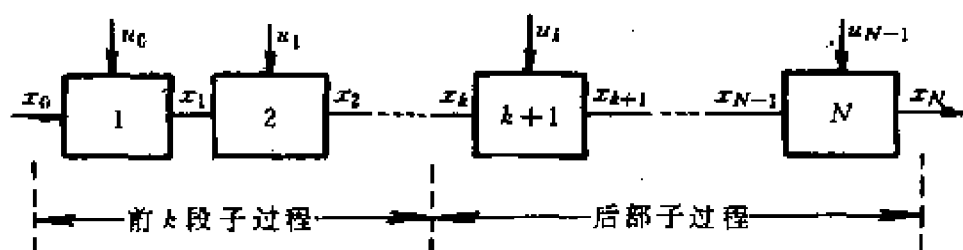


图6-11 多段决策过程

在局部最优性原理的指导下,动态规划法将一个 N 阶段多参数的优化决策(控制)问题转化成 N 个单一阶段的多参数优化决策问题的组合。使对应一个多阶段系统控制过程,总可以找到一个最优控制(或决策)序列 $\{\mu_k^*\}$,使系统某个指标泛函为最优。写成数学表达形式即为著名的贝尔曼泛函方程:

$$J_{N-k}^*(x_k) = \min_{u_k} [L(x_k, u_k) + J_{N-(k+1)}^*(x_{k+1})]$$

式中 $J_{N-k}^*(x_k)$ 表示以 x_k 为初始状态的第 k 段之后的子过程的最优指标泛函,而状态 x_k 则是由最初状态 x_0 及前 k 段控制决策 $\{\mu_k\}$ 决定的; $J_{N-(k+1)}^*(x_{k+1})$ 表示以 x_{k+1} 为初始状态的第 $k+1$ 段之后的子过程的最优指标泛函,而状态 x_{k+1} 则是由最初状态 x_0 及前 $k+1$ 段控制决策决定的; $L(x_k, u_k)$ 表示第 k 段过程所对应状态 x_k 及控制决策 u_k 时的系统函数。

由此可见,动态规划法的实际求解过程,是一个逆向(由后向前)的递推过程,是逐段子过程寻优的嵌套(如图6-12所示)。因此,每一阶段的终止状态均是该阶段后部子过程决策寻优后系统产生的最优状态。

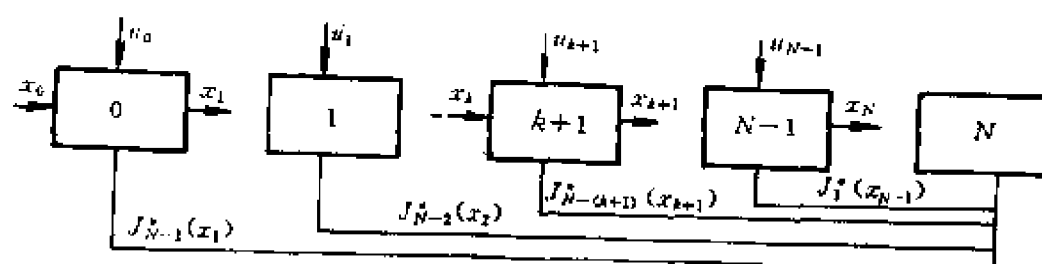


图6-12 动态规划子过程寻优嵌套示意图

二、火箭动态过程分析及动态规划寻优示例

例7 对一个给定总质量的单级弹道导弹,寻求一个最优推力程序(决策),使导弹获得最大射程。

由前几章内容可知,弹道导弹射程 L_m 主要取决于弹道主动飞行段终点状态参数 v_k, θ_k, h_k ,亦即

$$L_m = L(v_k, \theta_k, h_k)$$

而状态参数 v_k, θ_k, h_k 等在起始状态 $(t_0, v_0, \theta_0, h_0, m_0)$ 等)已给定的条件下,与导弹的推力程序(推力决策方案)有直接联系。由火箭发动机推力公式

$$P = u_c \dot{m} + S_c(p_c - p_a)$$

可知,在本问题研究的系统中,任一时刻(或称阶段)火箭推力值的大小主要取决于该阶段上推进剂质量秒消耗量 μ (简称推进剂质流)。要使导弹获得最大射程,必须选择一个最优推力程序或称推进剂质流的最优分配规则,使给定的有效装药在飞行中发挥最大效应。因此,求解最优推力程序问题实则为寻求推进剂质流随时间的最优分配方案(决策)。于是,本问题表现为以推进剂质流作为控制变量并以最大射程 L_{max} 作为系统泛函指标的动态过程寻优问题。

本问题的系统状态函数即为导弹主动飞行段运动方程:

$$\begin{cases} \frac{dv}{dt} = \frac{P \cos \alpha - X}{m} - g \sin \theta \\ \frac{dy}{dt} = v \sin \theta \\ \frac{dx}{dt} = v \cos \theta \\ \frac{d\theta}{dt} = \frac{P \sin \alpha + Y}{mv} - \frac{g}{v} \cos \theta \\ \frac{dm}{dt} = \dot{m} = -\mu \\ \varphi = \theta + \alpha \text{ 或 } \varphi = \varphi(t) \end{cases}$$

因推进剂质流 $\dot{m} = -\mu$ 是本问题动态过程寻优的控制变量,故可将系统运动微分方程(系统状态函数)写成含推进剂质流 $-\mu$ 的表达形式:

由

$$dt = -\frac{dm}{\mu}$$

得

$$\begin{cases} dv = -\left(\frac{P \cos \alpha - X}{m} - g \sin \theta\right) \frac{dm}{\mu} \\ d\theta = -\left(\frac{P \sin \alpha + Y}{mv} - \frac{g}{v} \cos \theta\right) \frac{dm}{\mu} \\ dy = -v \sin \theta \frac{dm}{\mu} \\ dx = -v \cos \theta \frac{dm}{\mu} \\ \varphi = \theta + \alpha \text{ 或 } \varphi = \varphi_1(\mu) \end{cases}$$

这样,系统运动微分方程被转换成系统状态参数的控制变量的函数。

依照动态规划法,可将系统动态过程等分成 $N+1$ 个阶段,第一阶段至第 N 阶段对应导弹主动飞行段飞行,因此要寻求一个最优推进剂质流分配序列 $\{\mu^*\}$,第 $N+1$ 段对应被动飞行段弹道飞

行,此时发动机已熄火 $\{\mu = 0\}$,故此段不存在寻优问题。

根据对本问题动态过程的分析,可列出各阶段上系统起始状态参数及控制变量如表6-4所示。

表6-4 动态过程系统起始状态参数及控制变量

阶段	t	μ	v	θ	h	m	L
1	θ	μ_1	v_0	$\theta_0[\varphi(t_0)]$	h_0	m_0	θ
2	t_1	μ_2	v_1	$\theta_1[\varphi(t_1)]$	h_1	$m_0 - \mu_1 t_1$	L_1
3	t_2	μ_3	v_2	$\theta_2[\varphi(t_2)]$	h_2	$m_0 - \mu_1 t_1 - \mu_2(t_2 - t_1)$	L_2
\vdots							
i	t_{i-1}	μ_i	v_{i-1}	$\theta_{i-1}[\varphi(t_{i-1})]$	h_{i-1}	$m_0 - \sum \mu_i(t_{i-1} - t_{i-2})$	L_{i-1}
\vdots							
N	t_{k-1}	μ_N	v_{k-1}	$\theta_{k-1}[\varphi(t_{k-1})]$	h_{k-1}	$m_0 - \sum \mu_N(t_{k-1} - t_{k-2})$	L_{k-1}
$N+1$	t_k	θ	v_k	$\theta_k[\varphi(t_k)]$	h_k	m_k	L_k

在导弹飞行各阶段中,推进剂质流决策备选值(取值区间)受到发动机性能等条件的约束,因此,可根据实际经验为推进剂质流决策备选值确定一个取值区间:

$$\mu \in [\mu_{\min}, \mu_{\max}]$$

将该区间等分成若干等分,每一等分的节点处对应一个决策 μ_j 。最大射程 L_{\max} 对应着不同的 v_k, θ_k, h_k 的组合,怎样选择主动飞行段各阶段上的 v, θ 和 h 则成为本问题寻优的关键,为获得各阶段上的最优途径,可在每阶段上以 v, θ 和 h 三个状态参数布置一个三维网络并使网络上各节点满足:

$$\begin{cases} v_{\min} \leq v_i \leq v_{\max} \\ \theta_{\min} \leq \theta_i \leq \theta_{\max} \\ h_{\min} \leq h_i \leq h_{\max} \end{cases} \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

需 要注意到,各阶段上布置的网格必须使导弹飞行的实际状态参数落于其中,为此,各阶段状态参数 v_i, h_i, θ_i 的上、下限值可依据照下列各式确定:

$$v_{imax} = u_e \ln \frac{m_0}{m_i}$$

$$v_{imin} = 0.5v_{imax}$$

$$h_{imax} = v_{imax} \left(\frac{m_0 - m_i}{\mu_{max}} \right)$$

$$h_{imin} = v_{imin} \left(\frac{m_0 - m_i}{\mu_{max}} \right) \sin \theta_i$$

$$m_i = m_0 - i \frac{m_0 - m_k}{n}$$

式中, μ_{max} 和 μ_{min} 是可供系统选取的最大和最小推进剂质流决策值; $(m_0 - m_i)/\mu_{min}$ 则相当于该段最大飞行时间。同理, $(m_0 - m_i)/\mu_{max}$ 则相当于该段最小飞行时间。 θ_i 的选择区间可依预先制定的 $\varphi(t)$ 飞行程序适当调整后确定, 由于 $\varphi(t)$ 是从实践中优化产生的, 因此, 本问题亦可不再对 θ_i 作进一步选优决策。于是, 备选决策途径中可不考虑 θ 这一参数, 只分别将区间 $[v_{imin}, v_{imax}]$ 和区间 $[h_{imin}, h_{imax}]$ 等分后, 便在第 i 阶段布置了一个 $n_1 \times n_2$ 的状态参数网格。这样, 飞行各阶段上诸层网格组成了一个空间网格搜索阵, 它包容了导弹各阶段的最优飞行状态轨迹, 也为最优推进剂质流(或推力)决策寻优提供了有效的途径。

按照动态规划法的递推形式, 本问题首先须计算并记录第 $n+1$ 段(被动飞行段弹道)即第 n 层网格上各节点的终止状态参数 v_k 和 h_k 所对应的射程泛函指标:

$$L = (1.04 \sim 1.07) 222.4 \arctan \frac{v_k^2}{15.8 \sqrt{62.5 - v_k^2}}$$

因为各阶段是相互连接的过程, 下一阶段的终止状态即为上一阶段的起始状态, 所以, 在每一层网格中可分别运用

$$\mu_i \in [\mu_{min}, \mu_{max}]_i \quad (i = 1, 2, 3, \dots, m)$$

对各个节点状态参数 v_{jl}, h_{jl} 进行试算和比较, 总可以获得各节点上的局部最优泛函指标

$$J_{ijl}^* \quad (i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, n_1; l = 1, 2, \dots, n_2)$$

及其相对应的最优推进剂质流决策值

$$\mu_{ji}^* \quad (i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, n_1; l = 1, 2, \dots, n_2)$$

如此逐段向下递推,直至初始阶段($i = 1$)时计算完成。最优决策方案 $\{\mu^*\}$ 或 $\{P^*\}$ 及对应的最优状态轨迹也就得到了。不仅如此,各阶段动态寻优时得到的状态参数及其泛函指标的局部最优值,也为本问题提供了一族最优子过程决策方案,为导弹各阶段上状态参数分析提供了极有参考价值的数据。

例8 试选择多级导弹的各级最佳质量分配,使满足最大射程要求的条件下,导弹总质量最小。

多级火箭级间质量分配,通常是用各级子火箭推进剂相对质量系数

$$\mu_{ki} = \frac{m_{pi}}{m_{oi}} \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

来表示的。本问题就是要找到导弹各级的质量比最佳值 $\{\mu_{k,opt}\}$,使构成的导弹总质量泛函指标达到最小。

多级火箭的上一级子火箭即为下一级子火箭的有效载荷。因为推进剂质量 m_{pi} 可用其相对质量系数 μ_{ki} 与该级总质量 m_{oi} 之积表示,代入子火箭质量方程式(4-29)得

$$m_{oi} = m_{oi+1} + N_i m_{oi} + K_{wi}(1 + \alpha_{eni})m_{pi}$$

亦即:

$$m_{oi} = m_{oi+1} + (N_i + K_{wi}(1 + \alpha_{eni})\mu_{ki})m_{oi}$$

或

$$m_{oi+1} = (1 - N_i - K_{wi}(1 + \alpha_{eni})\mu_{ki})m_{oi} \\ (i = 1, 2, \dots, n)$$

当导弹的有效载荷确定后,有

$$m_{pl} = m_{oi+1} = \text{常数}$$

且由质量方程可知各级子火箭的总质量将由四个系数 $N_i, K_{wi}, \alpha_{eni}$ 和 μ_{ki} 来确定,但系数 N_i, K_{wi} 及 α_{eni} 均是根据设计应用实践统计数据选取的,因此在本问题中可作为选定的参数,而仅将推进剂相对质量系数 μ_{ki} 作为系统寻优的控制变量。于是,系统的泛函方程可

设为

$$\begin{aligned} J &= m_{pl} + \sum_{i=1}^n (m_{0i} - m_{0i+1}) \\ &= m_{pl} + \sum_{i=1}^n (N_i + K_{oi}(1 + \alpha_{oi})\mu_{ki})m_{0i} \end{aligned}$$

应用动态规划法的局部最优性原理,可得泛函递推方程为

$$\begin{aligned} J^*(m_{0i}, i) &= \min_{\mu_{ki}} \{ (N_i + K_{oi}(1 + \alpha_{oi})\mu_{ki})m_{0i} \\ &\quad + J^*(m_{0i+1}, i+1) \} \\ (i &= 1, 2, \dots, n) \end{aligned}$$

且当 $i = n$ 时,

$$J^*(m_{0n+1}, n+1) = m_{pl} = \text{常数}$$

由此可知,导弹各级质量方程构成了本问题的状态及控制函数,而控制变量 μ_{ki} 同时又是导弹飞行运动中的重要参数。因此,与质量方程互为约束的导弹运动微分方程组在本问题中成为推进剂相对质量系数 μ_{ki} 的约束方程。至此,可对照例 7 采用的设置状态参数网格或约束参数网格,并在给定的 μ_{ki} 取值区间:

$$\mu_{ki} \in [\mu_{ki, \min}, \mu_{ki, \max}]$$

中选取不同的 μ_{ki} 值代入方程中计算,搜索满足运动方程的约束条件且满足射程要求的最优子决策 μ_{ki}^* 及相应的最小子火箭总质量 m_{0i}^* 。如此逐级递推至第一级,便获得满足最大射程要求的各级质量分配最优决策方案 $\{\mu_{ki}^*\}$ 及相应的导弹各级最小总质量 $\{m_{0i}^*\}$ 。

必须注意到,多级火箭的飞行运动中,级间质量突变这一重要因素,在本问题的寻优过程中是通过“上一级子火箭总质量即为下一级子火箭的有效载荷”这一概念体现出来的。

例9 对于一个给定总质量和结构质量的探空火箭,寻求一个最优推力决策,使火箭升达最大探测高度。已知

总质量

$$m_0 = 61.2(\text{kg})$$

有效载荷

$$m_{pl} = 9.54(\text{kg})$$

推进剂质量

$$m_p = 34.38(\text{kg})$$

有效排气速度

$$u_e = 2246.27(\text{m/s})$$

火箭参考截面直径

$$D_{**} = 0.157(\text{m})$$

发动机喷口直径

$$d_e = 0.0537(\text{m})$$

喷口压力

$$p_e = 0.08(\text{MPa})$$

推进剂质流备选区间

$$\mu^* \in [0.2, 1.5](\text{kg/s})$$

考虑火箭垂直飞行时运动方程为

$$\begin{cases} \frac{dh}{dt} = v \\ \frac{dv}{dt} = \frac{P - X}{m} - g \\ \frac{dm}{dt} = -\mu \end{cases}$$

式中 h —— t 时刻火箭所处飞行高度；
 v —— t 时刻火箭具有的飞行速度；
 P —— t 时刻火箭得到的推力；
 X —— t 时刻火箭受到的空气阻力；
 m —— t 时刻火箭具有的质量；
 g ——重力加速度，且有 $g = g(h)$ (见式(5-42))；
 μ ——装药质量秒耗量，简称质流。

依照动态规划法，可选取推进剂质流 μ 作为系统的决策变量，并可将系统运动方程转换为含推进剂质流 μ 的微分表达形式：

$$\begin{cases} dt = -\frac{dm}{\mu} \\ dh = -\frac{v}{\mu}dm \\ dv = -\left(\frac{P-X}{m} - g\right)\frac{dm}{\mu} \end{cases}$$

根据实验,空气阻力可为:

$$X = \frac{1}{2}\rho V^2 c_x S$$

式中 c_x ——空气阻力系数,且取为

$$c_x = \begin{cases} 0.29 & 0 \leq Ma \leq 0.8 \\ Ma - 0.51 & 0.8 \leq Ma \leq 1.068 \\ 0.9 + \frac{0.5}{Ma} & Ma \geq 1.068 \end{cases}$$

ρ ——大气密度,且为 $\rho = \rho(h)$,可由大气表查得;

S ——火箭最大迎面面积(参考面积 $S = \pi D^2/4$)。

$$g = g_0 \left(\frac{R}{R+h} \right)^2$$

由推进剂质流备选值 $[0.2, 1.5]$,可将其分作 m 等分(如 $m = 1 \sim 10$),以作决策寻优备选值。发动机推进剂质量 m_p ,可将其分作 n 等分(如 $n = 1 \sim 10$),这样便分别有

$$d\mu = \frac{\mu_{\max} - \mu_{\min}}{m}$$

$$dm_p = \frac{m_p}{n}$$

值取定后,整个飞行过程(主动飞行段)便被划分成 n 级。

首先计算第 n 级终点即第 $n+1$ 级始点(被动飞行段)的弹道积分,这时火箭质量为

$$m_n = m_0 - m_p$$

第 n 级网格的上、下限值可由下式确定,且设定为 $n_1 \times n_2$ 个网格节点:

$$v_{n,u} = u_c \ln \frac{m_0}{m_n}$$

$$h_{n,u} = v_{n,u} \frac{nd\theta}{\mu_{\min}}$$

$$v_{n,d} = av_n (\text{上限})$$

$$h_{n,d} = bh_n (\text{下限})$$

$$0 \leq a, b \leq 0.5 \sim 0.7$$

则任一节点上的状态参数估值为

$$v_{ij,n} = \frac{v_{n,u} - v_{n,d}}{n} i \quad (i = 1, 2, \dots, n_1)$$

$$h_{ij,n} = \frac{h_{n,u} - h_{n,d}}{n_2} j \quad (j = 1, 2, \dots, n_2)$$

将各节点上 v_{ij}, h_{ij} 代入弹道积分运算中可求得该状态下火箭的飞行高度值并相应存储之,随后过渡到第 n 级始点(第 $n-1$ 级终点),此时火箭质量为

$$m_{n-1} = m_0 - (n-1)dm_p$$

或

$$m_{n-1} = m_{pl} + m_c + dm_p$$

式中 m_c ——火箭结构质量。

同样利用式(6-129)并将式中 m_n 代之以 m_{n-1} ,再布置网格并设置网格上各节点状态参数。此时以各节点状态参数 $v_{ij,n-1}, h_{ij,n-1}$ 代入弹道积分,且此时已属弹道主动飞行段,以不同的推进剂质流值 $\mu \in [0.2, 1.5]$ 代入计算之中可得每个节点上的 $m+1$ 个弹道积分值及插值求得的飞行高度值,取其最大者及相应的推进剂质流值,记为 $h_{ij,n-1}^*, \mu_{ij,n-1}^*$ 。当每个节点都计算完毕,网格上便存储着各节点处的局部最优决策和相应的目标泛函局部最优值。

依上述方法,由递推方程

$$h(t_i, m_i) = \max_{\mu^*} \left[\int_{t_i}^{t_{i+1}} H(t, v_i, h_i, m_i, \mu) dt + K(t_{i+1}, m_{i+1}) \right]$$

逐级往下计算,可获得各级估值状态参数网格上各节点处的最优飞行高度(目标泛函)值。值得注意的是,这并非本问题的实际解,而仅为段值参数的最优解。而仅为估值参数网格上的最优解。为求得本问题的各级最优推进剂质流决策 $\{\mu^*\}$ 。仍须从第一级开始,以给定的总质量 m_0 和第一级网格上诸节点相比较后最大飞行高度所对应的节点 (i, j) 上存储的 μ_{ij}^* 作为第一级最优推进剂质流进行正向弹道积分至第二级始点网格,此时得到一组实际的状态参数 (v_1, h_1) , 将其与第二级网格诸节状态参数进行比较,可找到与之最接近的状态参数 $(v'_{ij,2}, h'_{ij,2})$, 并以该节点上存储的局部最优推进剂质流 $\mu_{ij,2}^*$ 值作为实际弹道主动飞行段第二级最优推进剂质流值 μ_i^* 继续进行弹道积分至第三级,如此逐级上推,便在各级网格上搜索到一个最优推进剂质流决策集合

$$\{\mu^*\} = \{\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n\}$$

及以此最优推进剂质流决策控制火箭飞行而获得的最大飞行高度值,当分级数 $n = 1 \sim 10$ 时,获得的最优推进剂质流决策见表 6-5 和表 6-6 及图 6-13, 最大飞行高度可达 $h_{\max} = 118.22\text{km}$ 。

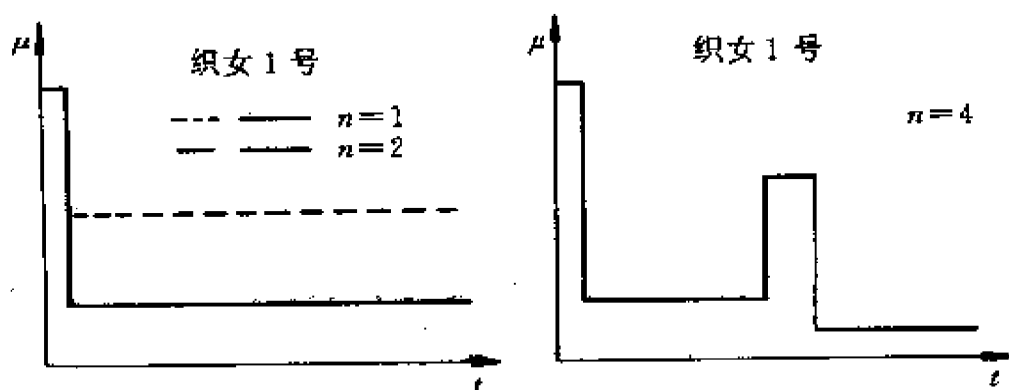


图6-13 推进剂质流决策 $\mu-t$

表6-5 某气象火箭最优推进剂质流决策值

分级数 n	发动机推进剂质量秒耗量分级决策值 μ									
1	0.63									
2	1.21	0.54								
3	1.50	0.63	0.20							
4	1.50	0.34	0.78	0.20						
5	1.50	0.34	1.50	0.20	0.20					
6	1.50	0.49	0.34	1.21	0.28	0.20				
7	1.50	0.63	0.34	1.21	0.49	0.20	0.28			
8	1.50	1.38	0.34	1.36	0.92	0.20	0.20	0.20		
9	1.50	1.50	0.34	0.34	0.36	0.78	0.20	0.20	0.20	
10	1.50	1.50	0.63	0.34	0.92	0.78	0.49	0.20	0.20	0.20

表6-6 某气象火箭最优推进剂质流控制飞行高度

分级数 n	主动飞行段终点速度 (m/s)	主动飞行段终点高度 (km)	弹道顶点高度 (km)
1	1141.42	24.36	87.07
2	1115.39	37.77	101.20
3	1066.79	51.92	110.65
4	1120.76	50.74	115.65
5	1189.73	56.34	117.85
6	1090.51	53.85	115.37
7	1107.51	52.95	116.39
8	1094.11	55.33	117.29
9	1106.93	54.79	118.22
10	1105.35	53.37	116.58

第七章 弹道导弹与运载火箭 的外形设计与结构布局

对弹道导弹与运载火箭总体设计师来说,外形设计是最感兴趣也是最困难的工作之一。因为大多数导弹与火箭的外形都不能单纯的由空气动力学的因素来确定,它要求总体设计人员具有空气动力学、热力学、运动学、力学、发动机、结构设计及控制方面的基础知识,以使设计的火箭外形满足整个系统的要求。

7.1 火箭外形设计与结构布局的基本要求

弹道导弹是用来攻击固定目标的武器,而运载火箭则是按预定的飞行轨迹飞行,因此,都不需要作空中机动飞行,飞行轨迹亦比较简单固定。所以,在外形设计上不必考虑设置产生高升力的机动部件——翼面。对近程导弹而言,由于其主要飞行轨迹在大气层中,一般采用起稳定作用的尾翼,亦可用作操纵部件进行飞行控制。而对中远程导弹及运载火箭来说,由于其主动飞行段和被动飞行段绝大部分都处于稠密大气层以外的高空,因而空气翼面效率极低,无法实现弹道控制和保证飞行稳定,所以通常不采用带有空气舵面的外形设计,而只是为了再入飞行段的飞行稳定而设置稳定裙(图7-1)。

弹道导弹与运载火箭在主动飞行段中,历经亚音速、跨音速、超音速和高超音速,须穿越稠密大气层进入外层空间。由于其飞行受大气层中气动力及气动加热的严重影响。要求总体设计师在外形设计和总体结构布局中慎重地面对这一严峻的现实,经多年的

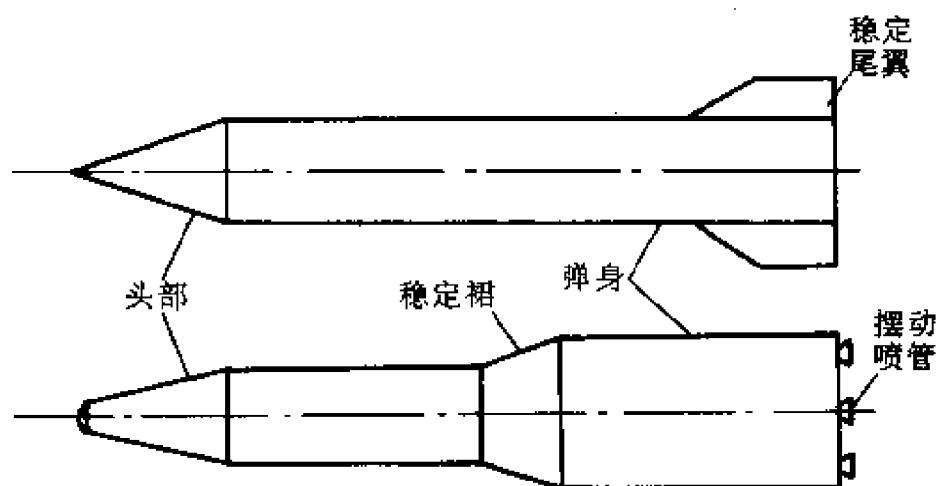


图7-1 弹道导弹的基本外形

研究和实践,逐渐形成了外形设计及结构布局的若干基本要求:

- (1)应使设计的火箭结构质量轻、总质量小。
- (2)应选择最佳外形,保证弹体上所受气动阻力最小及气动加热最低。
- (3)应使总体结构布局合理,减小弹体上的脉动压力及滚动力矩。
- (4)应使外形设计确保飞行中的良好的稳定性及可操纵性。
- (5)应使外形制造简单、工艺性好且价格低。
- (6)应使外形设计满足火箭的内部仪器、设备或战斗部装药的要求。
- (7)应使外形设计满足战斗使用及运输的要求。

上述基本要求,要求总体设计师在外形设计和结构布局时加以综合考虑,根据火箭的具体用途,取其主要方面作为基础,兼顾其他以消除不利影响。

7.2 火箭弹体与翼面的空气动力特性分析

火箭在大气中飞行时,其飞行速度从零增至高超音速,同时飞行高度也从地面上升到大气层以外的空间,飞行过程中弹体承受着强烈的气动力、气动力矩和气动加热。因此,为了保证火箭有良

好的飞行性能与操纵性能,要求外形设计既要协调结构布局,满足弹体各部分的容积要求,又必须保持火箭具有适当的静稳定度并减小气动载荷。同时要根据空气动力学、制导系统及结构等方面要求进行综合考虑和选择。

7.2.1 火箭的外形特点

火箭外形通常由下列几部分组成:

(1)头部:单锥体或曲线母线筒体,组合锥或锥—柱—裙体。

(2)弹身:圆柱体或含截锥体的圆柱体(可以有船尾形)。

(3)稳定裙:截锥体。

(4)稳定翼:通常采用适合高速飞行的翼面,平面形状为梯形、三角形或后掠形。

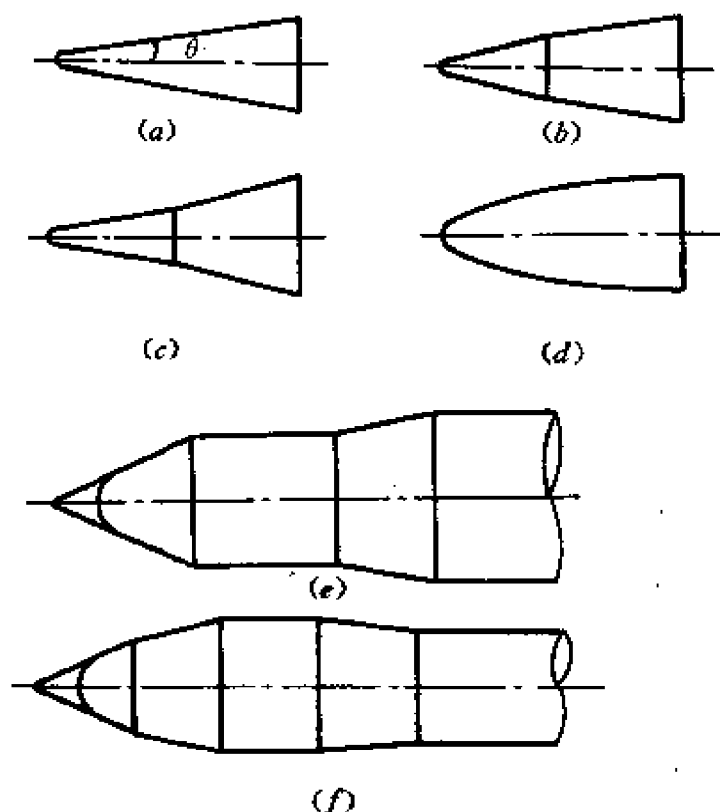


图 7-2 火箭常用头部外形

(a) 尖头直线母线外形; (b), (c) 尖头折线母线外形;
 (d) 尖头曲线母线外形; (e), (f) 钝圆头折线母线外形。

头部外形设计对火箭的飞行性能的影响至关重要,是外形设计的关键。

火箭常用头部外形见图 7-2。

为分析头部特性,设置直角坐标系 $r-x$,并使坐标原点为头部外形理论顶点。 x 轴指向弹体对称轴, r 轴过弹体纵剖面,则常用的头部外形母线方程有以下几种。

(1) 锥形:外形为半顶角 β_0 的圆锥(图 7-3)。

$$\begin{cases} r = Kx \\ \tan\beta_0 = K \end{cases} \quad (7-1)$$

式中 K ——系数。

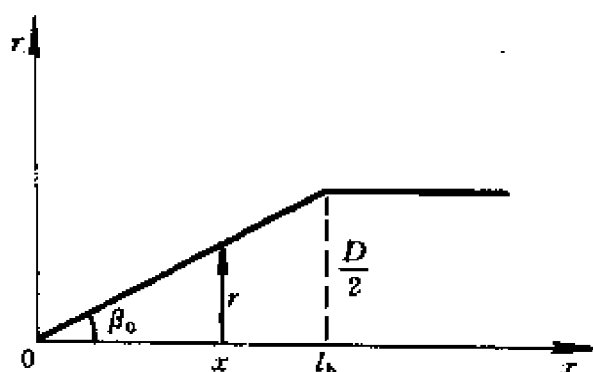


图7-3 锥形头部

(2) 圆弧形(蛋形、尖拱形):外形母线是圆弧曲线的一部分。当母线在与弹身圆柱相连处的斜率等于零时称为切面蛋形,反之称为剖面蛋形。

切面蛋形(图7-4)母线方程

$$\begin{cases} r = R[\sqrt{1 - (\frac{l_h - x}{R})^2} - 1] + \frac{D}{2} \\ \tan\beta = \frac{l_h - x}{R + r - \frac{D}{2}} \end{cases} \quad (7-2)$$

式中 D —— 头部母线与弹身连接处直径;

R —— 头部母线圆弧半径;

l_h —— 头部总长度。

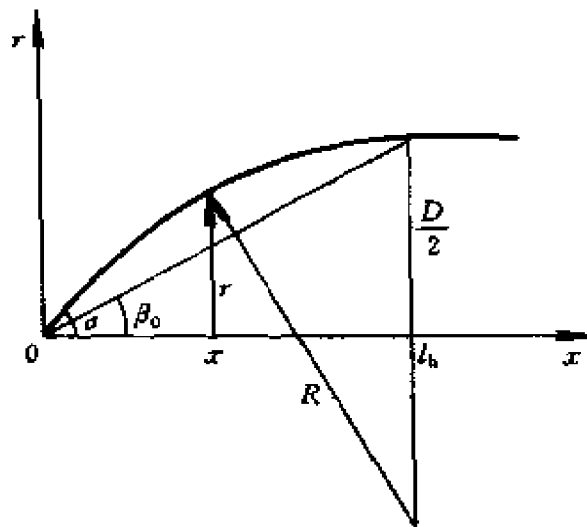


图7-4 切面蛋形头部

显然,切面蛋形头部半顶角 σ 与锥形头部半顶角 β 应满足下列关系:

$$\sigma = 2\arctan\left(\frac{D}{2l_h}\right) = 2\beta_0$$

即切面蛋形头部的顶角是同样长细比圆锥顶角的2倍。

(3) 抛物线形: 头部母线为二次抛物线。同样可以分成切面抛物线和剖面抛物线两种。

切面抛物线母线方程

$$\begin{cases} r = \frac{x}{2\lambda_h} \left(2 - \frac{x}{l_h}\right) \\ \tan\beta = \frac{1}{\lambda_h} (l_h - x) \end{cases} \quad (7-3)$$

式中 $\lambda_h = l_h/D$ ——头部长细比。

显然,当头部长细比相同时,剖面抛物线较切面抛物线更加尖锐。

(4) 最小波阻形(原始卵形): 最小波阻形相应于给定的头部长细比具有最小波阻的特性,外形母线方程为:

$$r^2 = \frac{D^2}{\pi[t\sqrt{1-t^2} + \arccos(-t)]} \quad (7-4)$$

式中

$$t = 2\left(\frac{x}{l_h}\right) - 1$$

(5)指数曲线:头部母线为指数曲线,母线方程为

$$r = \frac{D}{2}\left(\frac{x}{l_h}\right)^n \text{ 或 } \bar{r} = (\bar{x})^n \quad (7-5)$$

式中

$$\bar{r} = \frac{\text{头部任一位置处半径}}{\text{头部最大半径}}$$

$$\bar{x} = \frac{\text{距头部理论顶点距离 } x}{\text{头部总长度 } l_h}$$

n 为指数,一般可取 $0.60 \sim 0.75$ 之间,通常采用的指数母线头部具有钝顶特性,即 $\beta_0 = 90^\circ$ 。

(6)其他特定头部母线:除上述几种典型的头部母线曲线外,还有几种以其发明者命名的头部外形,其母线方程为:

$$\bar{r} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\phi - \frac{1}{2}\sin 2\phi + c\sin 3\phi} \quad (7-6)$$

式中

$$\phi = \arccos(1 - 2\bar{x})$$

当 $c = 0$ 时称为冯·卡门形头部; $c = 1/3$ 时称为 L-V-哈克形头部(图 7-5)。

从几何特性来看,曲线母线头部较之锥形头部有较大的体(容)积和表面积。必须指出,中远程弹道导弹或运载火箭的头部外形为了满足防热特性的要求,都不作尖头,而总是采用半球形钝头的外形,其半球钝头的直径与弹体直径之比一般应不大于 $0.05 \sim 0.10$ 为宜,即

$$\frac{D_h}{D} = 0.05 \sim 0.10$$

7.2.2 弹体与翼面的空气动力特性

尽管弹道导弹与运载火箭外形相对简单,但在研究确定其总体设计方案时,仍须十分仔细地研究其弹体与翼面的空气动力特性。

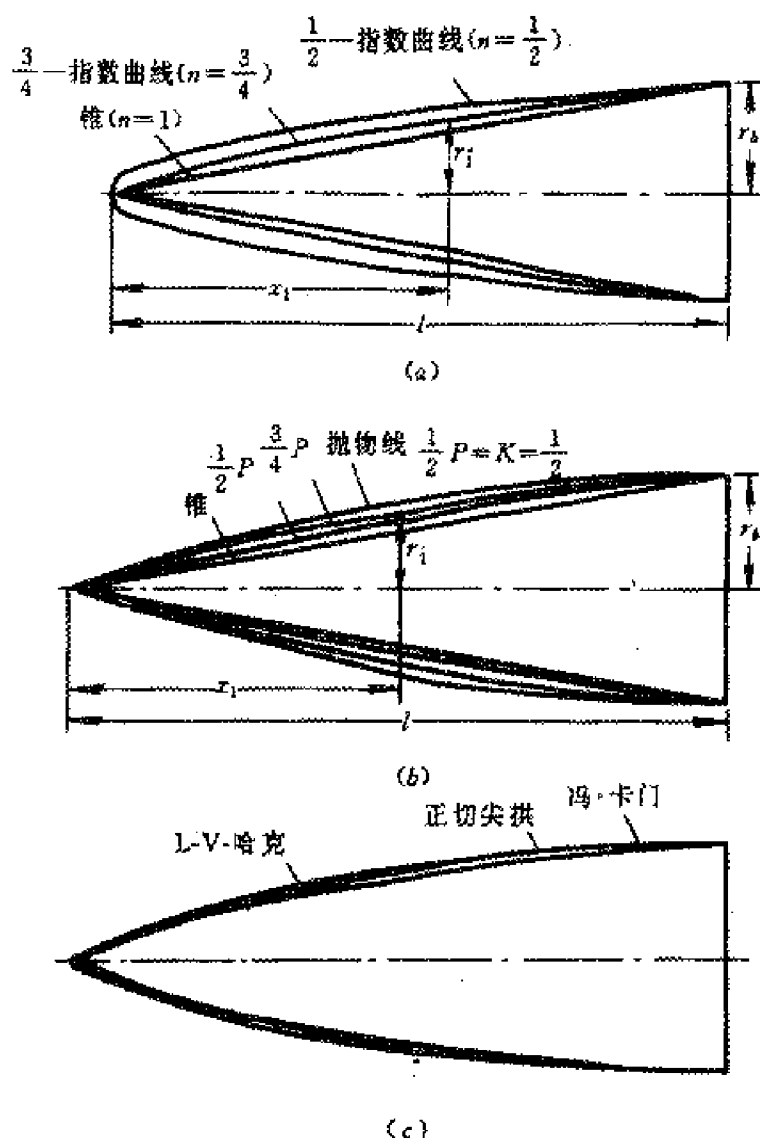


图 7-5 长细比等于 3 的头部剖面

(a) 指数曲线, $r_1 = r_b \left(\frac{x_1}{l} \right)^n$; (b) 抛物线系列, $r_1 = r_b \left[\frac{2 \left(\frac{x_1}{l} \right) - K \left(\frac{x_1}{l} \right)^2}{2 - K} \right]$,

(c) 哈克系列, 正切尖拱和冯·卡门形头部。

一、头部外形对气动阻力的影响

弹道导弹与运载火箭大部分时间在超音速下飞行, 气动阻力也主要集中在头部。头部阻力主要由波阻产生, 另外摩擦阻力也占有一部分。影响头部波阻的主要因素有以下三点:

(1) 头部锥角 β 及随 x 轴坐标的变化。

(2) 头部长细比 λ_h 。

(3) 飞行马赫数 Ma 。

头部阻力系数 c_{zh} 的变化特性与马赫数 Ma 的依赖关系在很大程度上取决于头部钝度或头部锥角 β 以及头部长细比 λ_h ，随着头部钝度或头部锥角的增大，加剧了弹体对迎面绕流的扰动，使绕流在头部区域加速、升温、增压，空气粘性亦被改变。因而引起阻力的急剧增长。带半球形头部柱体的阻力系数从 $Ma = 0.7$ 时即开始急剧增长(图 7-6)。对钝锥体头部，如果头部前端钝度半径比底部半径的 $1/4$ 还小，则阻力增加不大，但当前端钝度半径继续增大时，头部阻力明显增加(图 7-7)。而尖锥或尖拱或曲线母线形头部柱体的阻力则较之钝头柱体的阻力小得多，且在跨音速和小长细比时，曲线母线头部较之锥形头部在阻力值上更呈现出优越性(图 7-8)。

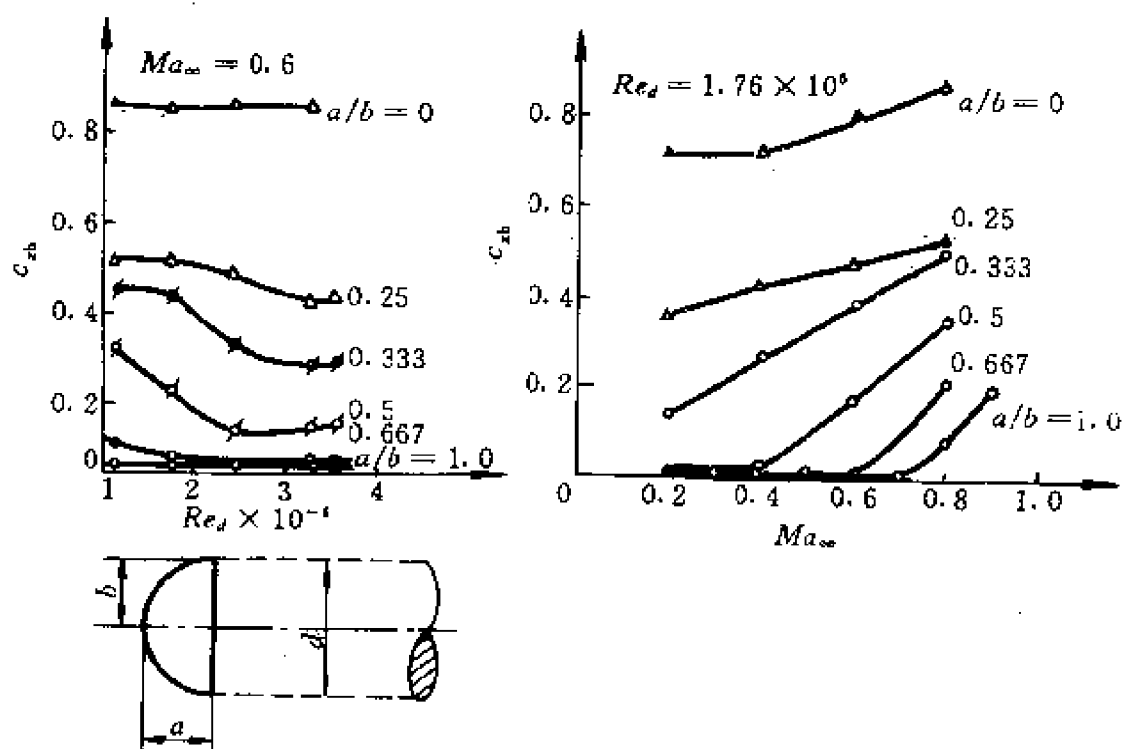


图7-6 柱形物体头部钝度对阻力的影响

($\alpha = 0$) 随 Ma 数和 Re 数的变化关系

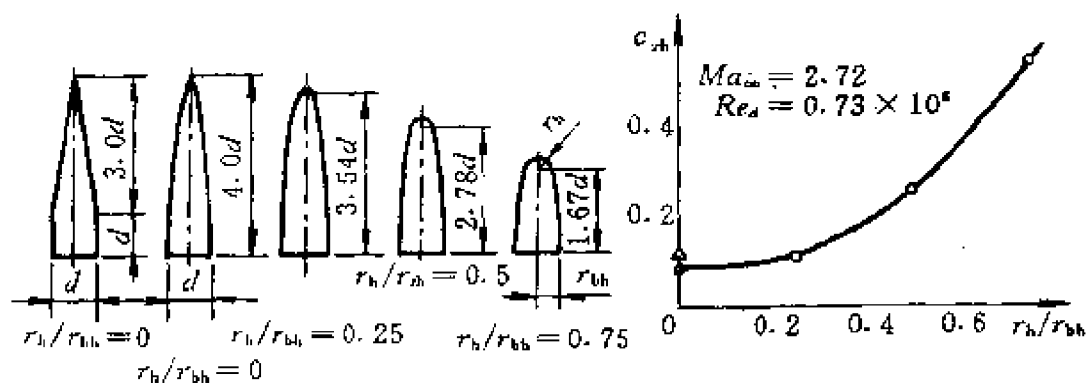


图 7-7 超音速条件下,阻力($\alpha = 0$)与旋转体头部钝度值的关系

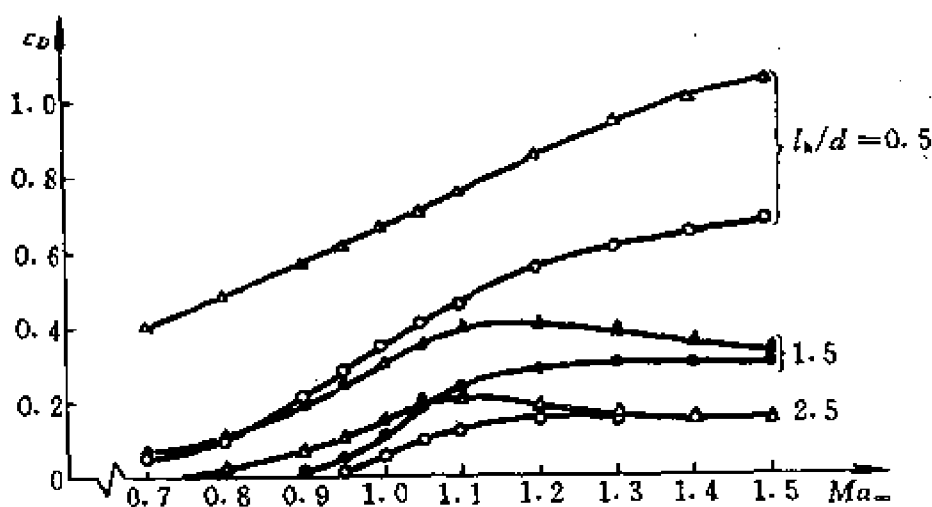


图 7-8 带锥形和卵形头部的圆柱体的波阻系数随 Ma 数的变化关系($\alpha = 0$)

$\blacktriangle, \triangle$ —带锥形头部的圆柱体;
 \bullet, \circ —带卵形头部的圆柱体;
 l_h —头部长度; d —圆柱体直径。

在总体设计中,计算头部波阻系数一般在超音速时用特征线方法;跨音速时流场比较复杂,因而多用风洞实验的结果(图 7-9)。

前人在大量研究和实验的基础上做了许多总结性工作。泰勒(Taylor)和麦卡尔(Meacoll)用锥形流理论计算并总结出锥形头部波阻系数经验公式:

$$c_D = \left(0.083 + \frac{0.096}{Ma_\infty^2}\right) \left(\frac{\beta}{10}\right)^{1.69} \quad (7-7)$$

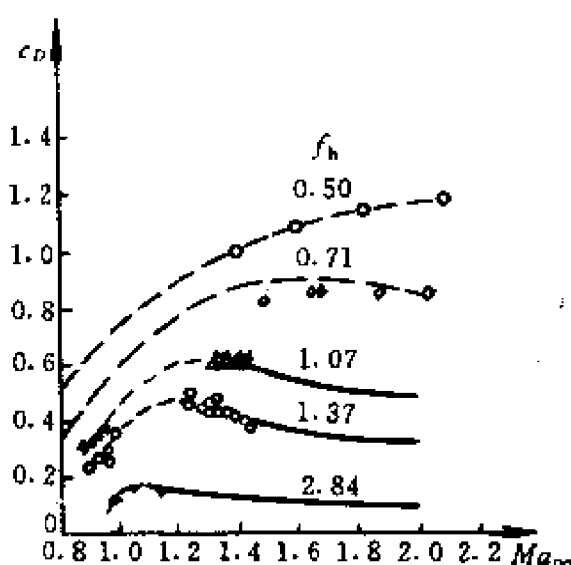


图7-9 圆锥头部波阻系数

 l_h —头部长度。

式中 Ma_∞ —— 来流马赫数；

β —— 头部锥角。

米勒(Mileo)导出了切面蛋形压阻系数经验公式为

$$c_{DF} = c_D \left\{ 1 - \frac{2[196\lambda_h^2 - 16]}{28(Ma_\infty + 1.8)\lambda_h^2} \right\} \quad (7-8)$$

式中 c_D —— 锥形头部压阻系数；

λ_h —— 头部长细比($\lambda_h = l_h/D$)。

当头部长细比 λ_h 较大($\lambda_h > 1$)时,上式可简化为

$$c_{DF} = c_D \left\{ 1 - \frac{14}{Ma_\infty + 18} \right\} \quad (7-9)$$

或

$$c_{DF} = c_D \left(\frac{4 + Ma_\infty}{18 + Ma_\infty} \right)$$

由上述经验公式可知,切面蛋形头部的波阻较之于锥形头部的波阻小一些。不仅如此,蛋形头部有较大的体(容)积,结构也较锥形头部优越。

头部长细比 λ_h 值的大小,直接影响到头部阻力的大小。 λ_h 增大,波阻系数 c_{DF} 则相应减小。不同外形的头部波阻系数与头部长

细比关系如图 7-10 所示。

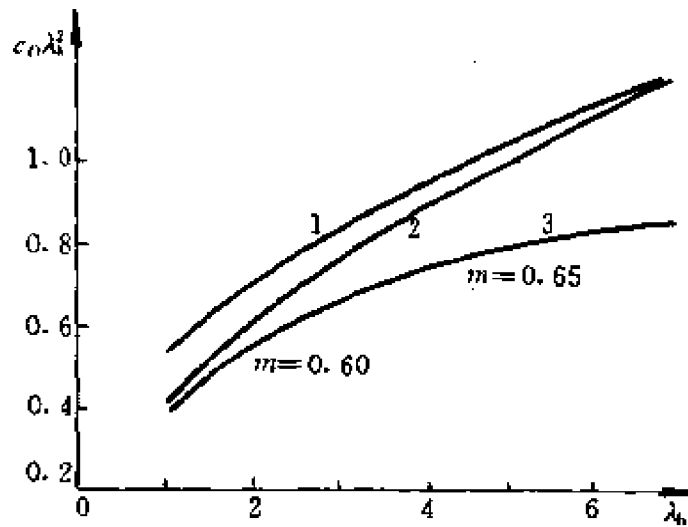


图 7-10 不同外形头部波阻系数与长细比的关系 ($Ma = 2$ 时)

- 1—尖锥; 2—有鼻锥部的钝锥;
3—指数母线头部 ($\bar{r} = \bar{x}^m$)。

头部阻力除了波阻以外还有摩擦阻力。摩擦阻力系数除了取决于物体表面积外,还与附面层性质及换热系数密切相关。一般说来,弹体摩擦阻力系数是雷诺数、附面层流动状态、弹体几何形状和表面状况、马赫数以及气动与物面间热交换的函数。在计算摩擦阻力时,一般可先按紊流、绝热、不可压缩平板摩擦阻力系数计算,再经气流压缩性、火箭外形及表面温度等因素的修正。摩擦阻力系数经验公式为

$$c_{fb} = \frac{1.02c_f \left[1 + 1.5 \left(\frac{l}{D} \right)^{1.5} + \frac{7}{\left(\frac{l}{D} \right)^3} \right] S_F}{S} \quad (7-10)$$

$$c_f = \frac{0.455 \eta}{(\log Re)^{2.584}}$$

$$\eta = \left[0.44 + \left(0.376 \frac{T_w}{T_r} + 0.184 \right) (1 + 0.176 Ma_\infty^2) \right]^{-0.875}$$

$$T_r = T_\infty \left(1 + 0.885 \frac{\gamma - 1}{2} Ma_\infty^2 \right)$$

式中 c_{fb} —— 弹体摩擦阻力系数;
 c_f —— 紊流平板摩擦阻力系数;
 S_F —— 弹体表面积;
 S —— 参考面积;
 l/d —— 弹体长细比;
 Re —— 以火箭长度为特征长度的雷诺数;
 η —— 非绝热平板气流压缩性修正系数;
 T_w —— 物面平均温度;
 T_r —— 气流恢复温度;
 T_δ —— 附面层外气流静温;
 Ma_δ —— 附面层外气流马赫数。

在初步设计时,考虑到火箭弹体表面粗糙和凸起物的影响,一般可将计算求得的摩擦阻力系数再增大10%。

图7-11示出各种头部模型的迎面阻力系数与锥形头部模型迎面阻力系数的差值 Δc_{x0} 。

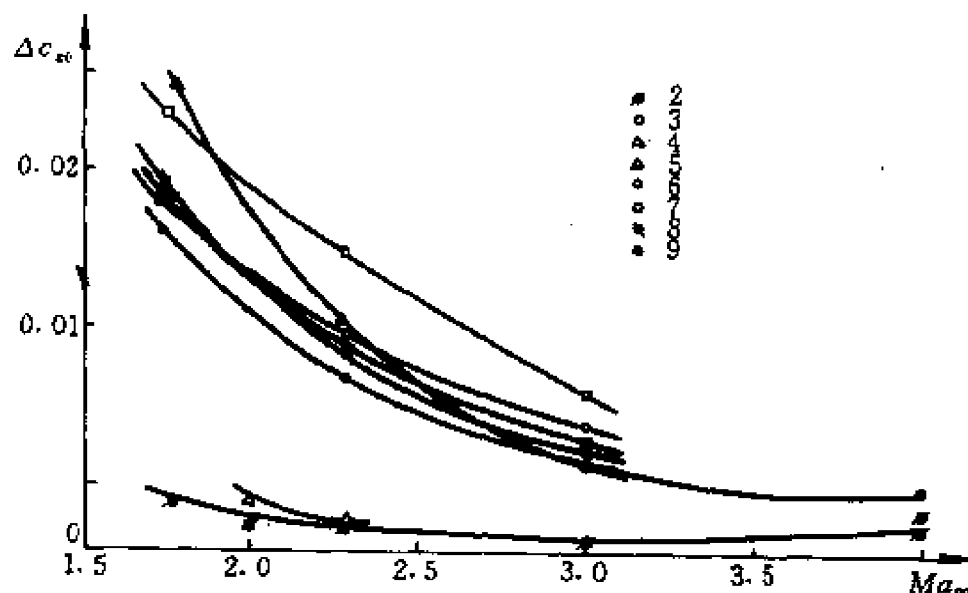


图7-11 各种外形头部迎面阻力系数与锥形头部迎面阻力系数之差值 Δc_{x0}

- 2— 幕次形头部,其体积比同样长细比圆锥体积大1.2倍;
- 3— 最佳外形头部,其体积比同样长细比圆锥体积大1.64倍;
- 4— 卡门拱形头部,其体积比同样长细比圆锥体积大1.5倍;
- 5— 抛物线外形头部,其体积比同样长细比圆锥大1.6倍。

总阻力最小的头部是指数母线头部,格劳德曹夫斯基根据特征线法和网格法从理论上证明了这一结论,并用实验进行了精确的检验。在 Ma 数由 $2 \sim \infty$ 范围内 $\bar{r} = \bar{x}^n (n = 0.6 \sim 0.7)$ 母线头部与同样长细比圆锥体比较,波阻系数小 25% 而体积则大 25% ~ 30%, 同样,由于头部外形换热系数的影响差别很大,指数母线头部还具有最小摩擦阻力特性(图 7-12)。

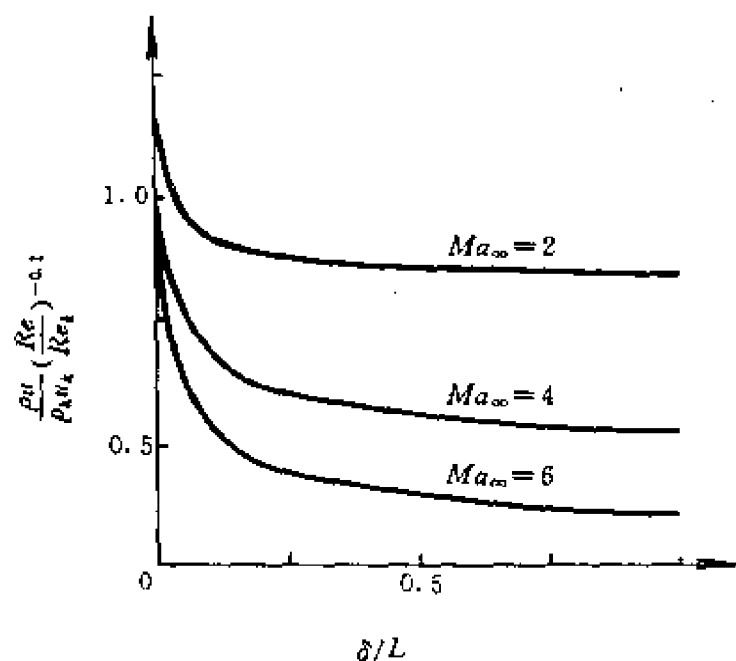


图 7-12 $\lambda_n = 3$ 时 $\bar{r} = \bar{x}^{0.65}$ 指数母线头部与圆锥头部紊流边界层换热系数的比较

二、弹体和头部对升力及压心位置的影响

零攻角弹体绕流气动特性基本上取决于头部形状。攻角的存在导致弹体背风面附面层增厚并产生旋涡或气流分离。这种情况一方面使弹体气动特性不仅依赖于头部外形和头部长度,而且还依赖于整个弹体外形。另一方面使弹体气动力和力矩系数对攻角的依赖关系呈非线性状态。图7-13和图7-14分别列出了各种不同长细比的钝锥头部的弹体模型的基本气动特性。

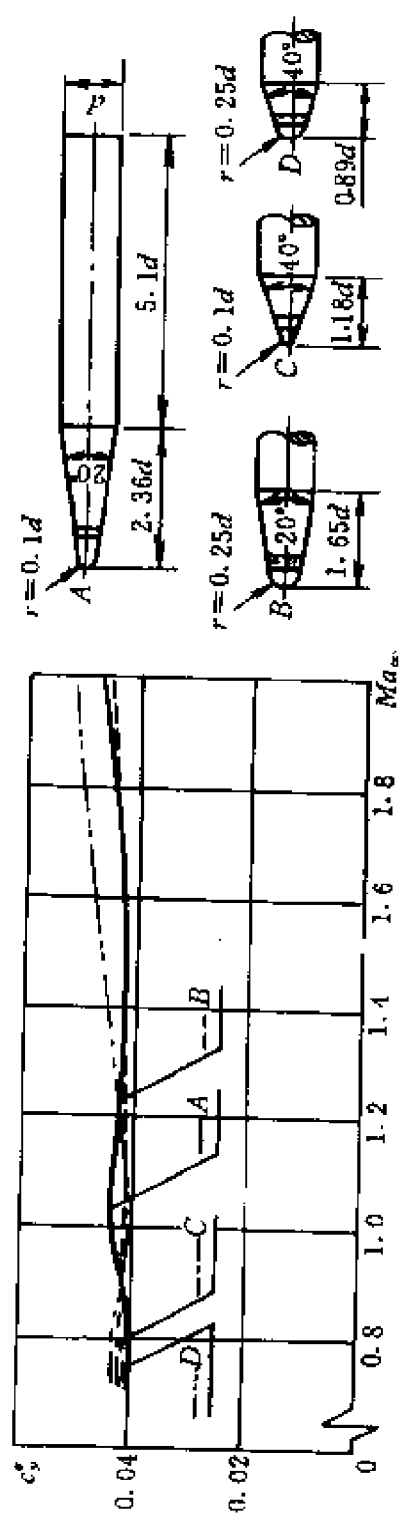


图7-13 带各种钝锥头部的圆柱体的升力系数导数与 Ma_∞ 的关系

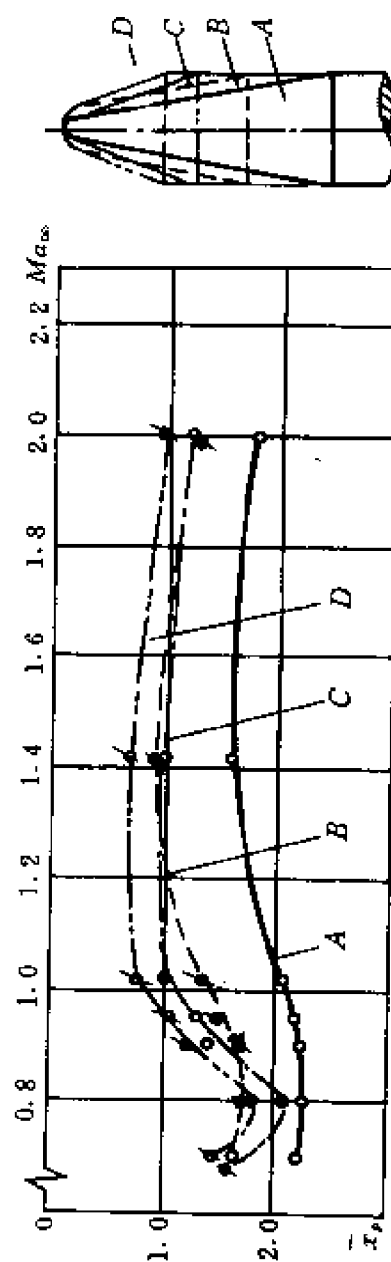


图7-14 带各种钝锥头部的圆柱体的压心位置与攻角和 Ma_∞ 的关系

亚音速时,升力系数 c_y 以及压心位置 \bar{x}_p 对攻角的非线性关系不明显,在跨音速区,头部形状对升力可产生很大影响。因为不同头部形状其绕流特性不同,头部母线与弹身连接不光滑通常使此处气流产生分离,引起弹体上气动载荷的重新分布,造成压心后移。只有当头部外形光滑,且与弹身平滑连接并在头部锥角较小时,绕流才不致产生分离,压心位置才不会引起很大的变化。

同样,弹体长细比 ($\lambda = \frac{l}{D}$) 对升力及压心位置亦产生较大影响。在特定的 Ma 范围内,升力系数 c_y 值随弹体长度增大而增加,压心位置也随之后移。但在 Ma 超过特定范围且长细比超过一定值后,逐步递增的 c_y 值开始逐渐减小,压心位置基本保持不变。因为升力的主要部分是由头部产生的,增大一定的长细比虽能使升力增长并使压心后移,但仍不能改变弹体总的升力分布形式。

计算弹体升力系数,通常可用下列经验公式:

$$c_y = \sin(2\beta) \cos\left(\frac{\beta}{2}\right) + \frac{\eta c_{dc} \sin^2 \beta S_{bp}}{S_{max}} \quad (7-11)$$

$$\eta = -0.0004688\left(\frac{l}{D}\right)^2 + 0.0219\left(\frac{l}{D}\right) + 0.565$$

俯仰力矩系数

$$c_m = \left[1 - \frac{V}{S_{ml}}\right] \sin(2\beta) \cos\left(\frac{\beta}{2}\right) + \frac{\eta c_{dc} \sin^2 \beta x S_{bp}}{S_{max} l} \quad (7-12)$$

压力中心系数

$$\bar{x}_p = \frac{c_m}{c_N}$$

式中 c_{dc} ——无限长弹体粘性横流阻力系数,一般取 $c_{dc}=1.2$;

η ——有限长弹体粘性横流阻力系数修正因子;

l ——弹体长度(从理论尖点算起);

D ——弹体直径;

S_{bp} ——弹体侧向投影面积;

V ——弹体体积;

x —— 弹体侧向投影面积中心至理论尖点的轴向距离。

当弹体上有孔或凸起物时,其阻力及升力系数将随之有所变化,其增量值由风洞实验作进一步修正确定。

三、尾翼及稳定裙气动特性及对弹体的影响

弹道导弹与运载火箭由多级火箭构成。第一级在低空稠密大气层中飞行,速度由亚音速增至跨音速或超音速;第二级火箭继而在高空以超音速或高超音速飞行。为保持弹体的飞行稳定性,克服飞行中由于攻角的产生而形成的较大的升力及俯仰力矩,因此,通常采用在弹体尾部安装尾翼或稳定裙的方法,利用尾翼或稳定裙上产生的升力形成较大的俯仰力矩,来保持飞行的稳定性。

图7—15给出了三种不同的带有尾翼和稳定裙的理想化火箭模型的基本气动特性,虽然三种火箭外形上大不相同,但观察其阻力系数和升力系数等气动特性,却表现出共同的特点:

1. 在跨音速阶段,阻力系数和升力系数出现极大值,压心位置最靠后。

2. 超音速时,对于有尾翼的火箭,当 Ma 增加时, c_x^* 值不断减小或保持常值,同时压心位置向头部移动,使火箭稳定性减小,而对于设置稳定裙的火箭,当 Ma 增加时, c_x^* 值基本保持不变,压心位置在 Ma 超过一定值后不断后移,使火箭稳定性进一步增加。

上述风洞实验结论的产生,是因为弹体作为细长旋转体,绕流在弹体上形成的附面层沿弹体长度不断增厚,致使尾翼或稳定裙沉浸在附面层中,极大地降低了尾翼及稳定裙上稳定面的效率。当绕流速度较小时,其稳定效率甚微。只有当增加攻角至稳定面露出附面层足够大时,才可能产生期望的升力并形成用以消除不利影响的俯仰力矩。然而,第一级火箭工作时,飞行速度较低且尾部附面层很厚,此时尾部采用稳定裙时将使其完全沉浸在附面层中,极大地影响了稳定效率。因此,一般采用尾翼面以充分利用尾翼在亚音速和跨音速气动特性,或者舍弃尾翼而采用其他非气动稳定的方式(如燃气舵等)。在超音速时,由于激波,特别是头部激波和尾翼激波的相互干扰,以及弹体绕流此时将产生局部分离等因素的

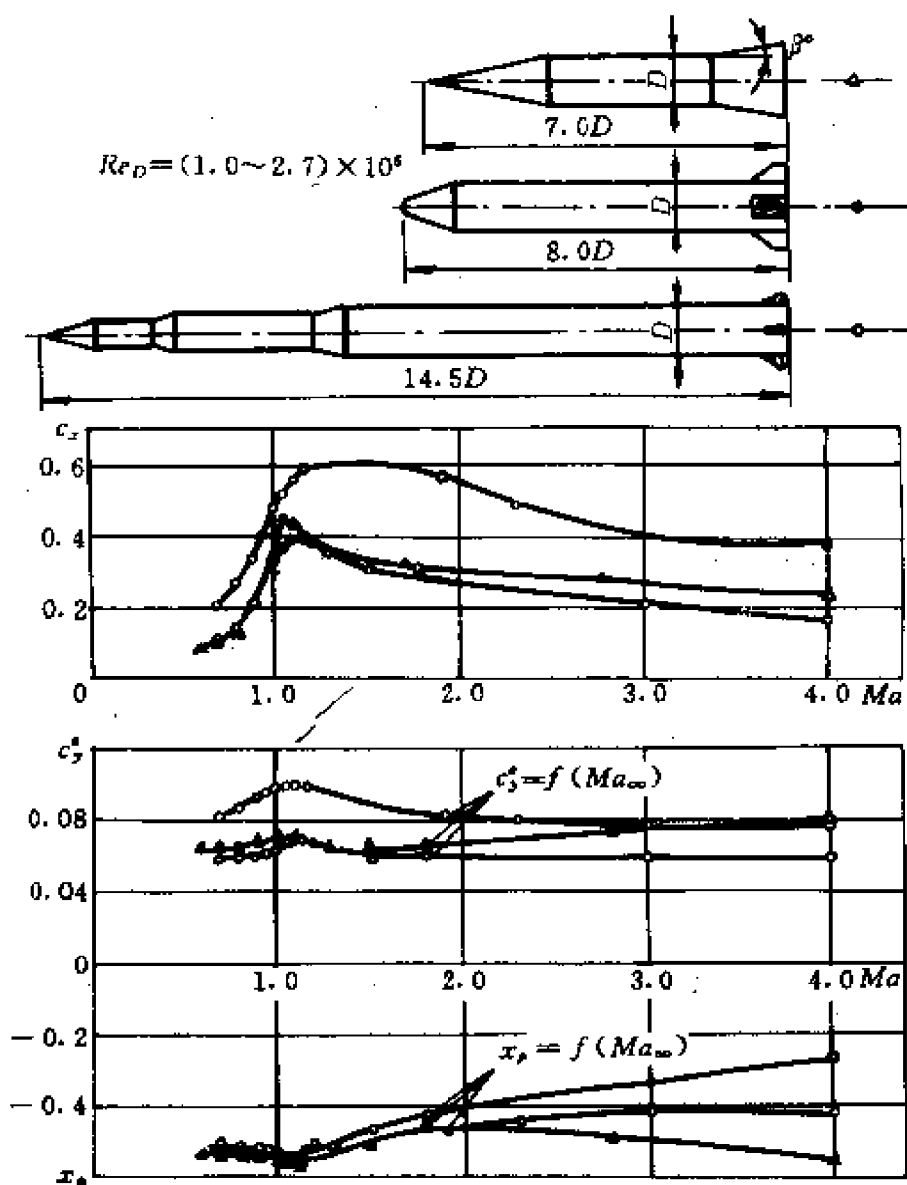


图 7-15 在 $\alpha = 0^\circ$ 的纵向力系数 c_x 、升力系数对攻角的导数 c'_y 和压心位置 x_p 随着具有尾翼或稳定裙的大细长比旋转体的 Ma_∞ 的变化关系

影响,使尾翼的稳定效率显著降低甚至失效,此时采用稳定裙则将大大增大稳定效率。图7-15给出的结论恰恰说明了这一点。

尾翼外形也是经过仔细分析其气动特性后,根据总体布局选定的,作为起稳定作用的尾翼,要求其稳定面上能够随攻角的变化产生足够的升力。翼面上的升力是由上下表面绕流产生的压力差所引起的,因此,翼面的形状、展弦比及来流与翼面间夹角均对翼

面升力产生影响。通常,弹道导弹与运载火箭采用截尖三角翼。许多学者先后对各种形状的弹翼空气动力特性进行了大量的实验研究,并从理论上说明了无论从改善升力系数 c_y 值和减小波阻或从气动加热方面考虑,弹翼前缘采用后掠的形式是极为有利的。

作用在翼面的升力,其升力系数随攻角的导数可近似写成:

$$c_y^{\alpha} = \frac{4\cos\Lambda}{\sqrt{Ma_{\infty}^2 \cos^2\Lambda - 1}} \quad (7-13)$$

弹体上的气动特性是十分复杂的。除了要着重考虑头部、弹身及稳定装置气动特性外,还须对外形凸起物、弹体底阻、阻尼力矩等等一系列因素及其相互影响进行综合考虑,以使弹体设计满足阻力小稳定性好、容积大、重量轻及便于加工等总体要求。

7.3 火箭在大气中飞行的稳定性分析

弹道导弹与运载火箭在飞行中经常受到各种干扰因素的影响,如果从飞行控制角度考虑要对飞行弹道进行修正,使之偏离原来的飞行状态后,能否通过自身的气动特性,恢复到原来的飞行状态,其衡量标准要看火箭系统是否具备足够的静稳定性,稳定性的增加必然引起机动性的降低。不同用途的火箭决定了它的飞行性能要求,也决定了它的稳定性和机动性要求。弹道导弹与运载火箭是为攻击中远程固定目标或运载大型载荷的飞行器,为保持火箭按预定弹道飞行,就必须使之具有良好的静稳定性和动稳定性。因此,对于总体设计师来说,掌握火箭系统的稳定性分析方法是十分必要的。

火箭系统的稳定性,可分成静稳定性和动稳定性两个方面。静稳定性是指改变火箭飞行状态的干扰因素消失后,最初瞬时火箭的运动响应趋势是否朝向恢复其原来的飞行状态的衡量指标。或者说,当火箭由于干扰因素的扰动影响而产生攻角时,只要火箭是静稳定的,就必然会因作用在箭体上的气动力而产生俯仰力矩

M_z , 迫使攻角逐渐收敛。反之, 若攻角 α 发散, 则称该系统是不稳定的。而动稳定性则是反应火箭稳定(攻角 α 收敛) 程度的一项特征指标。

图 7-16 给出了干扰因素(阵风、推力偏心等)消失后, 攻角 α 随时间变化的五种趋势: 图 7-16 中 ① 与 ② 状态表示攻角 α 随时间不断减小, 并趋于原来的平衡状态; ③ 状态表示攻角 α 随时间振荡地增大, 但其平衡位置仍为原来的状态; ④ 与 ⑤ 状态则表示攻角 α 随时间不断地远离原来的平衡状态。从动稳定性角度来分析, 火箭在平衡状态受到扰动时, 其响应特性通常有四种:

(1) 振荡的; (2) 非振荡的; (3) 阻尼的; (4) 非阻尼的。

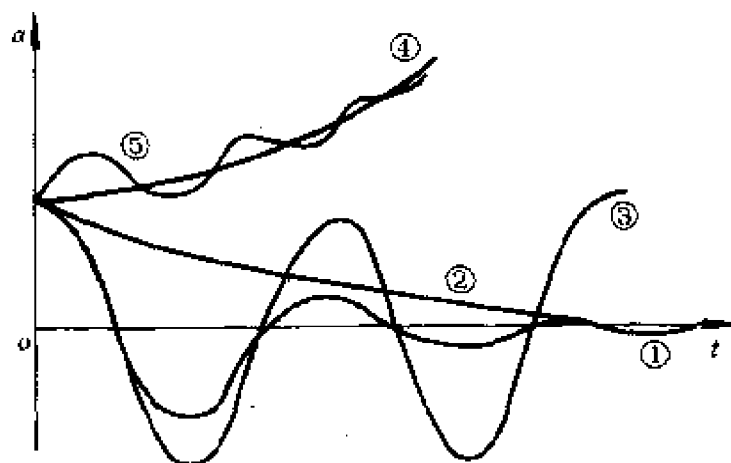


图 7-16 攻角 α 随时间变化趋势

因此, 从静稳定及动稳定性两方面可得出结论: 图 7-16 中 ① 与 ② 状态是稳定的; ③ 状态是静稳定而动不稳定型; 而 ④ 与 ⑤ 状态则从静、动两方面均是不稳定的。

7.3.1 弹体的稳定度

火箭的静稳定性采用静稳定度来描述, 静稳定度是指火箭压力中心 x_p 与质心 x_x 间的距离, 通常以其与火箭特征长度 l 的比值来表示(图 7-17):

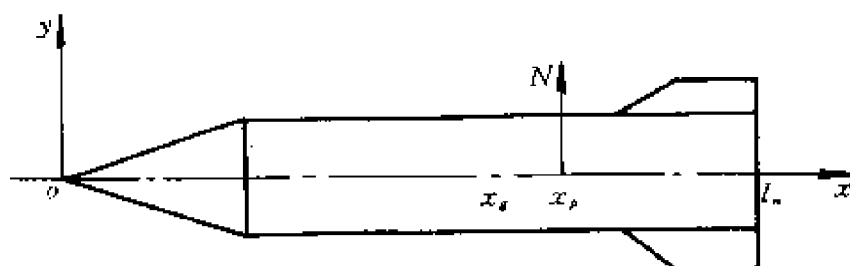


图7-17 火箭的压心与质心的关系

$$\frac{x_p - x_g}{l}$$

因为稳定力矩是由法向力提供的, 即有

$$M_x = Y_1 (x_p - x_g)$$

又因为

$$M_x = c_m^a \alpha S q l$$

$$Y_1 = c_{y1}^a \alpha S q$$

亦即

$$c_m^a = \frac{x_p - x_g}{l}$$

或

$$\frac{x_p - x_g}{l} = \frac{c_m^a}{c_{y1}^a} \approx \frac{c_m^a}{c_y^a}$$

因为当 α 很小时

$$c_y^a \approx c_{y1}^a$$

7.3.2 弹体的纵向稳定性分析

飞行力学已研究过火箭在空间的运动。为使问题进一步简化, 考虑到弹体是轴对称的这一特性, 可将火箭的飞行运动分成相互独立的纵向平面运动和侧向平面运动。在不考虑弹体绕对称轴旋

转时,其运动方程为

$$\left\{ \begin{array}{l} m \frac{dv}{dt} = P \cos \alpha - X - mg \sin \theta \\ mv \frac{d\theta}{dt} = P \sin \alpha + Y - mg \cos \theta \\ J_z \frac{d\omega_z}{dt} = M_z \\ \frac{dx}{dt} = v \cos \theta \\ \frac{dy}{dt} = v \sin \theta \\ \frac{d\theta}{dt} = \omega_z \\ \varphi = \theta + \alpha \end{array} \right. \quad (7-14)$$

由于飞行环境并非理想状态,存在着许多干扰飞行的因素,如阵风、推力偏心等。因此,在考虑这些因素的影响后,运动方程改写成如下形式:

$$\left\{ \begin{array}{l} m \frac{dv}{dt} = P \cos(\alpha - \delta) - X - mg \sin \theta \\ mv \frac{d\theta}{dt} = P \sin(\alpha - \delta) + Y - mg \cos \theta \\ J_z \frac{d\omega_z}{dt} = M_z + \Delta M_z \\ \frac{dx}{dt} = v \cos \theta \\ \frac{dy}{dt} = v \sin \theta \\ \frac{d\theta}{dt} = \omega_z \\ \varphi = \theta + \alpha \end{array} \right. \quad (7-15)$$

式中 δ —— 推力偏心角;
 ΔM_z —— 推力偏心力矩;
 v —— 考虑阵风干扰后的合成速度;

θ —— 速度倾角。

此时,可对系统设定几组 δ 值或扰动阵风风速 u 值,并代入方程组中进行数值计算,用以对火箭系统进行稳定性分析。如果计算结果 φ, θ, α 是收敛的且与理论弹道值接近,则可以认为此系统是稳定的。

另一种分析方法是采用小扰动法。考虑到实际飞行中外界干扰是微小的,如果扰动很小则扰动后的弹道很接近理想弹道。因此,全部运动学参数都可以用理想弹道中的数值与这些参数对理想弹道参数偏量之和来表示:

$$\begin{aligned} v(t) &= v_0(t) + \Delta v(t) \\ \theta(t) &= \theta_0(t) + \Delta \theta(t) \\ &\dots\dots \\ \omega_z(t) &= \omega_{z0}(t) + \Delta \omega_z(t) \end{aligned}$$

下角标0表示未扰动的运动学参数。 $\Delta v(t), \Delta \theta(t), \dots$ 则表示扰动后的运动学参数偏量。

火箭的飞行运动是变质量运动,飞行中的各运动学参数均是时间的函数,而反映其运动的微分方程则为变系数微分方程。对于变系数微分方程,只有在经过许多简化假设并化成极其简单的形式后,才可能求得解析解。对于火箭飞行稳定性的分析,通常采用行之有效的摄动法、古列维茨稳定性准则来判定。所谓摄动法即在小扰动前提下分析火箭飞行动态特性时,如果已知未扰动弹道任意点上的运动参数,则可近似地认为在该点的小扰动区域内运动参数可以固定不变且等于未扰动弹道在该点的参数值。这样,就将变系数微分方程组转变成线性常微分方程组来求解。在纵向平面内,方程组中参数有

$$\begin{cases} P = P(v, y) \\ X = X(v, y, \alpha) \\ Y = Y(v, y, \alpha, \delta) \\ M_z = M_z(v, y, \alpha, \omega_z, \delta_B, \dot{\alpha}) \end{cases} \quad (7-16)$$

式中 $v, y, \alpha, \omega_z, \delta_B$ 和 $\dot{\alpha}$ 分别为飞行速度、高度、攻角、弹体旋转角加

速度、操纵控制机构偏转角和迎角的角加速度。

于是,方程组(7-16)经过固化系数和小扰动线性化后,得到如下的形式:

$$\begin{cases} \frac{d\Delta v}{dt} = \frac{P^v - X^v}{m} \Delta v - \frac{P\alpha + X^a}{m} \Delta\alpha - g\cos\Delta\theta \\ \frac{d\Delta\theta}{dt} = \frac{P^v\alpha + Y^v}{mv} + \frac{P + r^a}{mv} \Delta\alpha + \frac{g\sin\theta}{v} \Delta\theta + \frac{Y^{\delta_B}}{mv} \Delta\delta_B \\ \frac{d\Delta\omega_z}{dt} = \frac{M_z^v}{J_z} \Delta v + \frac{M_z^a}{J_z} \Delta\alpha + \frac{M_z^{\omega_z}}{J_z} \Delta\omega_z + \frac{M_z^a}{J_z} \Delta\dot{\alpha} + \frac{M_z^{\delta_B}}{J_z} \Delta\delta_B \\ \frac{d\theta}{dt} = \omega_z \\ \Delta\theta = \Delta\varphi - \Delta\alpha \end{cases} \quad (7-17)$$

式中 $\Delta v, \Delta\theta, \Delta\alpha, \Delta\varphi, \Delta\omega_z$ 均为纵向平面内的运动参数的变量,为简明起见,将其换写成 $v, \theta, \alpha, \varphi, \omega_z$, 即去掉符号“ Δ ”并略去二阶微量,同时令

$$\begin{aligned} L_1 &= \frac{P^v - X^v}{m}, & L_2 &= g\cos\theta, & L_3 &= \frac{P^a + X^a}{m} \\ a_0 &= -\frac{M_z^v}{J_z}, & a_1 &= -\frac{M_z^{\omega_z}}{J_z}, & a_2 &= -\frac{M_z^a}{J_z} \\ a_3 &= -\frac{M_z^{\delta_B}}{J_z}, & a_4 &= -\frac{P + r^a}{mv}, & a_5 &= \frac{Y^{\delta_B}}{mv} \\ a'_1 &= -\frac{M_z^a}{J_z}, & a'_4 &= -\frac{P^v\alpha + Y^v}{mv}, & a'_5 &= -\frac{g\sin\theta}{v} \end{aligned}$$

代换方程组(7-17)中相应系数得

$$\begin{cases} \frac{dv}{dt} = L_1 v + L_2 X + L_3 \alpha \\ a_0 v + \frac{d^2\theta}{dt^2} + a_1 \frac{d\theta}{dt} + a'_1 \frac{d\alpha}{dt} + a_2 \alpha + a_3 \delta_B = 0 \\ a'_1 v + \frac{d\theta}{dt} + a'_4 \theta - a_4 \alpha - a_5 \delta_B = 0 \\ \varphi - \theta - \alpha = 0 \end{cases} \quad (7-18)$$

方程组(7-18)中的各系数统称为动力系数,它们代表着弹体的重要的动力学性质。在总体设计中正确地选择这些动力系数,对于保持火箭的稳定性,具有重大的意义。

火箭受干扰力(力矩)作用之后,很快以攻角的变化作出响应,其升力也随之发生变化,导致 φ 、 θ 的改变。此时气动阻力亦发生变化,并导致火箭加速度的改变。由于微小的阻力改变而引起的飞行速度变化也是很小的,并且要经过一段时间才能有明显的反应。因此,在干扰发生后一个短期内可以认为,速度的变化 Δv 较之于攻角等($\Delta\theta, \Delta\alpha, \Delta\varphi, \Delta\omega_z$)的改变是一个微量。于是为了使问题进一步简化,可以去掉描述 Δv 变化的第一个方程,且在其他方程中取 $\Delta v = 0$,此时,纵向平面内扰动运动方程化为

$$\begin{cases} \frac{d^2\theta}{dt^2} + a_1 \frac{d\theta}{dt} + a_1' \frac{d\alpha}{dt} + a_2\alpha + a_3\delta_B = 0 \\ \frac{d\theta}{dt} - a_4'\theta - a_4\alpha + a_5\delta_B = 0 \\ \varphi - \theta - \alpha = 0 \end{cases}$$

此线性方程组的特征方程及其系数是

$$\lambda^3 + P_1\lambda^2 + P_2\lambda + P_3 = 0$$

式中

$$\begin{aligned} P_1 &= a_1 + a_4 + a_4' + a_1' \\ P_2 &= a_2 + a_1(a_4 + a_4') + a_1'a_4' \\ P_3 &= a_2a_4' \end{aligned}$$

从动力学角度对火箭稳定性问题进行研究表明:在对火箭运动稳定性作定性分析时,可以直接按扰动运动微分方程组的特征方程的根的大小来作出判断,甚至可直接根据特征方程式的系数来判断。其结果表明,当特征方程的根 λ_i 满足

$$\lambda_i < 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

则扰动运动参量 $\Delta\alpha, \Delta\theta$ 等的绝对值将随时间而收敛,即运动是稳定的。如果特征方程的根中只要有一个根为正值($\lambda > 0$),则扰动运动参量 $\Delta\alpha, \Delta\theta$ 等的绝对值将随时间而发散,即运动状态是不稳

定的。因此,特征方程的各个根为负值或具有负值实部,是弹体具有稳定性的充要条件。

根据特征方程的系数进行稳定性分析时,古列维茨判定准则提供了有力的手段。根据古列维茨判定准则,特征方程的各个根满足稳定性充要条件时,必有

$$P_1 > 0, P_2 > 0, P_3 > 0$$

或

$$P_1 P_2 - P_3 > 0$$

从

$$P_1 = a_1 + a_4 + a_4^* + a_1'$$

中分析,因为

$$a_1 = -\frac{M_{\dot{x}}^0}{J_x}$$

表示火箭的气动阻尼力矩,并有

$$M_{\dot{x}}^0 < 0$$

所以有

$$a_1 > 0$$

又

$$a_4 = \frac{Y^0 + P}{mv} > 0$$

$$a_4^* = -\frac{g \sin \theta}{v} < 0$$

但

$$P > mg$$

所以

$$a_4 > |a_4^*|$$

而 a_1' 相对于 a_1 和 a_4 等参数可忽略不计,于是可得:

$$P_1 > 0$$

而

$$P_2 = a_2 + a_1(a_4 + a_4^*)$$

式中, $a_2 = -\frac{M_x^0}{J_z}$ 表示火箭的静稳定性, 且 $a_1(a_4 + a_4^*) > 0$ 。要使 $P_2 > 0$, 则必须使 $a_2 > 0$, 亦即 $M_x^0 < 0$ 。这说明, 要使火箭保持静稳定, 必须使火箭的压心位于其质心之后。反之, 当 $M_x^0 > 0$ 时, 则必使 $a_2 < 0$, 此时将可能出现下列情况:

(1) 当满足

$$|a_2| < |a_1(a_4 + a_4^*)|$$

时, 仍有 $P_2 > 0$, 即稍有一点静不稳定的弹体仍有可能保持运动的稳定性,

(2) 当满足

$$|a_2| > |a_1(a_4 + a_4^*)|$$

时, 则将使 $P_2 < 0$, 因此破坏了弹体稳定性的充要条件, 导致出现不稳定。

就其绝对值而言, P_2 值的正或负, 对弹体的稳定性不产生关键性的影响。

7.4 火箭外形参数的确定方法

根据火箭外形气动特性分析可知, 外形参数的选择与确定对火箭性能产生至关重要的影响, 在深入分析了火箭外形气动特性之后, 根据具体的总体设计要求选择确定外形参数, 是总体设计师的一项十分重要而细致的任务。

7.4.1 头部外形参数的确定

头部外形尺寸的确定与火箭的射程、战斗部的类型、威力大小或卫星几何尺寸有关。一般来说, 对远程弹道导弹, 其战斗部采用可分离式结构; 对近程导弹, 其战斗部多采用不分离式结构。从火箭外形气动特性分析可知, 头部气动特性与头部的长细比 λ_h 、母线方程类型及头部半顶角 β_0 有密切的关系。

当战斗部容积 V_h 一定时, λ_h 增大则头部半顶角 β_0 减小, 因而头部波阻减小。但 λ_h 太大则由于战斗部变得更加细长, 将导致其爆炸效果变坏、威力下降, 所以二者必须兼顾。根据总体设计理论和实际应用经验分析, 对近程导弹, 由于弹道较低, 气动阻力损失大, 故 λ_h 可选得较大, 而对中远程导弹及运载火箭, 由于其弹道很高, 阻力损失不占主要部分, 故 λ_h 可选得较小。通常的选择范围是:

近程导弹

$$\lambda_h = 2 \sim 3$$

中远程导弹及运载火箭

$$\lambda_h = 1.5 \sim 2$$

在头部外形母线的选择上, 主要依据尽量增加静稳定性和减小气动载荷的原则。对近程导弹多采用曲线母线; 对中远程导弹, 考虑到弹头再入大气层时要求阻力小, 更侧重于减小弹头尖端的气动加热。因此采用的最佳方案是小钝头锥形。一般取端头半径与弹头底部直径之比不超过 0.1, 而锥体的半锥角 $\beta_0 = 8^\circ \sim 15^\circ$ 。对于运载火箭, 由于受卫星尺寸的要求, 其头部整流罩通常为大钝锥, 半锥角取 $15^\circ \sim 30^\circ$ 。

为了保证火箭头部在分离后再入飞行中的稳定性, 必须将头部设计成静稳定的, 头部的稳定部件通常采用稳定裙, 稳定裙外形可以是头部母线的延续, 也可以在头部后段接一段截锥体。保证飞行稳定的头部静稳定度具体数量指标为

$$\eta = \frac{x_p - x_g}{l_h} \times 100\%$$

η 值通常在 15%~30% 之间选取。

头部的质心可按理论力学的方法计算或从各种设计手册中查得, 头部的压心位置的计算则通常采用由气动特性分析实验导出的经验公式:

(1) 对锥形头部

$$x_p = 0.667l_h$$

(2) 对正切蛋形头部

$$x_p = \frac{1}{2} \left\{ \frac{50(Ma + 18) + 7Ma^2 P(5Ma - 18)}{40(Ma + 18) + 7Ma^2 P(4Ma - 3)} \right\} l_h$$

$$P = (0.083 + \frac{0.096}{Ma^2}) (\frac{\beta}{10})^{1.69}$$

(3) 抛物线形头部

$$x_p \approx 0.62l_h$$

(4) 指数母线形头部(其压心位置是指数 m 和马赫数 Ma 的函数)^[27]

$$x_p = x_p(m, Ma)$$

(5) 截锥(稳定裙)(图7-18)

$$\bar{x}_{pk} = \frac{2 - \frac{d}{D}(1 + \frac{d}{D})}{3(1 - \frac{d^2}{D^2})}$$

$$\bar{x}_{pk} = \frac{x_{pk}}{l_c}$$

式中 l_c —截锥长。

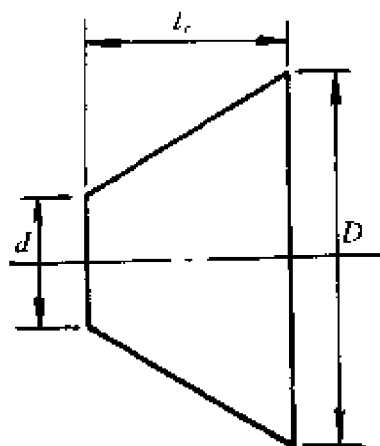


图7-18 截锥外形尺寸

7.4.2 弹身外形参数的确定

弹身是指除头部以外的弹体其他部分,通常包括中段和尾段。

由于中远程导弹或运载火箭主动飞行段高度很高,发动机熄火后已升达空气稀薄的高空,气动阻力很小,因此大面积底部带来的底阻可不予重视,且在发动机工作时由于喷流区压力的存在,也使实际的底阻很小。因此,在总体设计中很少采用收缩形尾段的布置方案,即使采用这种方案也只是设计成很小的收缩度。同时,亦很少采用稳定翼面,主要靠自身动力伺服机构实施控制。这样,从减小阻力、提高承载能力及便于制造和运输的观点出发,通常的弹身均采用圆柱形式。圆柱弹身的主要参数有弹径 D 和弹身長细比 λ_b 。

一、弹径的确定

弹径 D 的确定方法应从两方面考虑:

(1) 弹径 D 的选择必须满足弹体截面载荷系数 P_m 的条件。

$$P_m = \frac{m_0}{S_m}$$

$$D = \left[\frac{4m_0}{\pi P_m} \right]^{\frac{1}{2}}$$

对火箭总体性能分析可知,在已知全弹总质量时, P_m 值增大可以减小弹体的阻力损失,提高火箭性能。但 P_m 值增大又使弹身長细比 λ_b 增大,横截面上的载荷值增大,飞行中的弯矩亦增大。这又对火箭的结构强度造成不利的影响。因此, P_m 值对弹径 D 的确定产生重要的影响。

(2) 弹径 D 的选择应尽量接近固体火箭发动机燃烧室的最佳长细比 $\lambda_{c, \text{opt}}$ 的要求。

弹道导弹的固体火箭发动机绝大多数使用内孔装药设计,从保证发动机具有最小的结构质量系数出发,可以求出发动机燃烧室的最佳长细比 $\lambda_{c, \text{opt}}$ 。A. M. 维尼茨基推导出满足燃烧室最佳长细比 $\lambda_{c, \text{opt}}$ 的燃烧室最佳直径公式如下:

$$D^5 - AD^3 + BD - C = 0$$

$$A = \frac{8Sr}{\kappa}, B = \frac{16S_f^2}{\pi^2 \kappa^2}, C = \frac{32S_f m_p g}{3\kappa \rho_p \pi^2}$$

式中 S_r —— 发动机装药燃烧面积；
 κ —— 装药燃烧面积与通道截面积之比，亦称通气参量，对每一种装药都有一定的要求；
 ρ_p —— 推进剂比重；
 $m_p g$ —— 推进剂重量。

可采用迭代法求在各种装药条件下的 D_{opt} 值，并根据现代推进剂装填条件，求出发动机燃烧室的最佳直径 $D_{e,opt}$ 以及相应的最佳长细比 $\lambda_{e,opt}$ 。

二、长细比的选择

火箭长细比选择的好坏，对全箭阻力将产生很大的影响。在超音速条件下，火箭的零升阻力是由三部分组成的：即波阻、摩擦阻力和底阻

$$c_{x0} = c_{xB} + c_{xI} + c_{xg}$$

研究阻力的组成与长细比的关系，可以定出一个最佳长细比 λ_{opt} ，使全弹阻力达到最小。从理论上确定弹体各段的最佳长细比关系，即确定出：(1) 头部长细比 λ_h ；(2) 发动机燃烧室长细比 λ_e ；(3) 尾段长细比 λ_t 。但实际上这样做是有困难的，通常的方法是从使全弹总阻力系数最小这一角度来确定。

带锥形头部的弹体最佳长细比的计算公式为^[28]

$$-1.7n_1\lambda_h^{-2.7} + n_2 - n_3\lambda_h^{-1.5}(1 - n_4\lambda_h^{-0.5}) = 0$$

式中 λ_h —— 头部长细比；

$$n_1 = (0.0016 + \frac{0.002}{Ma^2}) (\frac{57.3}{2})^{1.7} [1 + (1 - \bar{S}_t)^{0.5}]$$

$$n_2 = [0.5 + a_t(1 - 0.5a_t) + a_e] \frac{0.158Re_\infty^{-0.145}}{\sqrt{1 + 0.12Ma_\infty^2}}$$

$$n_3 = \frac{0.85\bar{S}_t^{1.5}}{Ma_\infty(1 + a_t + a_e)^{0.5}}$$

$$n_4 = \frac{Ma_\infty\bar{S}_t^{0.5}}{(1 + a_t + a_e)^{0.5}}$$

$\bar{S}_t = \frac{S_t}{S_{\max}}$ ——尾段收缩比(底面积 / 最大截面积);

$a_e = \frac{l_e}{l_h} = \frac{\lambda_e}{\lambda_h}$ ——发动机特征长度与头部特征长度之比;

$a_t = \frac{l_t}{l_h} = \frac{\lambda_t}{\lambda_h}$ ——尾段特征长度与头部特征长度之比。

头部长细比对全弹阻力系数的影响如图7-19所示。

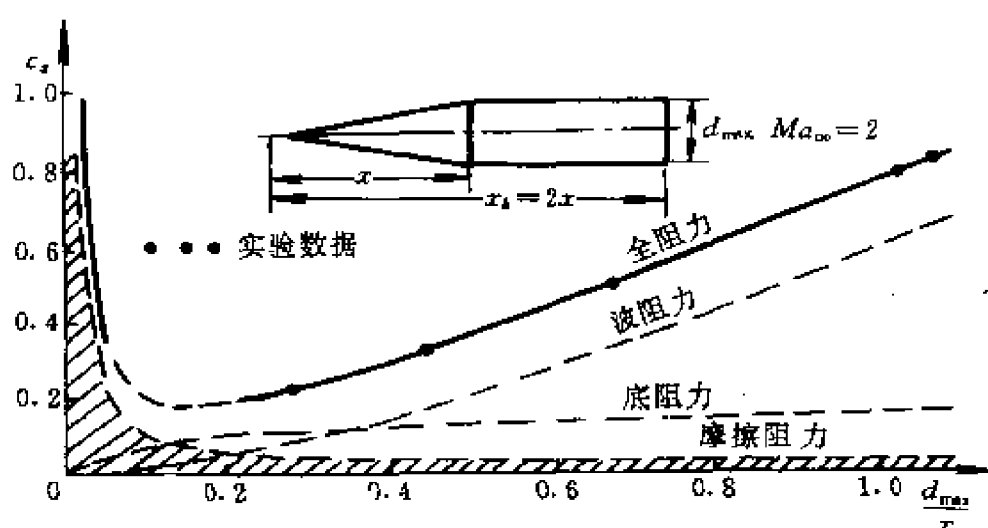


图7-19 旋转体的全阻力系数及其各分量随物体锥形头部长细比的变化($Ma_{\infty}=2$ 时)

应当指出,目前选择最佳长细比的最可靠的方法是针对几个不同的最佳长细比 λ_{opt} , 进行各部分气动系数计算,绘出图形并从图形上确定。

对于多级火箭,各级直径可以相同,亦可以不同。而不同直径的弹身组合体将引起气动载荷在弹身上的重新分布。当前弹身直径 d 由零增大到后弹身直径 D 时,将使分配到带头部的前弹身的气动载荷增加,使分配到截锥及后弹身的气动载荷下降。同时使弹体的压心位置前移,并趋近于带头锥的前弹身压心位置。同样,如果缩短前弹身长度,同样也会造成弹体压心位置的前移,因此,在总体设计中,选择长细比时应当对火箭稳定度等各项因素进行综合考虑。

7.5 结构布局与计算机辅助部位安排

7.5.1 部位安排的基本要求

部位安排的任务是将火箭弹体各个承载面及火箭各个分系统部件、组件、零件作最合理的安排,使火箭总体布局能满足以下要求:

(1)保证在全程飞行时间内,火箭有必要的和适度的稳定性和操纵性。

(2)火箭的各个元器件都能充分发挥其工作效能。

(3)结构简单、工艺性好、维护使用方便。

如何保证实现上述几项基本要求?下面将进行分析讨论。

为满足第一项要求,关键在于适当安排好火箭质心位置与压心位置之间的关系。调整两者之间的距离,使火箭具有适当的静稳定度。由于火箭主动飞行段推进剂不断消耗,火箭质心将有不同程度的移动,推进剂的质心位置不同引起的火箭总质心位置的变化也不相同。我们不妨举出推进剂质心位置变化引起火箭总质心变化的几种可能状态如图7-20所示。

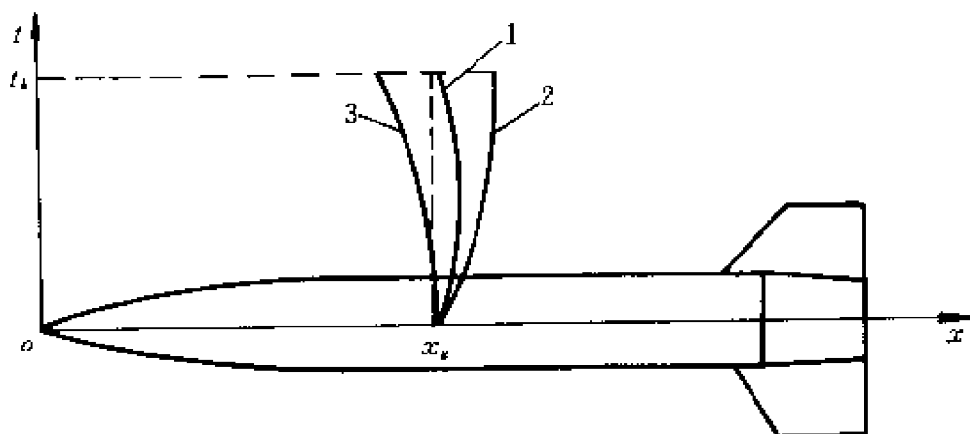


图7-20 火箭总质心位置

1--推进剂质心位置与火箭总质心位置相重合;
2,3--推进剂质心位于全弹质心之前和之后。

用理论计算或风洞试验方法,可以确定火箭压心位置随火箭飞行速度的变化关系。通过弹道计算可进一步确定压心位置随时间的变化关系。而质心随时间变化的关系自然是可以计算得到的。因此我们可以作出火箭压心位置与质心位置之间的距离随飞行时间的变化状况(图7-21),从而知道火箭飞行过程中的稳定性变化。根据前面的分析,火箭的静稳定度为

$$m_{zy}^{\epsilon} = \frac{x_p - x_g}{l} \times 100\%$$

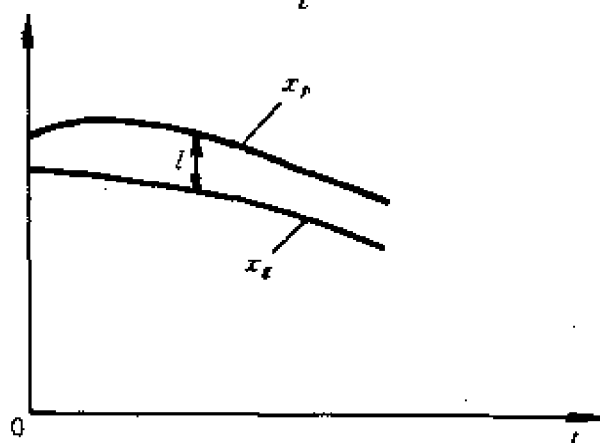


图7-21 火箭压心、质心的变化

为了确保 m_{zy}^{ϵ} 值符合设计指标的要求,在外形设计完成及外形参数确定以后,可用适当调整火箭质心位置的办法达到,而调整火箭质心位置最有效的措施是调整推进剂质心位置。由于推进剂在发动机工作过程中不断消耗,火箭质心位置因而不断改变,为了尽量减小由于推进剂消耗对火箭稳定性带来的影响,通常作部位安排时应将推进剂安放在全弹质心附近。

为了满足第二项基本要求,使各个分系统和元器件都能最大限度地发挥其工作效能,部位安排应尽可能满足其要求。例如,为了使弹上无线电设备能保持防潮、防热及气密性,又便于经常维护、检测、调整,一般应集中放置在一个舱内。自动驾驶仪应远离振源且尽量靠近质心附近。战斗部应保证有最佳战斗效果,无线电引信应当放在远离振源且无遮蔽的头部等等。

还有一点必须引起充分注意的,就是各部分之间相互干扰的

可能性必须检验,否则将会导致火箭正常工作受影响,严重时将导致火箭发射的失败。

为了保证火箭结构简单、工艺性好和维护使用性好,在作部位安排时应当采取下列措施:

(1)要安排足够的分离面,以利于生产、装配、维护使用。

(2)内部设备安装位置不必拆卸其他部件,更不允许损伤壳体和其他部件。

(3)应充分留有各类舱口,而且要尽量保证经常需要调整、测试及检修的部件的可达性。

(4)必须保证互换性。

7.5.2 计算机辅助部位安排

部位安排在火箭设计实践过程中是一项十分繁琐但又是非常重要的工作,对火箭的总体性能有很大的影响。在设计进入到技术设计阶段,为了确保总体布局的可靠性,以往都是要求作出火箭各分系统的模型及模样舱段,进行实体部位安排协调,反复多次才能最终确定其可行性和合理性,因此是一项颇费时间、人力和财力的工作。

随着目前计算机技术的发展以及交互计算机图形学的形成,已有条件利用计算机来实现复杂结构系统的部位安排,部分地甚至全部地代替人的工作,大大减轻人的工作量,加快设计进度,提高可靠性。借助于几何造型的软件系统与图形显示设备,配合火箭设计的相关软件,如外形设计及气动力计算,质心计算和转动惯量计算,飞行稳定性计算,内部设备干涉检查与间隙计算,运动部件的干涉与间隙检查计算等等,可以实现部位安排的图形显示及交互设计。用计算机进行火箭部位安排仿真,对今后新型火箭的设计将有重要意义。

一、计算机辅助部位安排的大致内容

一个计算机辅助部位安排系统能够有效工作,通常必须解决

以下几方面的问题:

(1) 三维几何造型, 能对各部分设备进行三维造型、定位、平移、转动。

(2) 进行设备干涉检查, 确定设备之间的最小间隙。

(3) 运动部件的运动轨迹仿真以及动态干涉检查与最小间隙计算。

(4) 进行火箭一些特性参量的计算, 如质量、质心、转动惯量以及稳定性计算等。

(5) 二维图形与三维图形的相互转换, 能绘出平面图。

二、计算机几何造型系统的基本概念

1. 基本体素

一般造型系统都采用一些标准的几何形体作为基本体素, 通过基本体素的多种方式拼合, 可构成所需要的三维几何形体。基本体素通常可采用七种形体: 圆锥、圆台、圆柱、棱锥、棱柱、球冠和立方体。

2. 图形的基本变换

为实现三维实体的几何造型、定位、移动及转动, 在图形系统中必须具有各种图形变换的功能。最基本的图形变换包括: 图形平移、旋转和改变比例等。每种变换在数学处理上实质上是一种矩阵运算过程。设图形上原坐标点变换到新的坐标点, 这一变换总可以用矩阵运算来表达, 即

$$P' = P \cdot T$$

任何复杂的变换, 都可以由上述变换形式表达, 不同之处是矩阵 T 的形式。 T 的表达式也可以表示成

$$T = T_1 \cdot T_2 \cdot T_3 \cdot \dots$$

式中 $T_1 \cdot T_2 \cdot T_3 \cdot \dots$ 均为简单的基本变换式, 必须注意变换的次序是不能随意改变的, 否则会产生不同的变换效果。

设三维空间内某一点 $P(x, y, z)$, 经变换后得到新的坐标点 $P'(x', y', z')$ 。为了使用一种统一的方式来表达各种基本变换, 一般的方法是采用齐次坐标表达式, 故三维变换过程可以用一般形

式表示为

$$[x' \ y' \ z' \ 1] = [x \ y \ z \ 1] \begin{matrix} (4 \times 4) \\ \text{变换矩阵} \end{matrix}$$

其中 (4×4) 变换矩阵的作用包括比例、切变、旋转、平移、投影和总的比例变换。将该变换矩阵分块,则各个部分的作用可示意如下

(3×3)	(3×1)
比例和切变	投影
(1×3)	(1×1)
平移	总比例

其中常用的几种基本变换分述如下:

(1) 平移

坐标点在三维空间内, x, y, z 轴分别平移距离 l_x, l_y, l_z ,则变换后的点的坐标可表示为

$$[x' \ y' \ z' \ 1] = [x \ y \ z \ 1] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ l_x & l_y & l_z & 1 \end{bmatrix}$$

(2) 旋转

坐标点在三维空间内绕某一坐标轴作正向旋转 θ 角(按右手螺旋方向),显然旋转变换的点的坐标沿旋转轴的值是不变的:

① 绕 x 轴旋转

$$[x' \ y' \ z' \ 1] = [x \ y \ z \ 1] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

② 绕 y 轴旋转

$$[x' \ y' \ z' \ 1] = [x \ y \ z \ 1] \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

③ 绕 z 轴旋转

$$[x' \ y' \ z' \ 1] = [x \ y \ z \ 1] \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(3) 变换比例

三维空间点沿 x, y, z 轴的坐标值分别按比例 S_x, S_y, S_z 进行变换, 则

$$[x' \ y' \ z' \ 1] = [x \ y \ z \ 1] \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

三、设备干涉检查与最小间隙计算

主要是介绍一种常用的多面体求交法。

1. 干涉的初步判断

采用最小包容长方体法。取一个能包容整个实体的最小长方体, 且每边、面都与坐标轴、坐标平面平行。这样由它的八个顶点的坐标值即可得到该最小长方体的最大、最小坐标值 (x_{\max}, x_{\min}) , (y_{\max}, y_{\min}) , (z_{\max}, z_{\min}) 。若两个实体的最小包容长方体不相交, 则这两个实体必定不会发生干涉, 因此就不需再对它们进行精确检查, 若两个最小包容长方体相交, 则有可能发生干涉, 必须进行精确的干涉检查与间隙计算。

2. 干涉检查

采用求交法作为干涉检查的精确方法。如有多面体 A, B 欲检查其干涉, 则多面体 A 的每一个面与多面体 B 的每一个面都作一次求交运算, 若求交结果无交线, 则 A, B 不发生干涉, 若有交线存在, 则表明 A, B 之间发生干涉。至于求交计算的具体方法可参考空间解析几何学有关内容。

3. 最小间隙计算

将多面体分解成点、线、面, 分别计算各种组合的最小距离, 取其最小值。

两个不相交的多面体 A 与 B 之间的最小间隙,只可能有下列几种计算情况:

(1)面与面之间的最小距离

$$M_1 = \min[\text{dis}(F_A, F_B)]$$

(2)面与线之间的最小距离

$$M_2 = \min[\text{dis}(F_A, F_B) \cup \text{dis}(F_A, E_B)]$$

(3)面与顶点之间的最小距离

$$M_3 = \min[\text{dis}(F_A, V_B) \cup \text{dis}(V_A, F_B)]$$

(4)边线与边线之间的最小距离

$$M_4 = \min[\text{dis}(E_A, E_B)]$$

(5)顶点与边线之间的最小距离

$$M_5 = \min[\text{dis}(E_A, V_B) \cup \text{dis}(V_A, E_B)]$$

(6)顶点与顶点之间的最小距离

$$M_6 = \min[\text{dis}(V_A, V_B)]$$

式中 $\text{dis}(A, B)$ 表示集合 A 的任一元素与集合 B 的任一元素之间构成的距离的集合。 F 代表面的集合, E 为边的集合, V 为顶点的集合, \cup 表示两个集合的并。

进一步分析上述六种情况后可以看出,实际上只须计算后四种情况求其最小值即可,即

$$M = \min(M_3, M_4, M_5, M_6)$$

四、运动部件的动态干涉检查

将运动部件所经过的空间离散成一系列空间位置,检查每一个位置上部件与其周围环境之间的干涉情况。这样作的实质是把运动干涉问题固化成静态干涉检查处理,这样作的唯一困难是要求可靠度愈高计算工作量愈大。

第八章 弹道导弹与运载火箭飞行中的载荷计算与分析

在弹道导弹与运载火箭的总体设计中,对火箭飞行中的各种状态下的载荷的影响必须作出仔细的分析和计算,给各分系统的总体设计提供初始数据。

8.1 火箭飞行中的载荷分析

为了计算火箭各部件的结构强度和刚度,必须知道作用在弹体上的载荷及其分布。在计算单个组件上的作用力时还必须考虑火箭各部件的质量惯性力等。通常,火箭在运输和地面操作中也会受到各种载荷的作用,但飞行中的载荷却是决定弹体结构强度和刚度的主要因素。

8.1.1 火箭飞行中作用在弹体上的载荷及其分类

火箭飞行中作用在弹体上的载荷有:推力、重力、空气动力、惯性力等(如图 8-1)所示。

上述所有载荷,通常可分成程序载荷和扰动载荷两大类。程序载荷指火箭沿理想弹道运动时产生的载荷,而扰动载荷则为火箭偏离理想弹道程序而引起的附加载荷,是实际载荷与理想载荷之差值,它在数值上与弹体结构、控制系统特性、大气状态及理想弹道有关。

根据对火箭结构影响的性质不同,又可以将所有载荷分成静

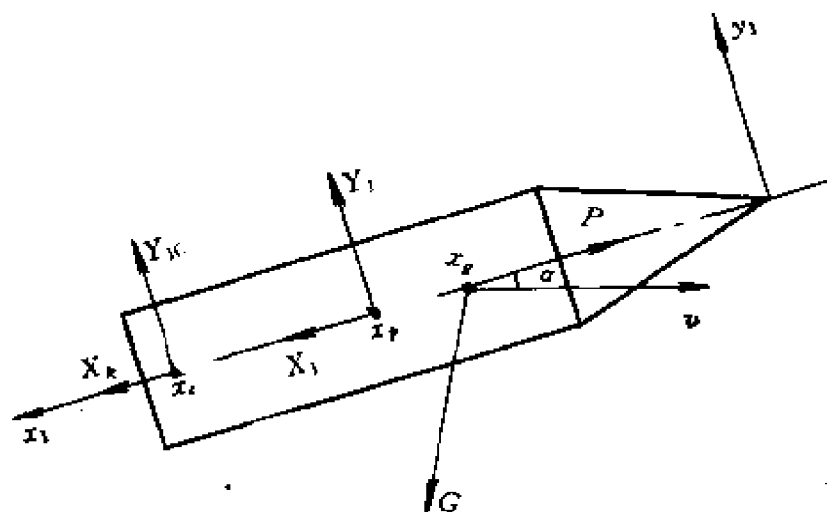


图 8-1 火箭在飞行中的受力

P —发动机推力; X_1 —轴向气动力; Y_{1c} —法向控制力; G —重力;

Y_1 —法向气动力; X_{1c} —轴向控制力; α —攻角。

载荷和动载荷两类。静载荷系指作用时间或变化时间较之于弹体固有弹性振荡周期、或把弹体视作刚体时的振荡周期长得多(通常在 3 倍以上)的载荷。像推力、重力、气动阻力等都可视为静载荷。动载荷则包括由阵风、发动机推力突然上升或消失以及由级间分离及推力起动等因素引起的载荷,通常这类载荷的变化经历的时间不超过弹体自振周期的 2~3 倍。

8.1.2 火箭飞行中作用在弹体上的气动载荷分析

尽管火箭的外形简单,但作用其上的气动载荷却是十分复杂的。由空气动力学可知,火箭的气动载荷与火箭的空气动力系数、攻角、速压头($q = 0.5\rho v^2$ 为飞行速度和高度的函数)及火箭参考面积 S (这里指弹体截面积或侧面积)均成正比关系。火箭飞行高度、速度及攻角的变化,都将对作用其上的气动载荷产生明显的影

响,且随着飞行速度的增大,高度随之增加。因此,在估算各种设计条件下最大气动载荷时,必须综合考虑影响载荷值的各种因素,以保证火箭能在最恶劣的飞行状态下正常工作。

法向气动载荷主要作用在弹体的头部和弹身前部(如图8-2、图8-3和图8-4所示)。因为火箭在飞行中,头部及前弹身对来流产生较大的扰动。超音速下,激波的产生引起波后气流压力、温度及空气密度等急剧增大,而随着波后气流沿弹轴线在弹体表面特别是头部与弹身结合处膨胀而逐渐减弱至来流状态,使波后的高温高压区域主要集中于头部和前弹身。又因为攻角的产生改变了弹体上原有的绕流特性,也改变了弹体上的气动载荷分布。而这种改变又主要是通过头部向弹身过渡处柱面上气流分离表现出来的。与没有分离的绕流相比,气流分离引起了弹体上压力中心的再分布。因此,在载荷分析中,必须十分仔细地对头部及弹身的载荷分布加以考虑。

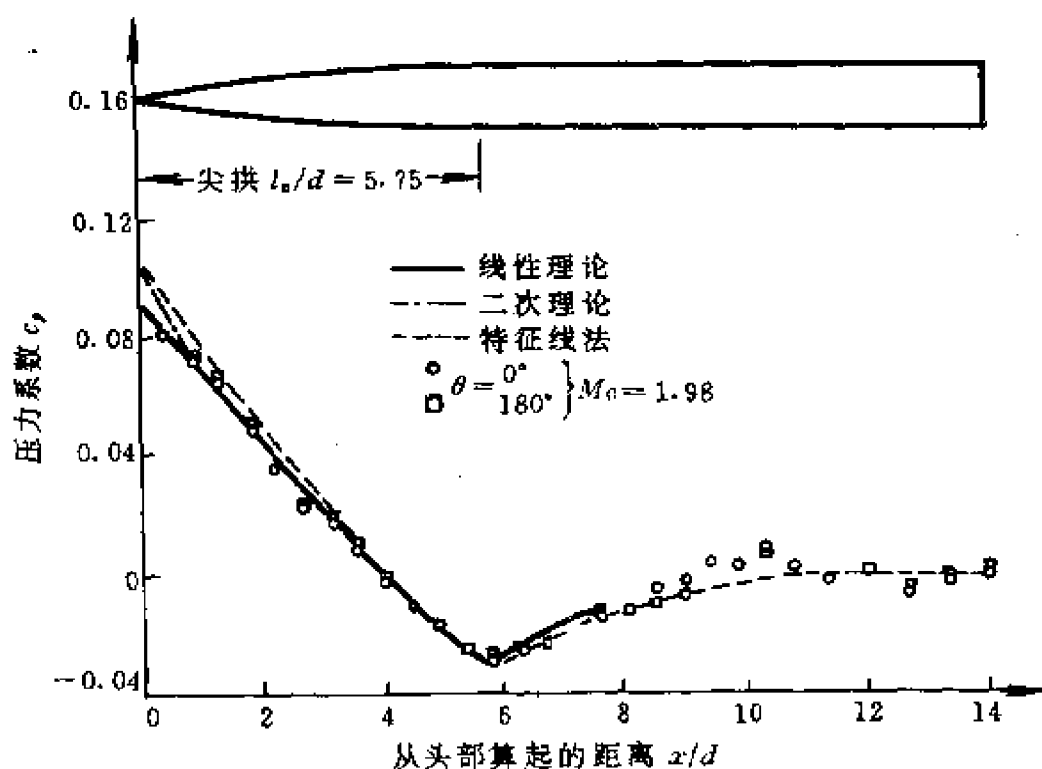


图8-2 $\alpha=0^\circ$ 时,压力系数 c_p 理论和实验值的比较

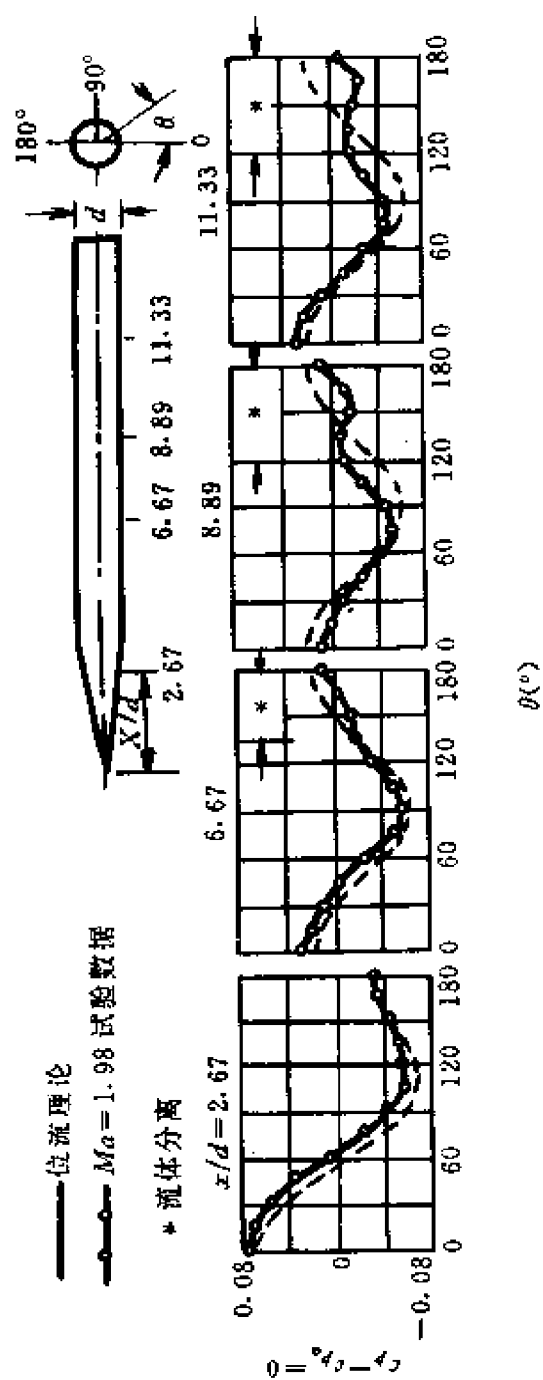


图 8-3 $\alpha = 0^\circ$ 时, 理论和实验的环向上举压力分布的比较

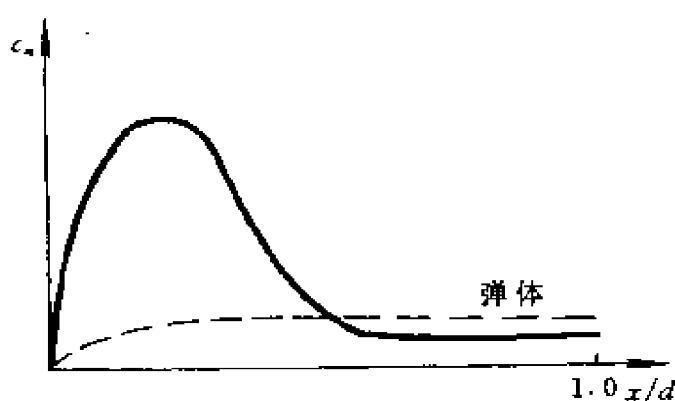


图 8-4 弹体上各处单位长度法向气动力系数 c_n 的变化

在分析火箭轴向载荷时,主要考虑弹体前部阻力(指头部及弹身的波阻和摩擦阻力),波阻主要是由头部产生的,而摩擦阻力则是由于弹体表面与气流高速摩擦所致。因此涉及到全弹的各个部分。而研究全弹轴向载荷的分布将是一项十分复杂的气动力问题。火箭飞行中的法向载荷则通过风洞实验,实测全弹各部分的表面压力或总的法向力,进而获得法向载荷或法向力系数沿弹轴线的分布。

8.1.3 火箭飞行中作用在弹体上的气动载荷计算

弹体气动载荷计算,通常采用两种坐标系下的计算形式,以满足不同的设计需要。在弹道计算中,一般将气动载荷写成速度坐标系下的形式。此时阻力记为 X ,升力记为 Y 。而在计算弹体结构强度时,则采用弹体坐标系较为方便。即轴向气动力 X_1 和法向气动力 Y_1 。两种坐标系下的气动载荷分量满足如下关系:

$$\begin{cases} X_1 = X \cos \alpha - Y \sin \alpha \\ Y_1 = X \sin \alpha + Y \cos \alpha \end{cases} \quad (8-1)$$

当 α 较小时, $\sin \alpha \approx \alpha$, $\cos \alpha \approx 1$, 上式简化为

$$\begin{cases} X_1 = X \\ Y_1 = Y + X\alpha \end{cases} \quad (8-2)$$

由空气动力学可知

$$\begin{cases} X_1 = c_{x1} q S(x_1) \\ Y_1 = c_{y1}^a q \alpha S(x_1) \end{cases} \quad (8-3)$$

式中 c_{x1} ——弹体轴向气动力系数；

c_{y1}^a ——弹体法向气动力系数对攻角的导数；

$S(x)$ ——弹体横截面积。

因为 c_{x1} , c_{y1}^a 及 $S(x_1)$ 均为弹轴线 x_1 的函数, 对 x_1 求导即得到轴向、法向气动力的微分形式:

$$\begin{cases} dX_1 = q \left[\frac{\partial c_{x1}}{\partial x_1} S(x_1) + \frac{\partial S}{\partial x_1} c_{x1} \right] dx_1 \\ dY_1 = \alpha q \left[\frac{\partial c_{y1}^a}{\partial x_1} S(x_1) + \frac{\partial S}{\partial x_1} c_{y1}^a \right] dx_1 \end{cases} \quad (8-4)$$

引入无量纲载荷函数 λ_1 和 λ_2 , 且

$$\lambda_1 = \frac{1}{D} \left[\frac{\partial c_{x1}}{\partial x_1} S(x_1) + \frac{\partial S}{\partial x_1} c_{x1} \right] \quad (8-5)$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{D} \left[\frac{\partial c_{y1}^a}{\partial x_1} S(x_1) + \frac{\partial S}{\partial x_1} c_{y1}^a \right] \quad (8-6)$$

式中 D ——计算点 x 处弹体直径。

将式(8-5)与式(8-6)代入式(8-4)中, 即得

$$\begin{cases} dX_1 = q \lambda_1 D dx_1 \\ dY_1 = q \lambda_2 D \alpha dx_1 \end{cases} \quad (8-7)$$

$\frac{\partial c_{x1}}{\partial x_1}$ 和 $\frac{\partial c_{y1}^a}{\partial x_1}$ 可通过理论计算, 也可通过从实验数据中确定; $\frac{\partial S}{\partial x_1}$ 则由

弹体外形母线方程确定。在获得轴向、法向气动力系数(导数)沿弹轴线的分布规律后, 将式(8-4)或式(8-7)对 x_1 积分, 便可求出弹体任意截面 x 处的轴向气动力、法向气动力和弯矩:

$$\begin{cases} X_1(x) = q \int_0^x \left[\frac{\partial c_{x1}}{\partial x_1} S(x_1) + \frac{\partial S}{\partial x_1} c_{x1} \right] dx_1 \\ Y_1(x) = q \alpha \int_0^x \left[\frac{\partial c_{y1}^a}{\partial x_1} S(x_1) + \frac{\partial S}{\partial x_1} c_{y1}^a \right] dx_1 \\ M(x) = \int_0^x Y_1(x_1) dx_1 \end{cases} \quad (8-8)$$

例如：对于锥形头部，由实验可知

$$\frac{\partial c_{y1}^*}{\partial x_1} = 0$$

而

$$\frac{\partial S}{\partial x_1} = \frac{\pi D}{2 \cot \beta_0}$$

故有

$$\lambda_2 = \frac{1}{D} \frac{\partial S}{\partial x_1} c_{y1}^* = \frac{\pi}{2 \cot \beta_0} c_{y1}^* = \text{const}$$

代入式(8-8)可得法向气动力为

$$Y_1(x_1) = \frac{\pi q \alpha c_{y1}^*}{2 \cot \beta_0} x_1 \quad (8-9)$$

即对于锥形头部，任意截面积上的空气动力的法向分量均呈线性分布。

对于弹身圆柱段，由实验知 $\frac{\partial c_{y1}^*}{\partial x_1}$ 随 Ma 数的变化而有所不同，但总体上沿 x_1 轴呈下降分布，并逐渐趋于平缓(如图 8-5 所示)。而

$$\frac{\partial S}{\partial x_1} = 0$$

故有

$$\lambda_2 = \frac{1}{D} \frac{\partial c_{y1}^*}{\partial x_1} S(x_1) = \frac{\pi}{4} D \frac{\partial c_{y1}^*}{\partial x_1}$$

从而得

$$Y_1(x_1) = \frac{\pi}{4} D \alpha q \int_0^{x_1} \frac{\partial c_{y1}^*}{\partial x_1} dx_1 \quad (8-10)$$

当 $x_1 < 4D$ 时，法向气动力分布呈下降趋势；而当 $x_1 > 5D$ 时，法向气动力分布逐渐趋于常值。

典型火箭法向气动力系数沿弹体纵轴的变化如图 8-6 所示。

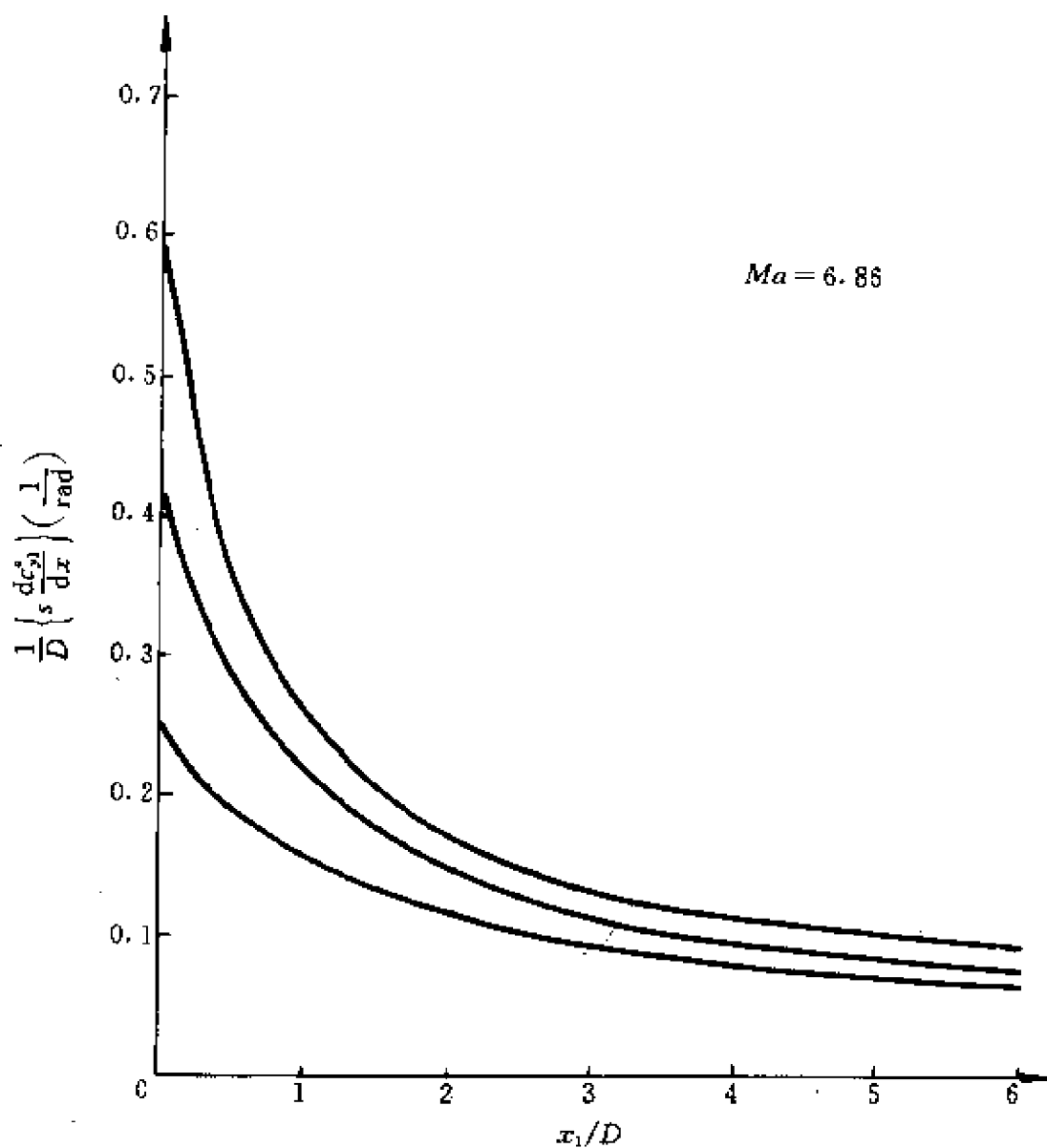


图 8-5 法向气动力系数导数沿纵轴的变化

8.1.4 火箭飞行中作用在翼面上的气动载荷分布

尾翼作为稳定部件,在火箭飞行中有时起着重要的作用。而作用在翼面上的气动载荷,则由于翼面前缘激波的存在及翼与弹身间的相互干扰而产生不同的分布。在小攻角、超音速翼前缘及翼剖

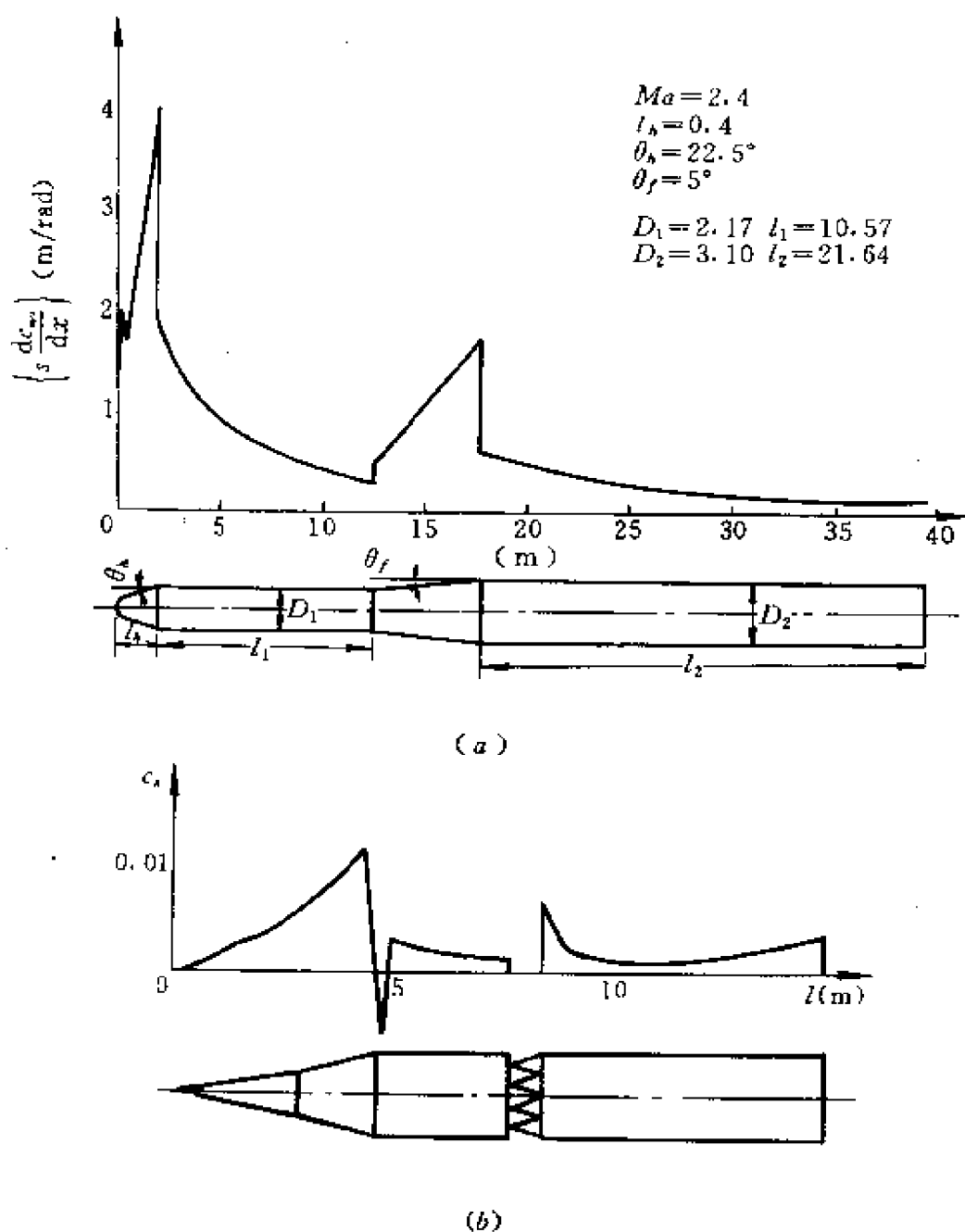


图 8-6 典型火箭法向气动力系数沿纵轴的变化

(a) $Ma=2.4$; (b) $Ma=0.95$.

面较薄的前提下,如图 8-7 所示的翼面上不同区域内的气动载荷分布可依下列公式求得:

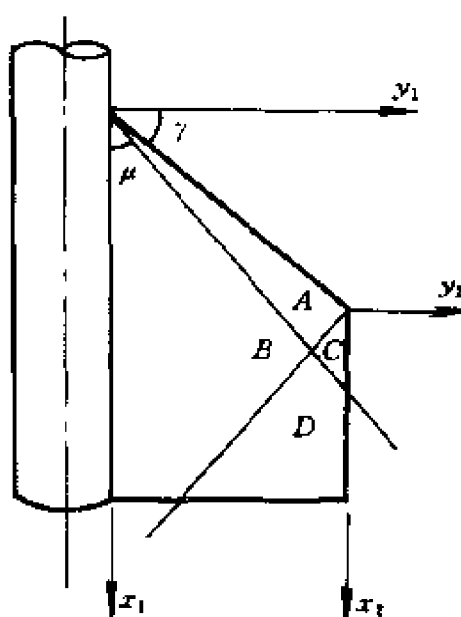


图 8-7 翼面气动载荷分析中的各个区域

$$c_p(A) = \frac{4\alpha}{\sqrt{\beta^2 - K^2}} \quad (8-11)$$

$$c_p(B) = \frac{8\alpha}{\pi \sqrt{\beta^2 - K^2}} \left[\frac{\pi}{2} - \arcsin \sqrt{\frac{n^2 - t_1^2}{1 - t_1^2}} \right] \quad (8-12)$$

$$c_p(C) = \frac{4\alpha(\alpha + 1)}{\pi\beta \sqrt{a}} \arctan \sqrt{\frac{-2a\beta y_2}{(1+a)(x^2 + \beta y_2)}} \quad (8-13)$$

$$c_p(D) = c_p(B) + c_p(C) - c_p(A) \quad (8-14)$$

式中, α 为翼面局部攻角。沿翼展任意一点(距离为 y_1)的局部攻角 α 与弹身半径 r 及来流攻角 α_0 的关系是

$$\alpha = \alpha_0 \left[1 + \left(\frac{r}{y_1} \right)^2 \right] \quad (8-15)$$

另外, 式中其他参数分别为

$$\beta = \sqrt{Ma^2 - 1}$$

$$K = \tan \gamma$$

$$n = K/\beta$$

$$t_1 = \frac{Ky_1}{x_1}$$

$$a = (\beta + K)/(\beta - K)$$

有了各个区域内的压力系数 c_p 的计算式,就可进一步由式

$$\Delta N = P_{\perp} - P_{\top} = c_p q$$

沿展向及弦向逐个区域上的法向载荷累加得到整个翼面上的载荷值。

8.2 过载系数的概念

火箭在飞行期间,作用在它上面有各种各样的力,如发动机推力 P ,空气动力 R ,控制力 F_c ,重力 G 。在整个主动飞行段火箭作加速运动,运用动静法对弹体进行受力分析,火箭此时的加速飞行中弹体质量将产生惯性力,并构成飞行过程中弹体上力的平衡方程

$$P + R + F_c + G + F_i = 0 \quad (8-16)$$

作用在弹体上的上述五种力(载荷)可以归纳为两类:

(1)沿弹体面积分布的力称为面积力或称表面力(如推力、空气动力和控制力);

(2)沿体积分布或与弹体质量成正比关系的力称为质量力(如重力、惯性力)。因此,式(8-16)可写成:

$$F_s + F_m = 0 \quad (8-17)$$

式中 $F_s = F_c + P + R$ ——表面力合力;

$F_m = G + F_i$ ——质量力合力。

也就是说作用在弹体上的诸力可以统一为表面力与质量力的相互平衡。由于飞行中火箭受到上述诸力的作用,且在进行弹体的强度、刚度及稳定性等项计算分析时,还需知弹体结构的内力分布。为此引入了过载系数的概念:质量力与地面重力之比值,而方向与质量力相反的无量纲系数 n 定义为过载系数

$$n = -\frac{F_m}{G} = -\frac{F_m}{mg_0} \quad (8-18)$$

式中 m 是火箭在计算时刻的质量,可以看出过载系数的物理意义即是作用在火箭上的质量力是地面重力多少倍的一个量,它反映了弹体在计算时刻的承载大小。而由式(8-16)又可知,过载系数亦可用作用在弹体上的表面力与地面重力来表示,且方向与表面力相同

$$n = \frac{F_s}{mg_0} \quad (8-19)$$

由于质量力 F_m 可表示为

$$F_m = m(g - a) \quad (8-20)$$

则过载系数又可用弹体质心加速度与地面重力加速度之比来表示,且方向与质心加速度方向相同

$$n = \frac{a_c}{g_0} = \frac{a - g}{g_0} \quad (8-21)$$

过载系数的上述三种表述形式各有其用途,质量力形式可用于分析弹体的各部件受载情况,表面力形式可用于计算实际过载系数而加速度形式则使过载系数与弹道参数互相联系起来。

当全弹的过载系数 n 向弹体坐标系的轴向 x_1 和横向 y_1 投影,即得到轴向过载系数 n_{x1} 和横向过载系数 n_{y1} :

$$\begin{cases} n_{x1} = \frac{P - X_1 - X_{1c}}{mg_0} \\ n_{y1} = \frac{Y_1 + Y_{1c}}{mg_0} \end{cases} \quad (8-22)$$

式中, X_1, Y_1 分别为空气动力 R 在轴向和横向的分量; X_{1c}, Y_{1c} 则为控制力的轴向值和横向值。

同理,加速度形式的过载系数亦可写成

$$\begin{cases} n_{x1} = \frac{a_{x1} - g \sin(\theta + \alpha)}{g_0} \\ n_{y1} = \frac{a_{y1} + g \cos(\theta + \alpha)}{g_0} \end{cases} \quad (8-23)$$

由此可知,当已知弹道参数后,就可以算出过载系数 n_{x1} 和 n_{y1} 。因为弹道参数为时间 t 的函数,因此,过载系数也是时间的函数。由

于飞行中推进剂的不断消耗,全弹质量在不断减小,因而引起弹体轴向过载系数的不断增大,致使当火箭以最大推力工作且当每级发动机推进剂将要耗尽时,出现最大轴向过载(图 8-8)。由横向过载系数表达式可知,横向过载系数值的大小要随飞行马赫数 Ma 、攻角 α 及绕流扰动情况而定。

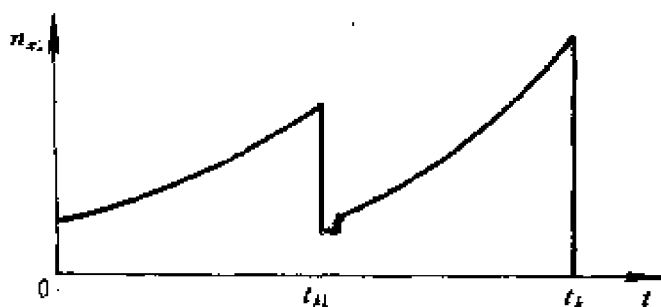


图 8-8 轴向载荷在弹道主动飞行段的变化

8.3 主动飞行段中轴向载荷分析计算

火箭主动飞行段中,弹体上作用着各种各样的力,且在弹体的不同横截面上的受力状态和大小也各不相同。依照理论力学和材料力学的分析研究方法,在考察弹体结构受力情况时,可运用横截弹体进而分析截下部分的受力状况的方法(图 8-9)。分析从任一

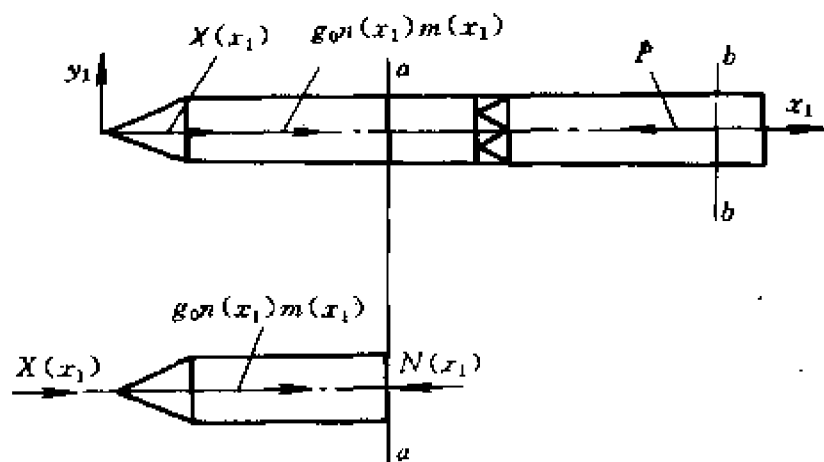


图 8-9 弹体任意截面上的轴向力

截面上截下的弹体的力的平衡方程可知, 截面上的轴向内力 $N(x_1)$ 应与截下弹体上作用的空气动力轴向分量和质量力的轴向分量保持平衡; 而质量力的轴向分量值等于截下弹体的地面重力与轴向过载系数的乘积, 即

$$N(x_1) = X(x_1) + n(x_1) m(x_1) g_0 \quad (8-24)$$

若将上式对 x_1 求导, 即得到轴向内力的分布

$$\frac{dN(x_1)}{dx_1} = \frac{\partial x_1}{\partial x_1} q S(x_1) + \frac{\partial S}{\partial x_1} q c_{x1} + n_{x1} m_{x1} g_0 \quad (8-25)$$

式中 m_{x1} 表示弹体轴向单位长度上的质量, 且有

$$m(x_1) = \int_0^{x_1} m_{x1} dx_1 \quad (8-26)$$

当获得空气动力轴向分布及全弹质量分布后, 很容易求得弹体各个截面上的内力大小及全弹的截荷分布。

显然, 在主动飞行段中, 弹体的各个截面上载荷值不同, 且在发动机推力作用点截面上, 弹体的轴向载荷发生突变, 即凡是位于推力作用点之前的各截面上, 弹体结构承受压力; 而位于推力作用点之后的各截面上, 由于推力的存在且较之后部弹体重力的轴向分量大多, 因此使该截面之后的弹体结构承受拉力的作用。

通常计算弹的轴向力分布时, 并不采用上述解析方法, 而是从工程实际出发, 将全弹分成若干计算段, 将分布在各段上的舱段、部件、设备等均视作各计算段上的集中质量, 然后对各主要计算段上的最大受载截面进行计算, 用以作为弹体结构强度、刚度校核分析的依据。各截面的轴向载荷计算表达式可写成如下形式:

当 $x_1 < x_f$ 时

$$\begin{aligned} N(x_n) = & n_{x1} g_0 \sum_{n=1}^{f-1} \Delta m(x_n, x_{n-1}) \\ & + \sum_{n=1}^{f-1} \Delta X(x_n, x_{n-1}) \end{aligned} \quad (8-27)$$

当 $x_1 > x_f$ 时

前部端面

$$N(x_n) = n_{x1} g_0 \sum_{n=1}^f \Delta m(x_n, x_{n-1}) + \sum_{n=1}^f \Delta X(x_n, x_{n-1}) \quad (8-28)$$

后部端面

$$N(x_n) = -n_{x1} g_0 \sum_{i=f+1}^i \Delta m(x_i, x_{i-1}) - \sum_{i=f+1}^i \Delta X(x_i, x_{i-1}) \quad (8-29)$$

式中 $\Delta m(x_n, x_{n-1})$ 表示 $n \sim n-1$ 截面间弹体结构质量; 这里, 推进剂(液体)质量视作集中质量并加在贮箱底部所属的一段结构上。 $\Delta X(x_n, x_{n-1})$, 表示 $n \sim n-1$ 截面间弹体轴向分段阻力。 $N(x_n)$ 则表示 n 截面的轴向载荷(内力)。液体火箭和固体火箭的轴向力分别示于图 8-10 和图 8-11。

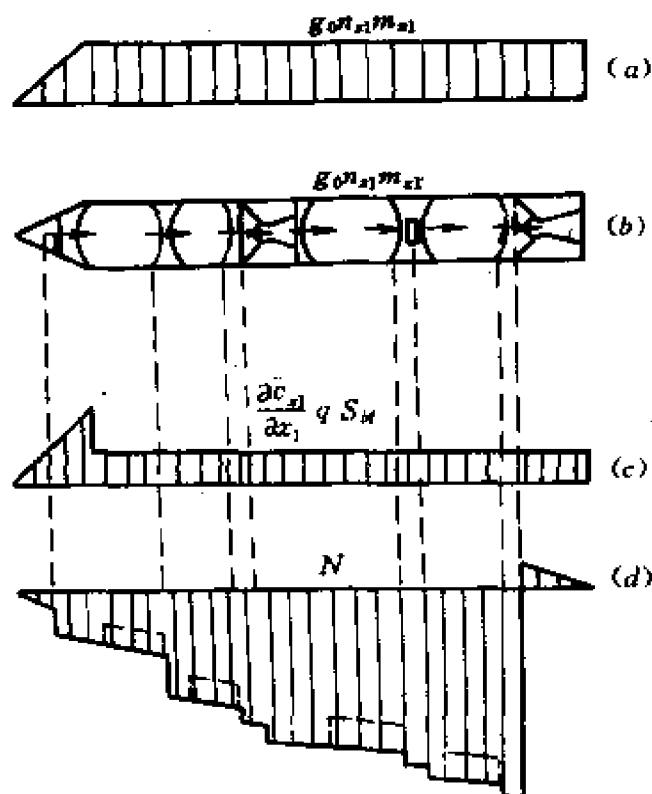


图 8-10 液体火箭轴向力图

(a) 质量力引起的轴向分布载荷; (b) 质量力引起的集中载荷;
(c) 轴向空气动力载荷; (d) 轴向力图。

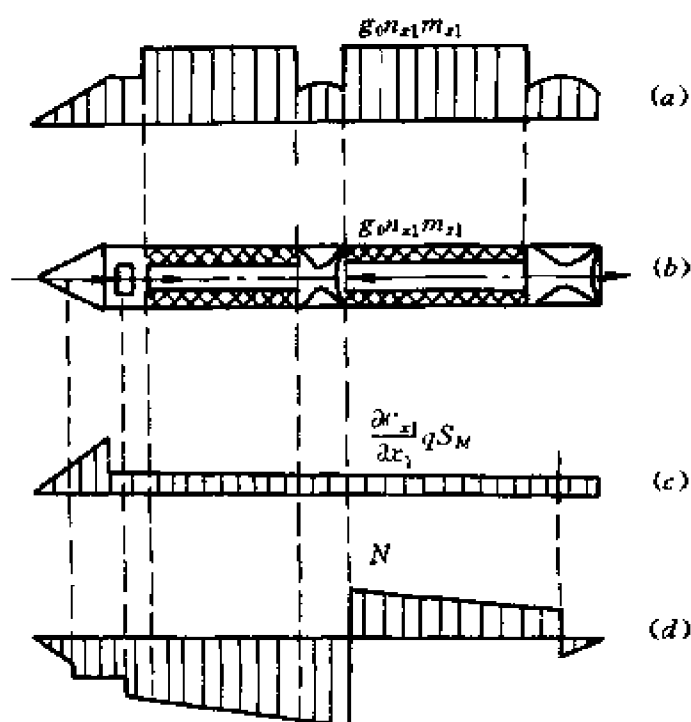


图 8-11 固体火箭轴向力图

(a)质量力引起的轴向分布载荷;(b)质量力引起的集中载荷;

(c)轴向空气动力载荷;(d)轴向力图。

8.4 主动飞行段中的横向载荷分析计算

在主动飞行段中,作用在弹体任意截面上的横向载荷有:法向空气动力、质量力(惯性力、重力)的法向分量及控制力的法向分量(图 8-12)。在无扰动时,火箭沿理想弹道飞行,控制力 Y_c 极小,此时横向载荷较小且主要由法向气动力 Y_1 所引起,它对强度的影响和轴向载荷比起来可忽略。但当扰动存在(如阵风、推力偏心等对弹体作用)时,由于飞行攻角 α 的响应,随即使弹体产生绕质心转动的角加速度,为使火箭稳定并按预定弹道飞行,控制力也即刻作用于弹体,此时截面上的横向载荷显著增大且较之轴向载荷而不可忽视。分析各类横向载荷,弹体横截面上的内力主要是剪力和弯矩的增大。对于飞行中的火箭,可视作一根两端自由的无支座梁,梁上作用着沿弹轴向分布的横向气动力、质量力及控制力和力

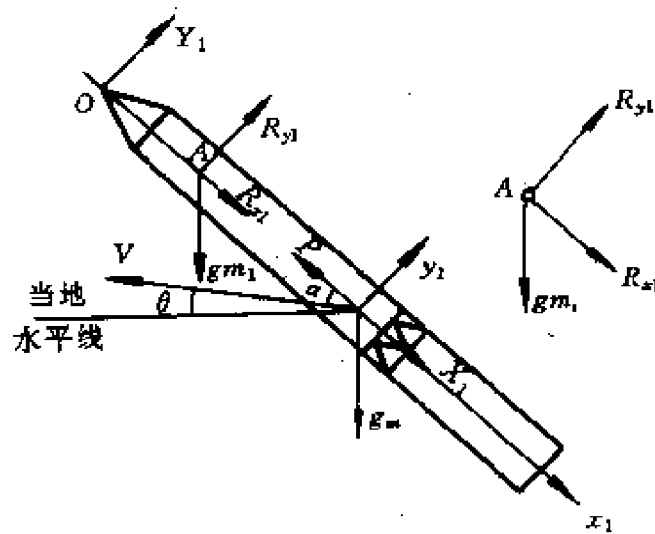


图 8-12 载荷对弹体的作用

矩, 类比式(8-24)可写出横向载荷的表达式为

$$Q(x_1) = Y_1(x_1) + n_{y1} m(x_1) g_0 \quad (8-30)$$

若将上式对 x_1 求导便得到弹体轴向单位长度上的横向载荷为

$$\begin{aligned} q(x_1) &= \frac{dY_1}{dx_1} + n_{y1} m_{x1} g_0 \\ &= q\alpha \left(\frac{\partial c_{y1}^*}{\partial x_1} S(x_1) + \frac{\partial S}{\partial x_1} c_{y1}^* \right) + n_{y1} m_{x1} g_0 \quad (8-31) \end{aligned}$$

式中 m_{x1} ——弹体轴向单位长度质量;

q ——来流速压头。

于是, 弹体任一截面 x_1 上的横向载荷可写为

(1) 剪力

$$\begin{aligned} Q(x_i) &= \int_0^{x_i} q(x_1) dx_1 \\ &= q\alpha \int_0^{x_i} \left(\frac{\partial c_{y1}^*}{\partial x_1} S(x_1) + \frac{\partial S}{\partial x_1} c_{y1}^* \right) dx_1 + n_{y1} g_0 \int_0^{x_i} m_{x1} dx_1 \end{aligned} \quad (8-32)$$

(2) 弯矩

$$M(x_i) = \int_0^{x_i} Q(x_1) dx_1 \quad (8-33)$$

当获知 $\frac{\partial x_{y1}^*}{\partial x_1}$, $\frac{\partial S}{\partial x_1}$ 及 m_{x1} 分布后, 即可求出截面上的剪力和弯矩, 直至全弹的横向载荷分布。但必须注意, 全弹的横向载荷分布必须满足几个边界条件:

(1) 在控制力作用点 ($x_1 = x_{1K}$) 处有

$$M_{1K} = 0$$

及

$$Q_{1K} = 0$$

(2) 在弹体上最大或最小弯矩所在截面上有

$$M_{1j} = M_{\max}, M_{1j} = M_{\min}$$

及

$$Q_{1j} = 0$$

于是可绘出弹体横向载荷图(图 8-13)。

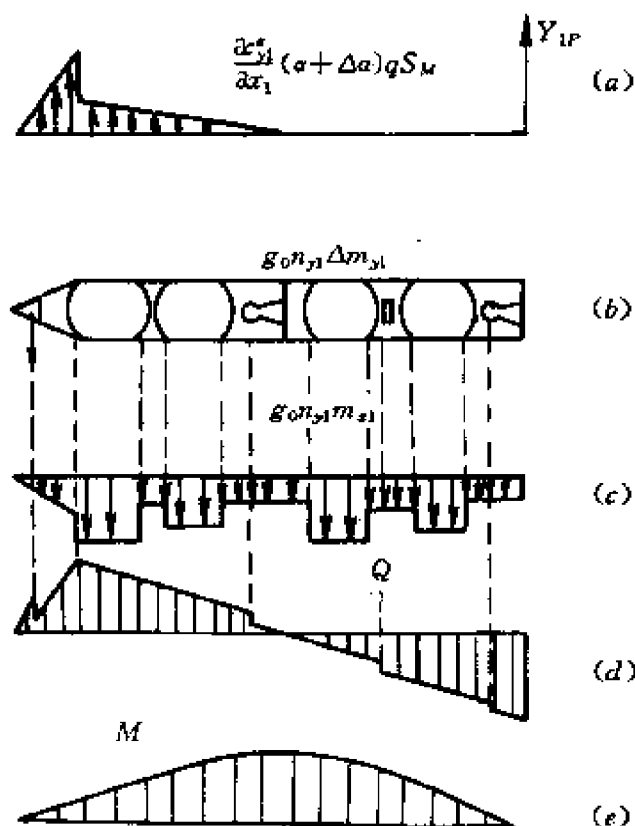


图 8-13 剪力和弯矩图

(a)法向气动载荷;(b)质量力引起的集中载荷;
(c)质量力引起的横向分布载荷;(d)剪力图;(e)弯矩图。

由于弹体沿轴线的质量分布并非连续均匀,各舱段、各部件均可视作弹体内的集中载荷,故在计算横向载荷及分布时,通常参照轴向载荷的工程计算方法,将全弹沿轴向分成若干计算段,逐段进行计算,其计算公式可简述如下:

气动力引起的横向载荷计算

$$Q(x_n) = \sum_{i=1}^n q S(x_i) \alpha \left[\frac{\partial x_{y1}}{\partial x_1} \right]_{x_i} - N_1 m_i - N_2 (x_g - x_i) m_i - \sum_{j=1}^k q S(x_j) \alpha [N_1 + N_2 (x_g - x_{f_{kj}})] m_{fj} \Delta(x_i - x_{fj}) \quad (8-34)$$

$$M_1(x_n) = \sum_{i=1}^n l_{i-1} Q_i(x_{i-1}) + \sum_{j=1}^k q s(x_j) \alpha [N_1 + N_2 (x_g - x_{f_{kj}})] m_{fj} (x_{f_{kj}} - x_{fj}) \Delta(x_i - x_{fj}) \quad (8-35)$$

式中, $i=1, 2, \dots, n$ 表示全弹划分成计算段数及全弹质量离散组成的集中质量质点数目; $i=1, 2, \dots, k$ 表示沿轴线弹体内部视作分枝梁的数目(图 8-14)。

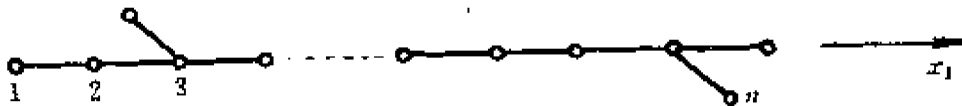


图 8-14 横向载荷计算时结构离散化模型
(分枝梁及集中载荷)

$$c_{y1}^a = \sum_{i=1}^n \frac{\partial x_{y1}}{\partial x_1} \bigg|_{x_i}$$

$$N_1 = c_{y1}^a / \bar{M}$$

$$\bar{M} = \sum_{i=1}^n m_i + \sum_{j=1}^k m_j$$

$$N_2 = c_{y1}^a (x_g - x_p) / J_y$$

$$x_p = \left(\sum_{i=1}^n x_i c_{y1}^a \right) / c_{y1}^a \quad (c_{y1}^a = \frac{\partial x_{y1}}{\partial x_1} \bigg|_{x_i})$$

$$x_g = [\sum_{i=1}^n (x_i m_i) + \sum_{j=1}^k (x_{f_{gj}} m_{f_j})] / \bar{M}$$

$$J_y = \sum_{i=1}^n (x_g - x_i)^2 m_i + \sum_{j=1}^k (x_g - x_{f_{gj}})^2 m_{f_j}$$

$$l_0 = 0$$

$$l_{i-1} = x_i - x_{i-1}$$

$\Delta(x_i - x_{f_j})$ 为单位阶跃函数, 有

$x_i \geq x_{f_j}$ 时,

$$\Delta(x_i - x_{f_j}) = 1$$

$x_i < x_{f_j}$ 时,

$$\Delta(x_i - x_{f_j}) = 0$$

m_i —— 第 i 段集中质量;

c_{y1}^a —— 第 i 段上法向气动力导数值;

x_g —— 全弹质心至理论尖点的距离;

x_i —— 计算截面至理论尖点的距离;

J_y —— 火箭绕质心处 y 轴的转动惯量;

m_{f_j} —— 第 j 子级发动机集中质量;

x_p —— 压心至理论尖点的距离;

x_{f_j} —— 第 j 子级发动机与弹体对接处至理论尖点的距离;

$x_{f_{gj}}$ —— 第 j 子级发动机质心至理论尖点的距离。

控制力引起的横向载荷计算

$$Q_2(x_n) = \sum_{i=1}^n Y_{1c} [-N_3 m_i - N_4 (x_g - x_i) m_i]$$

$$+ Y_{1c} \Delta(x_i - x_{RK}) - \sum_{j=1}^k Y_{1c} [N_3$$

$$+ N_4 (x_g - x_{f_{gj}})] m_{f_j} \Delta(x_i - x_{f_j}) \quad (8-36)$$

$$M_2(x_n) = \sum_{i=1}^n l_{i-1} Q_2(x_{i-1}) + \sum_{j=1}^k Y_{1c} [N_3 + N_4 (x_g$$

$$- x_{f_{gj}})] m_{f_j} (x_{f_{gj}} - x_{f_j}) \Delta(x_i - x_{f_j})$$

$$- Y_{1c} (x_{RK} - x_{f_k}) \Delta(x_i - x_{f_k}) \quad (8-37)$$

式中 k —— 发动机集中质量个数;

$$N_3 = 1/M; N_4 = (x_g - x_{RK})/J_y;$$

x_{RK} —— 第 K 个控制力作用点至理论尖点的距离;

Y_{1c} —— 法向控制力。

由上式可知,虽然火箭结构比较简单,但其上的载荷计算却是相当复杂的,因此必须仔细对待。

8.5 扰动存在时弹体横向载荷分析

火箭飞行中由于常常遇到阵风或推力偏心等因素的影响,造成对飞行状态的扰动。扰动的存在使弹体即刻产生攻角增量 $\Delta\alpha$, 因而使弹体上的载荷发生显著的变化,特别是使横向载荷大大增加,这对弹体结构强度、刚度造成非常不利的影响,因此必须予以充分考虑。

8.5.1 风对横向载荷的影响

风按其结构一般可视为由定常风(均匀风)和非定常风(阵风)两类叠加而成。定常风指的是大范围内大气的均匀运动,其风速随时间变化比较平缓,且风速和方向随高度、纬度及季节而异。根据观察,定常风一般作水平方向运动,垂直方向上的运动速度极小,而水平方向的风速在高度 $60\sim 120\text{km}$ 范围内速度较大。但这个高度上空气密度很小,对载荷计算来讲意义不大。故通常在作弹体载荷分析时,只考虑 30km 高度以下的低空风即可。阵风则指在局部空间区域里由于大气内部的热力不均匀、不稳定,造成不同高度上的气流速度差而形成风切变,即形成阵风,阵风的速度和方向均随时间而剧烈变化,它突然出现又很快减弱,涨落非常迅速。因此,对火箭产生的干扰是一种随机干扰。

大气中风的存在是火箭产生扰动的主要因素。火箭在风中飞行与在静止的空气中飞行是不同的。风速和风向首先对火箭飞行

速度和方向产生影响。风对火箭扰动的大小,与风速大小及与火箭飞行速度方向有直接关系。迎面风的影响仅仅是使弹体相对于气流速度增加一个 Δv (图 8-15),这对高速飞行的火箭及弹体载荷来说影响不大,可不予考虑。但垂直于飞行速度方向的风对弹体的扰动影响则不然,它不仅影响相对气流速度的变化,而且更主要的是对弹体飞行攻角的改变产生显著的影响(图 8-16),弹体由此产生的附加攻角 $\Delta\alpha$ 为

$$\Delta\alpha = \frac{u}{v} \quad (8-38)$$

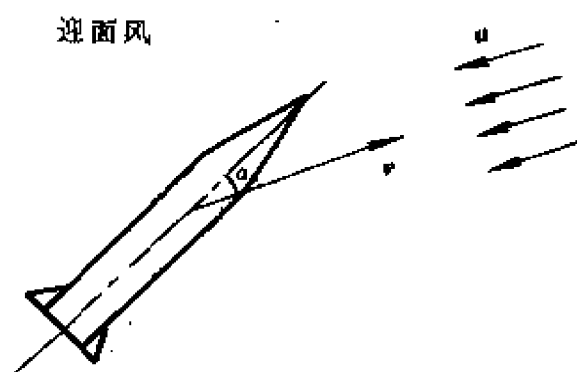


图 8-15 迎面风的影响作用

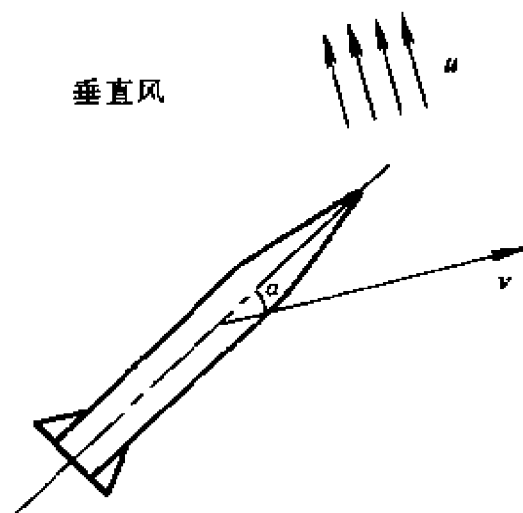


图 8-16 垂直风的影响作用

并使火箭的飞行速度和飞行方向发生改变。因为弹体的轴向载荷很大,风的干扰产生的附加轴向载荷较之弹体轴向载荷小得多,故对轴向载荷影响不大。但对按程序飞行的导弹来说,由于其横向载荷一般不大,其法向气动力可表示为

$$Y_1 = q \alpha c_{y1}^a S$$

因此,由风引起附加攻角后,使原来不大的攻角 α 增大,其法向气动力改变为

$$Y_1' = q c_{y1}^a (\alpha + \Delta\alpha) S \quad (8-39)$$

因而产生的附加载荷就显得特别重要了。将式(8-38)代入式(8-39)即得:

$$Y_1' = q \alpha c_{y1}^a (1 + \frac{u}{v}) S \quad (8-40)$$

此时的法向气动力 Y_1' 较之在扰动前弹体上的法向气动力增大了。因此在进行结构强度计算中一定要充分注意到这一非常不利的影响。

8.5.2 风的扰动对弹体横向过载系数的影响

由于风的干扰,火箭的控制机构必然要作出响应,以保持并恢复其稳定飞行。在控制力的作用下再度使弹体保持力矩平衡:

$$Y_{1c}' = Y_{1c} + \Delta Y_{1c} \quad (8-41)$$

因为

$$Y_1' = Y_1 + \Delta Y_1$$

$$Y_{1c} = Y_1 \frac{x_p - x_g}{x_c - x_g}$$

$$\Delta Y_{1c} = \Delta Y_1 \frac{x_p - x_g}{x_c - x_g}$$

所以式(8-41)又可写为

$$Y_{1c}' = Y_1' \frac{x_p - x_g}{x_c - x_g} = c_{y1}^a q (1 + \frac{u}{\alpha v}) S \frac{x_p - x_g}{x_c - x_g} \quad (8-42)$$

式中 Y_{1c} ——按程序飞行时的控制力;

ΔY_{1c} ——风扰动产生的附加控制力响应,且有

$$\Delta Y_{1c} = c_{y1}^a q \Delta\alpha S \frac{x_p - x_g}{x_c - x_g} \quad (8-43)$$

此时,弹体再度保持力矩平衡下的横向过载系数可写为

$$n_{y1} = \frac{Y'_1 - Y'_{1c}}{mg_0} = \frac{1}{mg_c} q c_{y1}^a \alpha (1 + \frac{u}{\alpha v}) S \frac{x_c - x_p}{x_c - x_g} \quad (8-44)$$

然而,弹体在扰动下再度保持力矩平衡的过程是一个动态过程,且在阵风袭来的瞬时,控制力尚来不及作出响应。因此,瞬时间的力矩不平衡必然使弹体产生角加速度 $\ddot{\alpha}$ 。由理论力学可知这一不平衡力矩为

$$M = J_z \ddot{\alpha} \quad (8-45)$$

所以有

$$\ddot{\alpha} = \frac{M}{J_z} = \frac{Y'_1(x_p - x_g) - Y'_{1c}(x_c - x_g)}{J_z} \quad (8-46)$$

将式(8-41)等代入式(8-46)并整理得

$$\ddot{\alpha} = \frac{\Delta Y_1(x_p - x_g)}{J_z} \quad (8-47)$$

由理论力学可知,刚体上任一点的加速度等于其质心加速度与这一点绕质心转动加速度的向量和。如果不考虑转动角加速度的向心分量(因为它相当小),则弹体上任一点 x 处的瞬时横向加速度可表述为

$$a_{y1}(x) = a_{yg} + \ddot{\alpha}(x_g - x) \quad (8-48)$$

代入过载系数的加速度表达式(8-44)得

$$\begin{aligned} n_{y1}(x) &= \frac{a_{y1}(x) + g \cos(\theta + \alpha)}{g_0} \\ &= \frac{a_{yg} + g \cos(\theta + \alpha)}{g_0} + \frac{\ddot{\alpha}}{g_0} (x_g - x) \\ &= n_{y1g} + \Delta n_{y1}(x) \end{aligned}$$

式中

$$\begin{aligned} \Delta n_{y1}(x) &= \frac{\ddot{\alpha}}{g_0} (x_g - x) \\ &= \frac{c_{y1}^a q \Delta \alpha S_m (x_p - x_g)}{J_z g_0} (x_g - x) \end{aligned}$$

由上式可知,在阵风的袭扰下,攻角的改变将使弹体的横向过载系

数急剧增长。

8.6 弹体的纵向与横向振动分析

弹道导弹与运载火箭在飞行或地面运输及操作维护中,弹体上通常除受有静载荷外,还作用着一系列具有冲击和振动性质的动载荷,造成弹体在纵向(轴向)、横向的振动及绕弹轴的扭转振动。其主要因素有:

1. 由于发动机启动及关机的瞬间造成的推力突然增大或消失,或级间分离产生的振动。

2. 发动机燃烧室产生的压力脉动。

3. 贮箱中液体推进剂的晃动。

4. 阵风的扰动及控制机构本身的振动。

5. 发动机喷管排气时产生的声压。

6. 地面运输时道路上的颠簸等。

随着火箭发动机推力不断增大,飞行速度不断提高,结构尺寸不断增大且薄壁结构的广泛采用,使弹体结构的整体和局部振动特性分析在总体设计中变得越来越重要,成为强度和刚度设计中不可缺少的一环。

8.6.1 弹体的纵向自由振动特性分析

弹体纵向振动是由纵向的载荷迅速改变,如发动机推力的突然增大或消失、脉动压力的产生或级间分离等引起的弹体上轴向力的变化。因此,在对弹体进行纵向振动特性分析时,通常视弹体为一个具有一定刚度的弹性体,并将弹体简化成由若干集中质量其间连以无重弹簧的弹簧—质量模型系统。选择这样的简化可在确保一定的计算精度的基础上简化弹体振动系统的数学模型,使能够对弹体这类复杂的结构方案运用现有的数学计算方法及技术手段进行分析。

对于不同的结构安排的火箭,又可将其简化为无分枝的或有分枝的两种情况(如图 8-17 所示), m_i 表示将弹体离散成若干个集中质量中的一个, C_i 表示与该集中质量相连的无重弹簧。有分枝的系统表示集束式火箭系统或描述液体推进剂在贮箱中晃动的情况。串联式的固体火箭通常被简化成无分枝的弹簧—质量系统。

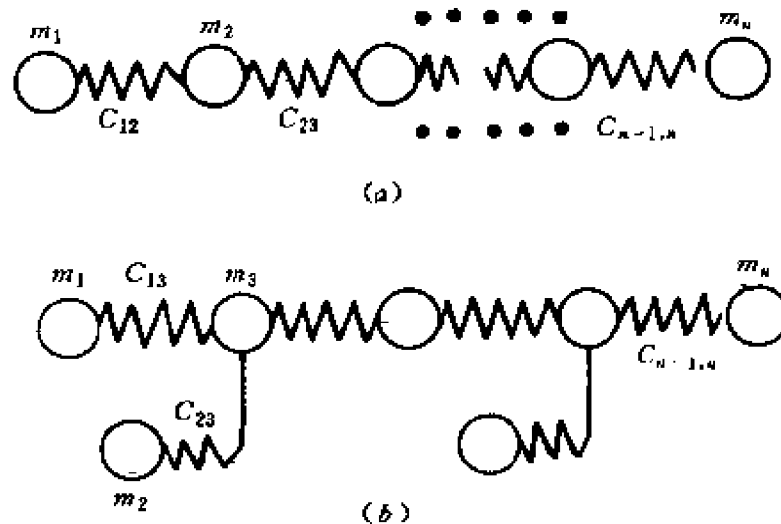


图 8-17 结构系统模型

(a) 无分枝的, (b) 有分枝的。

值得注意的是,将弹体作如此简化后,其模型的中心轴线仍与弹体轴线相重合。简化模型中集中质量的数目,应由具体弹的结构、弹上设备、仪器的结构布局等因素来综合选择。例如,对贮箱段,可将其结构质量表示成箱底位置处的集中质量,而将推进剂质量集中成箱段中部处的分枝质量(图 8-18)。

在确定了集中质量的数目和位置之后,其间的弹簧刚度或柔度亦须确定。弹簧的刚度被定义为使弹簧一端产生单位长度位移所需的力并将刚度的倒数定义为弹簧的柔度。由材料力学可知,弹簧刚度可表示为

$$C = \frac{EF}{l} \quad (8-49)$$

同理,弹簧柔度可表示为

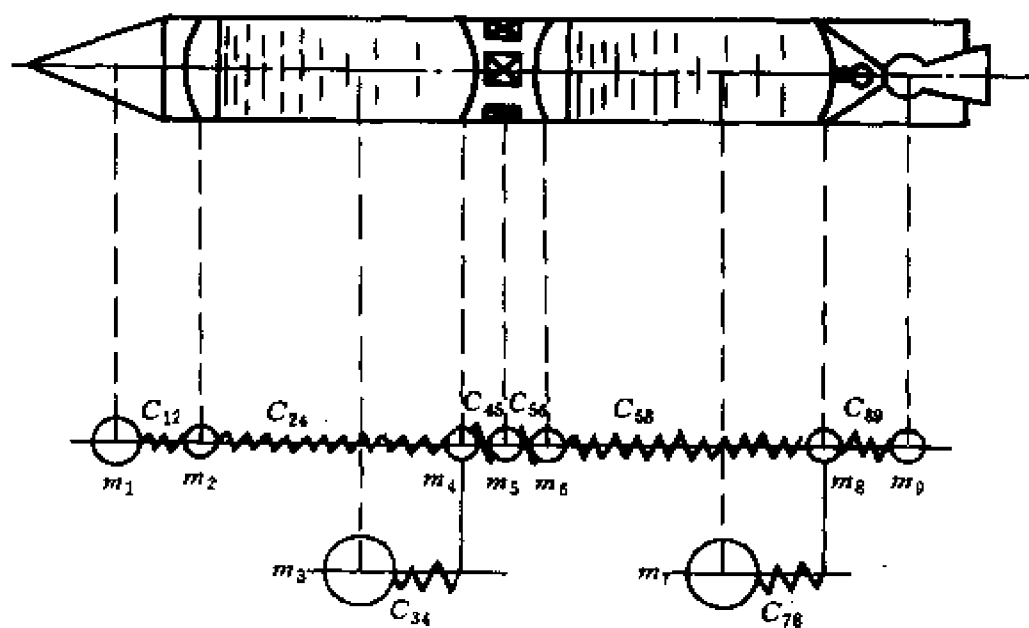


图 8-18 单级液体火箭的结构系统

$$e = \frac{1}{C} = \frac{l}{EF} \quad (8-50)$$

式中 l ——弹簧长度；

F ——弹簧截面积；

E ——弹簧材料的弹性模量。

在弹体结构、材料选定后，可相应确定出模型弹簧的刚度和柔度值。而由理论力学可知，弹簧—质量模型的纵向振动微分方程可表示为

$$m\ddot{x} + Cx = 0$$

或

$$\ddot{x} + K^2x = 0 \quad (8-51)$$

式中

$$K^2 = \frac{C}{m}$$

其解可表示为

$$x = A\sin(Kt + \beta) \quad (8-52a)$$

或

$$x = A\cos(Kt + \beta) \quad (8-52b)$$

其中, 常数 A 和 B 可由系统运动的初始条件确定:

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{K^2}}$$

$$\beta = \arctan\left(\frac{Kx_0}{v_0}\right)$$

式中 x_0 —— $t=0$ 时质量偏离平衡点位置;

v_0 —— $t=0$ 时质量具有的初速度。

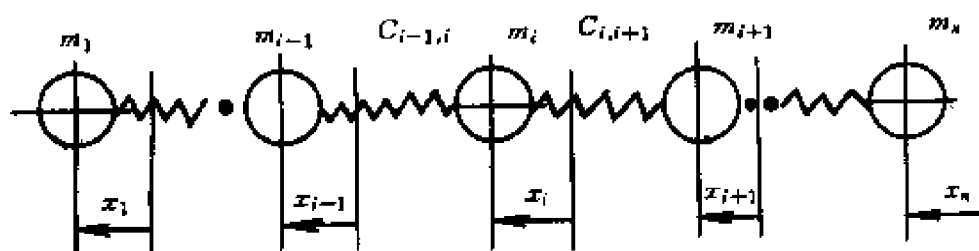


图 8-19 坐标读数图

当弹体遇阵风扰动、级间分离或推力突然改变(启动或关机)时, 扰动瞬时产生又随即消失或使系统趋于平衡, 致使弹体在外界干扰力作用下作自由振动。于是, 对于简化的弹体弹簧—质量模型系统, 可相应写出其中任意一个集中质量 m_i 在其相邻弹簧约束下的运动微分方程为(图 8-20)。

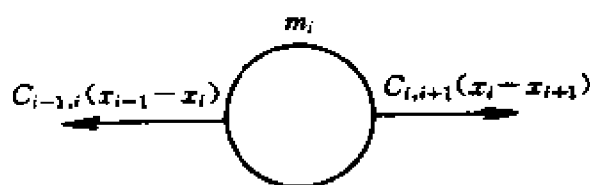


图 8-20 作用在第 i 个质量上的力

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 = C_{1,2}(x_1 - x_2) & (i = 1 \text{ 时}) \\ m_j \ddot{x}_j = C_{j-1,j}(x_{j-1} - x_j) - C_{j,j+1}(x_j - x_{j+1}) & (i = j \text{ 时}) \\ \dots\dots\dots \\ m_n \ddot{x}_n = C_{n-1,n}(x_{n-1} - x_n) & (i = n \text{ 时}) \end{cases}$$

(8-53)

$$x_1 = x_2 = x_3 = \cdots = x_n$$

由于从行列式中解得的非负根 k 的数目小于阶数 $n (s < n)$, 因此方程组(8-56)中仍不能分别求出各集中质量 m_i 的振幅 A_i , 而只能得到这些振幅间的若干种比值, 如 $\frac{A_i}{A_n}$ 。且由于圆频率 K 取不同值, 故可引进一个系数系列

$$a_{i,s} = \frac{A_{i,s}}{A_{n,s}} \quad (s = 1, 2, \cdots, n-1) \quad (8-57)$$

表示系统中各集中质量点的振幅与 s 阶振动之间的关系。因此称这个系数为振型系数, 并有

$$a_{n,s} = \frac{A_{n,s}}{A_{n,s}} = 1$$

将方程组(8-56)改写后并将式(8-57)代入, 得

$$\begin{aligned} -m_i K_s^2 a_{i,s} &= C_{i-1,i} (a_{i-1,s} - a_{i,s}) - C_{i,i+1} (a_{i,s} - a_{i+1,s}) \\ (i &= 1, 2, \cdots, n; s = 1, 2, \cdots, n-1) \end{aligned} \quad (8-58a)$$

或

$$\begin{aligned} -C_{i-1,i} a_{i-1,s} + (C_{i-1,i} + C_{i,i+1} - m_i K_s^2) a_{i,s} - C_{i,i+1} a_{i+1,s} &= 0 \\ (i &= 1, 2, \cdots, n; s = 1, 2, \cdots, n-1) \end{aligned} \quad (8-58b)$$

由振型系数的正交性(这里不详述), 有

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n m_i a_{i,s} a_{i,r} = 0 & s \neq r \\ \sum_{i=1}^n m_i a_{i,s} a_{i,r} = \sum_{i=1}^n m_i a_{i,s}^2 & s = r \end{cases} \quad (8-59)$$

因为方程组各特解之和即为方程组的一般解, 得

$$x_i = \sum_{s=1}^{n-1} A_{i,s} \cos(K_s t + \beta_s) \quad (8-60a)$$

或

$$x_i = \sum_{s=1}^{n-1} A_{n,s} a_{i,s} \cos(K_s t + \beta_s) \quad (8-60b)$$

由系统在 $t=0$ 时各集中质量的初始状态 $x(0)$ 及 $\dot{x}(0)$, 便可求出

系统对应圆频率 K_i 的各质量点的自由振动振幅 $A_{i,0}$ 。

8.6.2 弹体纵向受迫振动特性分析

在了解了弹体纵向自由振特性后,再来分析系统在外界干扰力作用下的受迫振动特性。当弹体竖立在发射台上且发动机启动的瞬间,推力 P 由 0 增至 P_0 ,推力上升的时间 τ 一般是 (0.5~0.7) 秒。其结果增加了弹体各截面上的压力并作受迫振动(如图 8-21 所示)。发动机关机前,弹体上推力、惯性力及空气动力处于

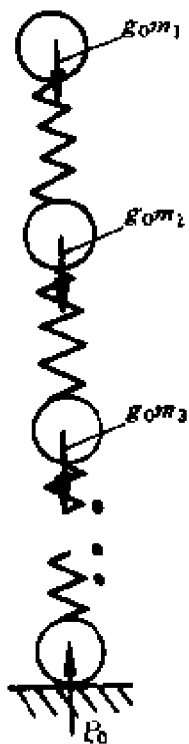


图 8-21 发动机启动时力的作用

平衡状态。关机的瞬间,推力突然消失,使弹体的惯性力成为系统的恢复力,像一个弹簧那样从原来的平衡状态下作受迫振动(如图 8-22 所示)。由于弹道导弹与运载火箭质量很大,因此在发动机启动和关机的瞬间惯性力引起的动载荷亦很大,因而这种情况下的受迫振动对弹体结构强度和刚度造成的影响不容忽视。

参照纵向自由振动的情况,针对弹体的弹簧—质量模型的受迫振动,可设系统的每一质量点上除作用着弹性约束力之外,还作用着扰动力 $p_i(t)$ (如图 8-23 所示),且 $p_i(t)$ 为时间的已知函数。于是,可写出系统的受迫振动微分方程组:

$$\begin{aligned} m_i \ddot{x}_i = & C_{i-1,i}(x_{i-1} - x_i) \\ & - C_{i,i+1}(x_i - x_{i+1}) + P_i(t) \end{aligned} \quad (8-61)$$

由微分方程解的特性可知,方程组(8-61)的求解可先解出其自由振动(线性齐次方程组)特性参数,并写出其解为式(8-60),而对应此受迫振动系统(线性非齐次方程组),其特解可写成



图 8-22 发动机关机时力的作用

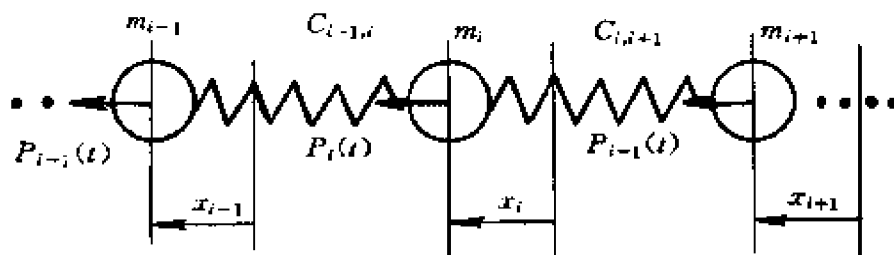


图 8-23 系统任意点的作用力

$$\dot{x}_i = \sum_{s=1}^{n-1} a_{i,s} T_s \quad (8-62)$$

的形式，式中 T_s 是尚未知道的时间的函数。将其代入方程组 (8-61) 中并整理，使方程组可写出为

$$\sum_{s=1}^{n-1} m_i a_{i,s} (\ddot{T}_s + K_s^2 T_s) = P_i(t) \quad (8-63)$$

于是，方程组 (8-61) 的一般解可得出为

$$x_i = \sum_{s=1}^{n-1} A_{n,s} a_{i,s} \cos(K_s t + \beta_s) + \sum_{s=1}^{n-1} a_{i,s} T_s \quad (8-64)$$

8.6.3 弹体的横向振动特性分析

弹体振动问题中，除了纵向振动外，还应重点考虑其横向振动对弹体结构强度和刚度的影响。

未变形的弹体轴线应为一曲线。它与各横截面的质心的连线相重合，并假设弹体上作用的横向载荷通过轴线所在的平面。因此在考虑横向振动问题时可不考虑横向载荷造成的弹体的扭转振动问题。同纵向振动问题的分析方法一样，将弹体坐标轴的顶点 O 置于头部理论尖点， ox 轴与弹体轴线重合并指向尾部。与此同时，可

将弹体视为一连续梁。则弹体的横向振动问题被简化为梁的振动问题来求解。梁在振动时沿 ox 轴上各点的挠度 w 就可简单地表示为坐标 x 及时间 t 的函数(图 8-24):

$$w = w(x, t)$$

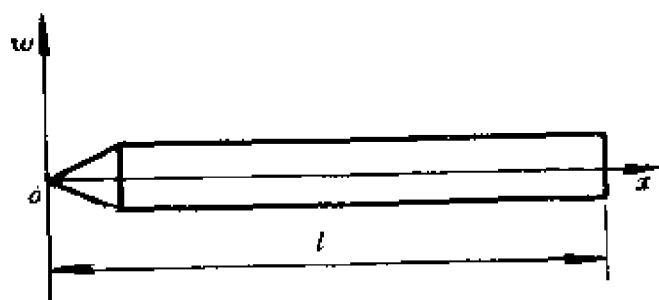


图 8-24 坐标系的选择

此时即可运用理论力学和材料力学的方法求解。

弹体沿轴线上的弯矩、剪力及横向载荷分布可分别表述为
弯矩

$$M(x, t) = EJ_z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (8-65)$$

剪力

$$Q(x, t) = \frac{\partial M(x, t)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} (EJ_z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}) \quad (8-66)$$

横向载荷分布(或称横向载荷集度)

$$q(x, t) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} (M(x, t)) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} (EJ_z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}) \quad (8-67)$$

分析弹体上横向载荷的分布可知,它可以表示两个分量和的形式,即

$$q(x, t) = q_1(x, t) + q_2(x, t) \quad (8-68)$$

式中 $q_1(x, t)$ ——由弹体元素的横向振动加速度引起的惯性力集度;

$q_2(x, t)$ ——气动力的横向载荷集度。

由 $q_1(x, t)$ 的定义可写出

$$q_1(x, t) = -m_x \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (8-69)$$

式中负号表示惯性力恒与其运动加速度方向相反; m_x 为弹体(梁)的质量分布密度。

将式(8-69)代入式(8-68)并整理得

$$q_2(x, t) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} (EJ_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}) + m_x \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (8-70)$$

当不计及空气动力横向载荷时,就得到弹体横向自由振动方程:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} (EJ_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}) + m_x \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (8-71)$$

为解方程(8-71),必须对弹体两端的边界条件作出分析。通常有下列几种情况:

1. 火箭处于飞行状态,此时弹体两端均为自由,因此端面上弯矩和剪力均为零,即

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0$$

及

$$\frac{\partial}{\partial x} (EJ_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}) = 0$$

2. 火箭竖立在发射台上,此时对应两种情况

(1) 底端刚性固定,即端面上挠度和转角均为零,

$$w = 0$$

及

$$\frac{\partial w}{\partial x} = 0$$

(2) 底端铰支,即端面上挠度和弯矩均为零,

$$w = 0$$

及

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0$$

(3) 其他支承条件下的更复杂的边界条件,这里不作分析。

当弹体作自由振动时,挠度函数可表示为(图 8—25)。

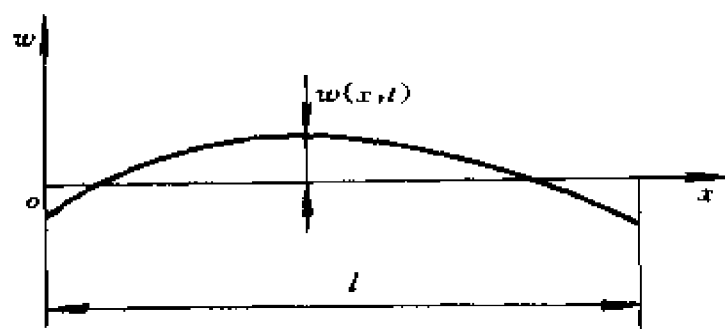


图 8—25 弹性轴位移图

$$w(x, t) = \varphi(x) \cos(\omega t + \epsilon) \quad (8-72)$$

式中 $\varphi(x)$ 表示弹轴线上各点离开平衡位置的挠度的幅值分布,称为弹体的自然振型。对于每一种自然振型都有一个自然频率 ω 与其对应。将式(8-72)代入式(8-71)中,得

$$(EJ_z \varphi'')'' - \omega^2 m_x \varphi = 0 \quad (8-73)$$

此式包含了弹体的全部自然振型和自然频率。自然振型的特征形状如图 8—26 所示。由图可知,弹体横向振动动较之于其纵向振动大不相同。

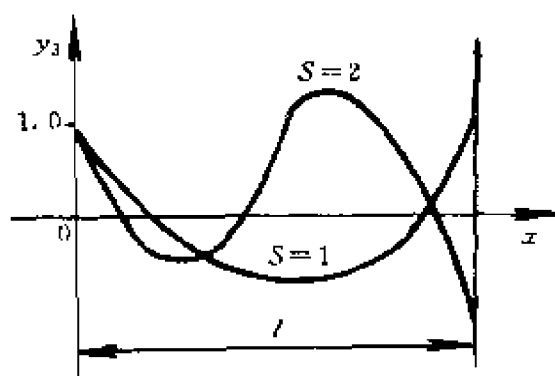


图 8—26 前两阶段自然振型的近似形状

8.6.4 弹体横向受迫振动分析示例

由横向振动特性分析来看,火箭飞行中受扰引起的横向受迫

式中

$$K^2 = \frac{q S c_{y1}^a (x_p - x_c)}{J_z} \quad (8-78)$$

$$h = \frac{4q_{11} S_{rd} (c_{y1}^b)_{rd} \Delta\delta (x_c - x_g)}{J_z} \Delta\delta_{\max} \quad (8-79)$$

这便是弹体此时无阻尼受迫振动微分方程。其中 K^2 和 h 均为时间 t 的函数, ω 为干扰力的圆频率。于是, 方程的解可写出为

$$\Delta\alpha = \frac{h}{K^2 - \omega^2} \sin(\omega t + \delta) \quad (8-80)$$

而弹体上受迫振动时对应最大 K^2 值时的振幅为

$$\Delta\alpha_{\max} = \frac{h}{K_{\max}^2 - \omega^2} \quad (8-81)$$

此时使弹体上产生的横向平移过载系数为

$$\Delta n_{yx} = \frac{Y_1 - Y_c}{mg_0} = \frac{q S c_{y1}^a}{mg_0} \Delta\alpha_{\max}$$

这里, 在求横向平移过载系数时忽略了 Y_c 的值, 而只主要考虑 $\Delta\alpha_{\max}$ 的影响。由式(8-81)可知, 产生的附加横向过载系数在一定程度上不容忽视。

第九章 弹道导弹与运载火箭 的可靠性分析与设计

9.1 导弹与运载火箭可靠性的基本概念

9.1.1 可靠性的定义及其重要性

产品可靠性是指产品在规定时间内、规定条件下,完成规定功能的概率。

导弹武器系统的可靠性是指导弹武器系统在规定的贮存、使用期内,在规定的贮存、使用条件下,在规定的发射时间内,将导弹发射出去,安全飞行,命中目标,完成规定的战斗任务的概率。

定性地讲,可靠性是一种能力;定量地讲,可靠性是一种概率,它是指系统可靠工作的概率,又称可靠度。

在不同的时间,不同的规定条件下,产品的可靠性是不同的。

近年来随着科学技术的迅速发展,自动化程度增高,系统的结构日渐复杂,因此对产品可靠性的要求也越来越高。对于弹道导弹和运载火箭来讲,由于在使用时不可能中途维修,即使是在战备期间,由于导弹反应时间要求很短,稍有故障则会失去战机,因此对它的可靠性要求尤其具有重要意义,目前它已成为衡量导弹性能的一项重要指标。

9.1.2 可靠性的主要指标

为了定量地描述产品的可靠性,必须用数量指标来描述产品

的可靠性,比较常用的主要指标有产品的可靠度、失效率(或称故障概率)、故障密度、平均无故障工作时间等。

一、可靠度 $R(t)$

产品在规定条件下和规定时间内完成规定功能的概率,称为产品的可靠度,用 $R(t)$ 表示。在上述情况下,产品发生故障的概率定义为不可靠度,用 $F(t)$ 表示。显然

$$F(t) = 1 - R(t) \quad (9-1)$$

二、故障概率 $\lambda(t)$

产品正常工作到某时刻 t ,在该时刻前单位时间内发生故障的概率,称为产品的故障概率,用 $\lambda(t)$ 表示,与可靠度 $R(t)$ 的关系可表示为

$$R(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t) dt} \quad (9-2)$$

实际中特别重要的情况是产品在很长一段时间内故障概率接近常数,即

$$\lambda(t) = \lambda = \text{常数}$$

此时

$$R(t) = e^{-\lambda t}$$

因此,这种可靠性服从指数分布规律。

三、故障密度函数 $f(t)$

故障密度函数 $f(t)$ 定义为不可靠度 $F(t)$ 的导数,即

$$f(t) = F'(t) = -R'(t)$$

由此可得
$$R(t) = \int_0^{\infty} f(t) dt \quad (9-3)$$

表示在时刻 t 时,单位时间内产品失效数与总产品数之比。

四、平均无故障工作时间 \bar{t}

平均无故障工作时间是指产品无故障工作时间的数学期望值,可用下式确定:

$$\bar{t} = \int_0^{\infty} R(t) dt \quad (9-4)$$

当 $R(t) = e^{-\lambda t}$ 时,则

$$\bar{t} = \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda} \quad (9-5)$$

9.1.3 系统可靠性工作程序

系统可靠性工作贯穿于系统的研究、设计、生产、试验、使用和管理的全过程。主要工作程序如下：

1. 可靠性指标的确定和分配

根据产品的使用功能及战术技术指标要求,拟定产品的可靠性指标。然后,实施可靠性指标的逐级分配,分配出分系统—分机—部组件—元件的可靠性指标。分配过程要考虑必要与可能,不可偏废。

2. 可靠性预估

在研制设计阶段,先根据系统方案或原有的系统的继承性方案,初步估算系统的可靠性,与可靠性指标比较,逐次近似地调整方案,落实可靠性指标。

3. 可靠性设计

在系统、分系统、整机、分机的设计中,应依据分配的可靠性指标,进行可靠性设计,若可靠性设计中出现了指标不能实现的情况,要反馈回指标分配,进行适当调整。

4. 生产过程的质量控制

按产品质量指标实施产品生产过程控制:建立数据(资料)、故障统计网;收集、整理、健全资料;建立故障分析、登记制度,进行故障统计分析;各级可靠性的初步综合,找出薄弱环节,改进设计与生产。

5. 可靠性试验

主要是通过产品可靠性试验,整理分析系统—分系统故障资料,为可靠性评估打下基础。

6. 可靠性评估

逐级进行可靠性评估,确定可靠性数值,若符合可靠性指标,

则验收。

7. 可靠性管理

要制定可靠性管理条例及标准;协调产品研制各阶段的可靠性工作;综合平衡“性能、价值、研制周期、可靠性”四项指标;监督各阶段可靠性工作的进行。

8. 使用(含贮存)可靠性

产品交付以后,使用部门按“使用操作规程”要求严格进行。要建立工作、故障登记,统计分析制度,把情况反馈回研制单位以便改进和提高产品质量。

9.2 导弹与运载火箭零部件的可靠性

为了计算产品的可靠性,目前广泛使用“系统”和零部件两个概念。在产品开始试验以前,一般不可能评估整个产品系统的可靠性,然而,可以参考以前同类产品的零部件的可靠性特征,或通过大量实验室实验,可以满意地估计出整个产品的可靠性。这样就有必要将产品分解成若干个零部件。

把系统分解成各个零部件的程度,主要视分析计算的目的和用途来确定。假如我们所研究的系统是指整个导弹,那么就可将这个系统的部件分解为弹头、发动机、控制系统、弹体结构或其他主要分系统等。如果我们研究的是某个分系统,例如发动机分系统,则可以将它分成发动机壳体、装药、点火器、推力向量控制系统等。依此类推还可以将其中某一部分再分成若干小部件。

在确定零部件的可靠性时,需根据其特征分成三类。

1. 一次性工作的零部件。实际上是指瞬时工作的零部件,如电爆管、爆炸螺栓等。一次性工作的零部件的可靠性是指部件可靠动作的概率。可通过大量试验结果找出此类部件可靠动作的统计估计 P^* 。假定 n 个部件参加试验,其中 m 个不动作,则产品合格率 P 的无偏点统计估计为

$$P^* = 1 - \frac{m}{n} \quad (9-6)$$

P^* 近似服从正态分布律 $N(P, \sqrt{\frac{P(1-P)}{n}})$ 。由正态分布的性质可知

$$\begin{aligned} R(P \in [P^* - 2\sqrt{\frac{P^*(1-P^*)}{n}}, P^* + 2\sqrt{\frac{P^*(1-P^*)}{n}}]) \\ = 0.954 \end{aligned}$$

即

$$P \in [P^* - 2\sqrt{\frac{P^*(1-P^*)}{n}}, P^* + 2\sqrt{\frac{P^*(1-P^*)}{n}}]$$

的置信度 $\gamma = 0.954$ 。推广之,对给定置信度 γ 时,得

$$\begin{aligned} R[P \in (P^* - \gamma\sqrt{\frac{P^*(1-P^*)}{n}}, P^* + \gamma\sqrt{\frac{P^*(1-P^*)}{n}})] \\ = 2\Phi(\gamma) - 1 \end{aligned} \quad (9-7)$$

式中 $\Phi(\gamma)$ ——拉普拉斯函数值。

令

$$\begin{aligned} P^* - \gamma\sqrt{\frac{P^*(1-P^*)}{n}} &= P_l^* \\ P^* + \gamma\sqrt{\frac{P^*(1-P^*)}{n}} &= P_u^* \end{aligned}$$

则

$$R[P \in [P_l^*, P_u^*]] = 2\Phi(\gamma) - 1 = \gamma$$

故

$$\gamma = \text{Anti}\Phi\left(\frac{1+\gamma}{2}\right) = \Phi^{-1}\left(\frac{1+\gamma}{2}\right) \quad (9-8)$$

上面公式只要给出置信度 γ 的要求值,即可由试验结果和无偏点统计估计 P^* 值,求出该部件可靠度的上限和下限。

例 1 随意抽验研制生产电点火器 200 枚,检验后发现有 35 枚不合格,求给定置信度为 0.95 和 0.80 之下,不合格率 P 的双边置信区间。

解 P 的点统计估计

$$P^* = \frac{m}{n} = \frac{35}{200} = 0.175$$

由于

$$\gamma = \Phi^{-1}\left(\frac{1+\nu}{2}\right) = \begin{cases} 1.96 & \nu = 0.95 \\ 1.29 & \nu = 0.80 \end{cases}$$

\therefore

$$\begin{aligned} [P_1^*, P_2^*] &= [P^* - \gamma \sqrt{\frac{P^*(1-P^*)}{n}}, P^* + \gamma \sqrt{\frac{P^*(1-P^*)}{n}}] \\ &= \begin{cases} [0.12234, 0.22766] & \nu = 0.95 \\ [0.14034, 0.20966] & \nu = 0.80 \end{cases} \end{aligned}$$

2. 连续工作的零部件,是指在一定时间间隔内能连续工作,如摆动喷管的密封件,控制系统电子元件中的电阻、电容等。连续工作零部件的可靠性特征,是根据突然性故障发生的时间或参数型故障的临界参数来确定的。

导弹和火箭在战备值班和飞行过程中,是一个不可修复系统。零部件从它开始工作的瞬间到产生故障前的时间叫作无故障工作时间,它是一个随机变量,零部件的可靠性表示如下:

$$R(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t) dt}$$

故障概率 $\lambda(t)$ 的统计估计由下式确定:

$$\lambda^*(t) = \frac{\Delta m(t)}{N(t)\Delta t} \quad (9-9)$$

式中 $\Delta m(t)$ ——在时间区间内发生故障的零部件数量;

$N(t)$ ——从保持工作正常到出现故障瞬间的零部件数。

任何一个机械装置和大多数的电子器件的工作,都可以分为下面三个时期:

(1) 试运行时期,在此时期,随着一些比较薄弱的零部件的撤换,系统故障概率逐步降低。

(2) 正常工作时期,在这时期内,零部件故障概率保持稳定不变。

(3)老化和磨损时期,在此期间,零部件故障概率逐渐增大。因此可以用一形象的“盆状”曲线来描绘(图 9—1)。

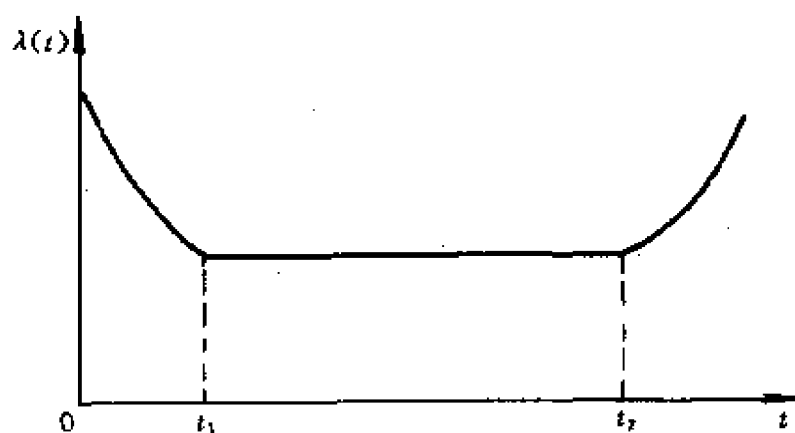


图 9—1 故障概率 $\lambda(t)$ 随时间 t 的变化

而在正常工作期间, $\lambda(t) = \text{常数}$, 故

$$R(t) = e^{-\lambda t}$$

上述表达式实际上是根据突然性故障计算可靠性的一种主要方法。

目前,已从许多成套的标准件的试验中(实验室试验),积累了大量资料,可以初步估计各种零部件的故障概率 $\lambda(t)$ 。

盆状曲线分成三个阶段:早期失效期,偶然失效期,耗损失效期。

早期失效期:是指产品开始工作的初期发生失效现象。早期失效期产品故障概率 $\lambda(t)$ 值较高但随时间迅速下降。一般电子元器件的设备都有明显的早期失效期,而机械—液压设备的早期失效期很短,甚至不明显。对飞机、导弹而言,机械系统几乎没有早期失效期。

偶然失效期:是产品质量和可靠性稳定阶段。此阶段 $\lambda(t)$ 仅稍有变化,主要是由于偶然因素所致。它的时间越长越有利,是设备的主要工作阶段。这个阶段又叫做有效寿命期。

耗损失效期:由于长时间工作,产品元器件老化、磨损、疲劳。故障概率迅速上升。

对于航空航天复杂系统,约有 25% 的故障发生在有效寿命结

束之前,也就是发生在偶然失效期以前。而在偶然失效期间发生的故障又仅占 2.5%,因此应千方百计充分利用此阶段,确保产品的高可靠性,为此,通常采取以下措施:

(1)对电子和电气分系统,由于平均寿命长,所以在试制中,必须为建立寿命关系进行试验,在正式使用前应当进行充分的试验检测,使产品渡过早期失效期,进入偶然失效期。

(2)对气动、液压、机械分系统,则只能用 10%左右的有效寿命期进行地面检测试验,以防耗损期出现。

3. 参数型故障系统零部件的可靠性

在设计阶段如何根据试验数据来确定参数元器件或部件的可靠性?我们只介绍用小扰动法。

对于参数型故障情况,产品无故障工作概率定义为在允许范围内不出现临界参数值的概率

$$R_{ch} = \{P_{z1} < z < P_{z2}\} \quad (9-10)$$

式中 z ——产品的临界参数;

P_{z1}, P_{z2} ——临界参数的极限值;

R_{ch} ——参数的可靠性。

当产品的临界参数是一随机变量时,它与随机扰动参数 x_1, x_2, \dots, x_k 之间的关系,可根据已知的分布律,表示为下面的函数形式:

$$z = \varphi(x_1, x_2, \dots, x_k) \quad (9-11)$$

应用小扰动法时,通常认为参数的分布服从正态分布律。因此,为了计算 R_{ch} ,只须知道参数的数学期望 m_z 及其均方差 σ_z 就可以了

$$R_{ch} = \Phi\left(\frac{P_{z2} - m_z}{\sigma_z}\right) - \Phi\left(\frac{P_{z1} - m_z}{\sigma_z}\right) \quad (9-12)$$

在设计过程中,临界参数 z 的数字特征 m_z 和 σ_z 一般是未知的,但可与扰动参数 x_1, x_2, \dots, x_k 建立起函数关系。

临界参数 z 同扰动参数 x_i 的函数关系一般是非线性的。为此将函数关系在其数学期望的邻域上展开成台劳级数,假设扰动不大时,可以只取其线性项

$$Z \approx \Phi(m_{x1}, m_{x2}, \dots, m_{xk}) + \sum_{i=1}^k \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \right) \delta x_i \quad (9-13)$$

故

$$m_x = \varphi(m_{x1}, m_{x2}, \dots, m_{xk})$$

$$\sigma_x \approx \left[\sum_{i=1}^k \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_{xi}^2 + 2 \sum_{i < j} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \right) \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right) \sigma_{xi} \sigma_{xj} \gamma_{xi, xj} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (9-14)$$

式中 $\gamma_{xi, xj}$ ——参数 x_i 与 x_j 的相关因子。

通常用已知的参数 x_i 的极限偏差 Δx_i 值来表示其标准偏差 σ_{xi} , 则有

$$\Delta x_i = K \sigma_{xi} \quad (9-15)$$

式中 K 是与置信度 γ 对应的标准偏差数; 如正态分布的情况下, 当取 $\gamma=0.9986$ 时则对应的 K 值为 3。

举例说明小扰动法的应用。

例 2 固体火箭发动机壳体不破坏的概率。

固体火箭发动机工作时, 若其压强不超过壳体所能承受的极限压强, 则壳体将不破坏。

设极限压强 p_{\max} (临界参数) 为装药燃烧时的压强, 其与设计参数的函数关系, 可由火箭发动机内弹道学给出如下:

$$p = \left(\frac{\varphi b S_{kp}}{S_r u \rho_p \sqrt{\chi f}} \right)^{\frac{1}{\nu-1}} \quad (9-16)$$

式中 S_{kp} ——喷管喉部面积;

S_r ——装药燃烧表面积;

u ——标准压力下的燃速;

ρ_p ——推进剂密度;

f ——火药力;

φ ——考虑气流收缩的系数;

χ ——热损失系数;

b ——燃烧产物多变指数的函数;

ν ——压力指数。

由于工艺制造偏差、温度变化的偏差等原因,使参数 S_{kp}, u, ρ_p, f 具有随机性,而 b, ν, χ 和 φ 不是随机量,于是可得到压强的数学预算值如下:

$$m_p = \left(\frac{\varphi b m_{fkp}}{m_{sr} m_u m_{\rho_p} \chi m_f} \right)^{\frac{1}{\nu-1}} \quad (9-17)$$

将式(9-16)取对数后微分,再取变分形式,可得出

$$\frac{\delta p}{p} = \frac{1}{1-\nu} \left(\frac{\delta S_r}{S_r} + \frac{\delta u}{u} + \frac{\delta \rho_p}{\rho_p} + \frac{\delta f}{2f} - \frac{\delta S_{kp}}{S_{kp}} \right) \quad (9-18)$$

参数 S_{kp}, S_r, u, ρ_p 和 f 可以看作是互相独立的,于是可得

$$\frac{\sigma_p}{m_p} = \frac{1}{1-\nu} \sqrt{\left(\frac{\sigma_{S_r}}{m_{S_r}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_u}{m_u} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\rho_p}}{m_{\rho_p}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_f}{m_f} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{S_{kp}}}{m_{S_{kp}}} \right)^2} \quad (9-19)$$

令

$$\frac{\sigma_{xi}}{m_{xi}} = v_{xi}$$

称为变差系数,由此可将式(9-19)写成简单形式:

$$v_p = \frac{1}{1-\nu} [v_{S_r}^2 + v_u^2 + v_{\rho_p}^2 + v_f^2 + v_{S_{kp}}^2]^{\frac{1}{2}} \quad (9-20)$$

由 m_p 及 σ_p 的计算式确定出 m_p 和 σ_p 之后,即可求出燃烧室压强不超出极限值的概率:

$$\{p_{\max} > p\} = \phi\left(\frac{p_{\max} - m_p}{\sigma_p}\right) \quad (9-21)$$

例3 导弹结构部件的可靠性。

导弹结构在使用时遇到三种可能的临界状态:强度丧失、稳定性丧失和出现不允许的塑性变形。当出现任何一种情况时,都认为结构出现故障,不出现临界状态的概率就是结构可靠性准则。

结构接近临界状态的情况,可用临界参数描述。因此原则上可把非破坏概率作为参数的可靠性。

结构的临界参数同时与两组随机参数,即决定载荷的因素和决定承载能力的因素有关,由于大多数干扰因素是随机的,因此载荷和承载能力也是随机量。

通常采用承载能力 F 和载荷 G 之间的差值或比值或某一强度准则,作为结构的临界参数。对第一种情况,结构非破坏概率为

$$R_{ch} = \text{pro}\{F - G > 0\} \quad (9-22)$$

相应的临界参数设为 u, v, w , 则

$$u = F_1 - G_1 \quad (\text{强度准则}) \quad (9-23)$$

式中 G_1 ——载荷,结构可能由于 G_1 增大而丧失强度而破坏;

F_1 ——承载能力,即引起结构失去强度的破坏载荷。

$$v = F_2 - G_2 \quad (\text{稳定性准则}) \quad (9-24)$$

式中 G_2 ——导致结构失稳的载荷;

F_2 ——结构稳定性的承载能力,如临界力等。

$$w = F_3 - G_3 \quad (9-25)$$

式中, F_3, G_3 均代表用弹塑性变形表示的承载能力和载荷。

一般情况下,结构的非破坏概率是不出现上述各种状态之一。

$$R_{ch} = \text{pro}(u > 0, v > 0, w > 0) \quad (9-26)$$

实际上,对结构加载时,出现各种临界载荷状态的危险程度不可能相同,一般来说仅限于研究其中两种临界状态,更经常的是仅研究其中一种可能的临界状态就足够了。例如上例举出的固体火箭发动机壳体,常只有一种可能的临界状态——在燃烧室压强作用下强度丧失。而对弹体舱段,其承受轴力、剪力和弯矩等载荷,因此存在两种可能临界状态——强度丧失和失稳。但通常失稳最危险。

对于具有两种可能临界状态的情况,结构的非破坏概率为

$$\begin{aligned} R_{ch} &= \text{pro}\{u > 0, v > 0\} \\ &= \int_0^\infty \int_0^\infty f(u, v) du dv \end{aligned} \quad (9-27)$$

式中 $f(u, v)$ 是随机变量 u 和 v 的联合分布密度。由于认为 u, v 符合正态分布,因此联合分布也应符合正态分布。根据概率论理论,只须知道临界参数的数学期望 m_u, m_v 和均方差 σ_u, σ_v 以及相关系数 γ_{uv} , 即可求出结构的非破坏概率。

$$R_{ch} = \frac{1}{2}\phi(\alpha) + \frac{1}{2}\phi(\beta) - T(\alpha, a) - T(\beta, b) \quad (9-28)$$

式中, $\phi(a), \phi(\beta)$ 为正态分布律表格函数; $T(a, a), T(\beta, b)$ 为学生分布表格函数。参数 α, β, a, b 的含义如下:

$$\begin{cases} \alpha = \frac{m_u}{\sigma_u} \\ \beta = \frac{m_v}{\sigma_v} \\ a = \frac{\beta - \alpha r_{uv}}{\alpha(1 - r_{uv}^2)^{\frac{1}{2}}} \\ b = \frac{\alpha - \beta r_{uv}}{\beta(1 - r_{uv}^2)^{\frac{1}{2}}} \end{cases} \quad (9-29)$$

式中

$$m_u = m_{F1} - m_{G1}$$

$$m_v = m_{F2} - m_{G2}$$

$$\sigma_u^2 = \sigma_{F1}^2 + \sigma_{G1}^2 - 2r_{F1G1} \sigma_{F1} \sigma_{G1}$$

$$\sigma_v^2 = \sigma_{F2}^2 + \sigma_{G2}^2 - 2r_{F2G2} \sigma_{F2} \sigma_{G2}$$

为计算 α, β, a, b 值, 必须知道下列数字特征

$$m_{F1}, \quad m_{G1}, \quad m_{G2}, \quad m_{F2}$$

$$\sigma_{F1}, \quad \sigma_{G1}, \quad \sigma_{G2}, \quad \sigma_{F2}$$

$$r_{F1G1}, \quad r_{F2G2}, \quad r_{F1F2}, \quad r_{G1G2}$$

这些参数的计算方法可采用小扰动法具体计算。若临界参数 u, v 互不相关, 或者虽互为相关, 但结构的可靠性足够高 (即 R_{ch} 接近 1) 时, 结构的非破坏概率可简化成下式计算:

$$\begin{aligned} R_{ch} &= \text{pro}\{u > 0\} \text{pro}\{v > 0\} \\ &= \phi(a)\phi(\beta) \end{aligned} \quad (9-30)$$

9.3 典型系统的可靠性模型

系统可靠性模型是指从可靠性角度来观察各分系统及构成系统的形式。系统可靠性模型众多, 本节仅介绍弹道导弹与运载火箭系统最常用的串联、并联、串并联模型。

9.3.1 串联模型

定义:如果组成系统的任何一个分系统失效,都会引起整个系统失效,且组成系统的各个分系统的可靠性相互独立,则称此系统为可靠性串联系统。可靠性串联系统框图如图 9-2 所示。



图 9-2 串联式系统

串联系统的可靠性

$$R = \prod_{i=1}^l R_i \quad (9-31)$$

式中 R ——串联系统可靠性;

R_i ——第 i 个分系统的可靠性。

因为任何分系统的可靠性 $R_i \leq 1$, 所以串联系统的可靠性 R 小于组成它的任何一个分系统的可靠性。

例 4 导弹武器由 9 个分系统组成(可靠性串联系统), 分系统可靠性分别为: 导引系统 $R_1 = 0.94$, 控制系统 $R_2 = 0.96$, 发动机 $R_3 = 0.90$, 电路系统 $R_4 = 0.84$, 助推器 $R_5 = 0.85$, 战斗部引信 $R_6 = 0.90$, 弹体结构 $R_7 = 0.9995$, 分离系统 $R_8 = 0.98$, 地面系统 $R_9 = 0.99$ 。求导弹武器系统总的可靠性。

解 由式(9-31)可得

$$R = \prod_{i=1}^9 R_i = 0.5061$$

若其中某一个分系统的可靠性很低, 如 $R_7 = 0.4$ 时, 可以算出 $R = 0.253$ 。因此, 要提高串联系统可靠性, 关键是提高最薄弱的分系统环节。

9.3.2 并联模型

定义：只在而且仅在所有组成系统的分系统都失效时，系统才失效；或者说，组成系统的各分系统，只要有一个能完成任务，则系统就可以完成任务，且各分系统的可靠性是互相独立，则此系统称为可靠性并联系统。

可靠性并联系统框图如图 9—3 所示。

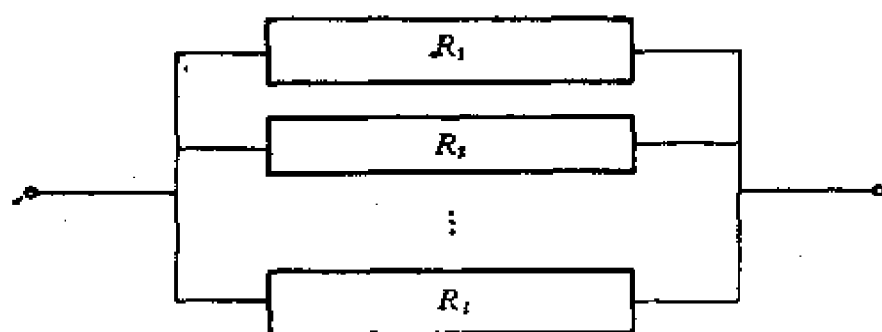


图 9—3 并联式系统

并联系统的可靠性

$$R = 1 - \prod_{i=1}^l (1 - R_i) \quad (9-32)$$

式中 R ——并联系统可靠性；

R_i ——第 i 个分系统可靠性。

可靠性并联系统的可靠性 R 大于组成它的各分系统的可靠性。

例 5 固体火箭发动机点火器由两个并联的点火头组成，每个点火头的发火可靠性为 0.90，求点火器的发火可靠性。

解 由并联系统的可靠性公式(9—32)得

$$R = 1 - \prod_{i=1}^2 (1 - 0.9) = 0.99$$

因此，在可能引起系统失效的关键环节，采用冗余设计(并联)可以提高系统可靠性。

9.3.3 串并联式系统

可靠性串并联式系统的结构框图如图 9-4 所示。

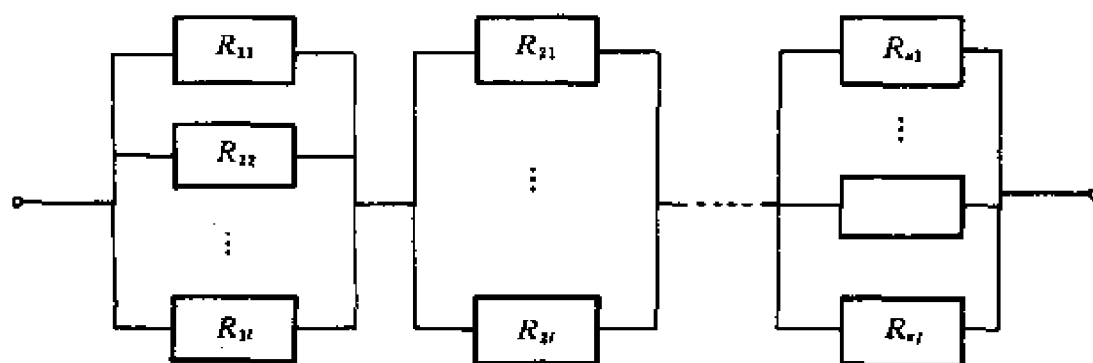


图 9-4 串并联式系统

串并联式系统的可靠性

$$R = \prod_{i=1}^n [1 - \prod_{j=1}^l (1 - R_j)] \quad (9-33)$$

在实际导弹系统中,经常都是串联系统,在关键环节采用并联系统以确保系统可靠性。

9.4 导弹与运载火箭系统的可靠性设计

系统可靠性设计是可靠性工程的关键阶段。搞好可靠性设计是保证产品质量的关键。

可靠性设计包括可靠性论证和可靠性设计两部分。它们分别是系统方案论证和设计的组成部分。

可靠性论证内容包括:

可靠性指标(战术技术指标的一部份)的确定;

可靠性指标的分配;

可靠性指标的预测。

可靠性设计内容主要研究提高系统固有可靠性的技术和减少

生产使用过程中可靠性降低的技术。

可靠性设计是与导弹的使用环境、研制周期和研制成本密切相关的。

9.4.1 导弹系统可靠性指标的确定

导弹系统可靠性指标体现军方对系统可靠性的要求和生产研制工作的可靠性水平。

可靠性指标过高,将增加研制难度、周期和成本,甚至使研制工作失败。而可靠性指标过低,则影响导弹使用效能,增加维护使用的工作量和费用。因此综合来看,导弹系统可靠性指标的确定,必须充分平衡上述两方面的影响,求得性能符合技术战术要求且经济性最好、研制周期最短的方案。

确定可靠性指标的方法较多,本节只介绍符合我国导弹研制实际情况,且比较简单可靠的方法。

一、成本—性能—可靠性曲线求解法

成本、可靠性和导弹性能在工程上都有一个置信区间(不同方案对成本、可靠性及导弹性能的置信度有不同要求)。假定在置信度 γ 下,可靠性的置信区间为 $[R_l, R_u]$,允许最高成本为 $C_{\Sigma\max}$,最低成本为 $C_{\Sigma\min}$ 。于是,成本、可靠性综合区间为

$$C_{\Sigma\min} \leq C \leq C_{\Sigma\max} \quad (9-34)$$

$$R \geq R_l$$

显然,对应一种导弹的性能,存在一个可靠性与生产费用的最佳比值点。

$$\frac{R^*}{C_{\Sigma\min}}$$

在此性能指标下,成本—可靠性的综合平衡设计,可选择确定一组成本—可靠性区间值,如图 9-5 所示。

由于对导弹的性能要求不同,因此 C_p, C_u 也是不同的,所得的

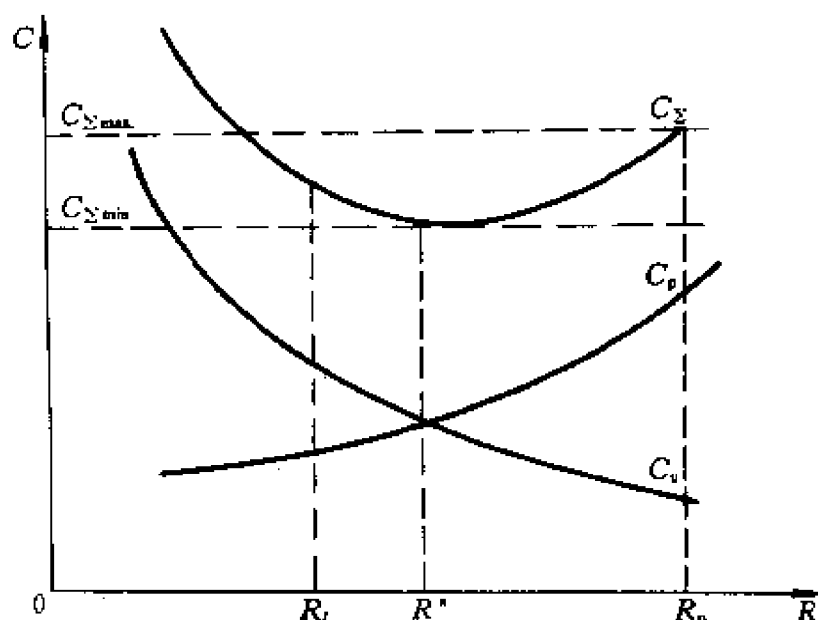


图 9-5 成本—可靠性—性能曲线

C —成本; C_p —生产研制成本; C_u —使用维修成本; C_Σ —综合成本。

可靠性要求显然也不一样。

二、以满足单发命中概率为目标的可靠性指标确定法

武器的单发命中概率,是武器战术技术性能的重要因素。而它与武器的可靠性是密切相关的,这可以从下式看出:

$$P_1 = P_w P_g R P_{an} \quad (9-35)$$

式中 P_1 ——导弹单发命中概率;

P_w ——弹头威力不小于规定值的概率;

P_g ——制导系统将导弹导引到目标杀伤区内的概率;

R ——导弹飞行中可靠性;

P_{an} ——导弹突防生存概率。

由于 P_1 是由军方提出的设计指标,是必须满足的,因此应当协调 P_w, P_g, P_{an}, R 的关系,综合分析各项指标的可能范围以及由此带来的研制成本,研制周期的变化,而后确定导弹的可靠性指标 R 值。

9.4.2 可靠性指标的分配

系统可靠性分配是将确定的系统可靠性指标分配给构成系统的各分系统,是逐级分配的过程。可靠性分配的合理性,取决于对各分系统的实际可靠性水平的充分了解和对各分系统可靠性指标提高的潜力的正确估计。

一、串联系统可靠性的比例分配法

设系统可靠性指标为 R^* , 系统实际可靠性为 R , 且

$$R = \sum_{j=1}^l R_j \quad (9-36)$$

(R_j 为第 j 个分系统可靠性, l 是构成系统的分系统个数)。于是系统不可靠性指标

$$F^* = 1 - R^*$$

各分系统实际不可靠度

$$F_j = 1 - R_j$$

各分系统的实际不可靠性综合为

$$\sum_{j=1}^l F_j$$

分配比例因子

$$K_j = \frac{F^*}{\sum_{j=1}^l F_j} = \frac{1 - R^*}{\sum_{j=1}^l F_j}$$

则允许的分系统的不可靠度为

$$F_j^* = K_j F_j = \frac{(1 - R^*) F_j}{\sum_{j=1}^l F_j} \quad (9-37)$$

因此分系统可靠性分配值

$$R_j^* = 1 - F_j^*$$

分配后,系统的可靠性指标

$$R^* = \prod_{j=1}^l R_j^*$$

例 6 由三个分系统组成的可靠性串联系统,其可靠性指标要求 $R^* = 99\%$, 三个分系统的可靠度分别为: $R_1 = 0.995, R_2 = 0.985, R_3 = 0.980$, 试作系统可靠性分配。

解 根据可靠性串联系统的比例分配方法列表(表 9-1)。

表 9-1 串联系统可靠性比例分配

j	分系统实际可靠度 R_j	$F_j = 1 - R_j$	$F_j^* = K_j F_j$	$R_j^* = 1 - F_j^*$
1	0.9950	0.0050	0.00125	0.99875
2	0.9850	0.0050	0.00375	0.99625
3	0.9800	0.0200	0.00500	0.99500
	系统实际可靠性 $R = \sum_{j=1}^3 R_j$	$\sum_{j=1}^3 F_j$	$\sum_{j=1}^3 F_j^*$	R^*
	0.9605 < 99%	0.0400	0.0100	0.99003

$$K_j = \frac{1 - R^*}{\sum_{j=1}^3 F_j} = \frac{1 - 0.99}{0.04} = 0.25$$

$$R^* = 0.99003 > 0.99$$

故系统可靠性分配满足要求。

二、并联可靠性系统分配法

设系统由分系统 A, B 并联而成。则

$$R = 1 - (1 - R_A)(1 - R_B) \quad (9-38)$$

系统可靠性指标为 R^* , 分两种情况研究:

1. 已知一个分系统的可靠性指标(或实际可靠性水平), 例如分系统 R_A

已知, 则

$$R_B = 1 - [(1 - R^*) / (1 - R_A)] \quad (9-39)$$

2. 已知分系统的可靠性比例因子 I , 例如: $I = \frac{R_A}{R_B}$ 则

$$R_A = I R_B$$

由于

$$R^* = 1 - (1 - R_A)(1 - R_B)$$

$$\begin{aligned}
 &= 1 - [1 + IR_B^2 - (1 + I)R_b] \\
 \therefore &R_b^2 - (1 + I)R_b/I + R^*/I = 0 \\
 \therefore &R_B = \frac{1 + I}{2I} \pm \left[\frac{(1 + I)^2}{4I^2} - \frac{R^*}{I^3} \right]^{\frac{1}{2}} \\
 &R_A = IR_B
 \end{aligned}$$

R_B 有两个解,判定其中一个合理解。

应当指出,导弹系统可靠性指标分配的方法甚多,这里只介绍了两种最基本的分配方法,更为复杂的系统的分配方法可参考有关资料。

9.4.3 提高导弹系统固有可靠性的设计技术

最大限度提高导弹系统固有可靠性,是导弹可靠性设计的基本任务。本节只讨论几种导弹总体设计中最常用的最可靠的可靠性设计技术。

一、系统简化设计

导弹系统从总体来看是一个串联系统。由串联系统的可靠性分析知道,组成系统的分系统越少,则系统的可靠性越高,因此在功能满足要求的条件下,减少分系统数和元件数是提高导弹系统固有可靠性的基本方法。

诚然,简化设计决不是笼统地减少分系统或元器件,而是在对系统功能分析和失效分析的基础上,简化失效性因素,也即尽量减少最容易失效的元器件数。

二、冗余设计

冗余设计是采用现有技术水平,使系统可能达到的可靠性指标远高于现有系统的可靠性指标的最切实可行的方法。因此在导弹系统指标论证及系统可靠性设计中,为解决系统可靠性指标过高,而实际分系统可靠性水平过低的矛盾,常采用冗余设计技术。

冗余系统的可靠性属并联系统可靠性范畴,因此

$$R = 1 - \prod_{j=1}^n (1 - R_j) \quad (9-40)$$

式中 n ——并联分系统数。

随着 n 数增加, R_1 不变条件下, 系统可靠度 R 增大。但增长率却不断减小, 最终趋近于常数。以 $R_1 = 0.7$ 为例, 当 n 改变时, R_n 随 n 的变化状态如表 9-2 和图 9-6 所示。

表 9-2 系统可靠性 R 随 n 的变化状态

n	2	3	4	5	6	7
R_n	0.910	0.975	0.9919	0.9976	0.9327	0.9378
R_n/R_1	1.30	1.390	1.417	1.425	1.427	1.428

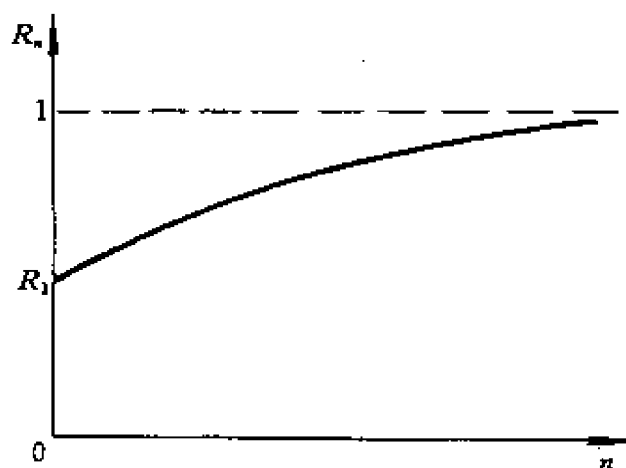


图 9-6 冗余系统可靠性的变化

三、降额设计

元器件故障概率 λ , 是在元器件所能承受的额定应力下给出的。 λ 值随着应力的变化而变化。当元器件工作在应力小于额定值时, 元器件的失效率是低于额定值的, 这就是降额设计的基本依据。

所谓降额设计, 就是在可靠性设计中, 通过人为降低元器件所承受应力的办法, 来降低元器件的失效率, 提高系统可靠性的技术。

实现降额设计的办法: 一是降低元器件承受的应力值; 二是提

高元器件的强度。

例 7 某探空火箭发动机燃烧室压强选择采用两种可能方案:

$$(1) \quad p_{c,\max 1} = 10.724 \quad (\text{MPa})$$

$$(2) \quad p_{c,\max 2} = 8.035 \quad (\text{MPa})$$

已知选用的壳体材料、尺寸性能如下:

$$R_c = 125 \times 10^{-3} \pm 0.375 \times 10^{-3} \quad (\text{m})$$

$$\sigma_s = 931 \pm 111.72 \quad (\text{MPa})$$

根据试验数据知道燃烧室压力波动为最高压强的 $\pm 12\%$ 左右。试求该发动机的可靠性变化。

解 各参数的数学预算与标准偏差

$$\bar{R}_c = 125 \times 10^{-3} \quad (\text{m})$$

$$\sigma_R = \frac{0.375}{3} \times 10^{-3} = 0.125 \times 10^{-3} \quad (\text{m})$$

$$\bar{\sigma}_s = 931 \quad (\text{MPa})$$

$$\sigma_{sS} = \frac{111.2}{3} = 37.24 \quad (\text{MPa})$$

第一种方案

$$\bar{p}_{c,\max 1} = 10.724 \quad (\text{MPa})$$

$$\sigma_{pc} = 0.4288 \quad (\text{MPa})$$

根据第四强度理论计算壳体可承受的内压极限值为

$$p'_{c,\max} = 16.7746 \quad (\text{MPa})$$

$$p'_{c,\min} = 11.2539 \quad (\text{MPa})$$

$$\therefore \quad \bar{p}'_c = 14.014 \quad (\text{MPa})$$

$$\sigma'_{pc} = 0.92 \quad (\text{MPa})$$

按正态分布律系统可靠性评定准则,对小子样条件下可算出其可靠性下限

$$R_{L1} = \phi\left(\frac{\bar{p}'_c - \bar{p}_c}{(\sigma_{pc}^2 + \sigma_{pc}'^2)^{\frac{1}{2}}}\right)$$

$$\begin{aligned}
&= \phi\left(\frac{14.014 - 10.724}{(0.4288^2 + 0.92^2)^{\frac{1}{2}}}\right) \\
&= 0.99941
\end{aligned}$$

第二种方案

$$\begin{aligned}
\bar{p}_{c,\max 2} &= 8.035 \quad (\text{MPa}) \\
\sigma_{pc} &= 0.321 \quad (\text{MPa})
\end{aligned}$$

其他参数不变,算出壳体之可靠性下限

$$R_{t2} = 0.99999$$

由上例可以看出适当地降低燃烧室压强,可以使发动机壳体工作可靠性达到四个 9 以上。

9.5 导弹与运载火箭系统的可靠性评估

导弹与运载火箭的可靠性的最终评估,是依靠地面试验和飞行试验来确定的。设计的可靠性指标能否真正达到,要靠花费巨大的一系列试验来检验。根据国外统计,在地面试验和靶场试验期间所花费的费用为整个研制经费的 10%~30% 左右。因此,精心组织每一次试验,保证获得尽可能多的有效数据是非常重要的。

随着试验的进程和试验数量的增加,导弹系统的可靠性参数在不断变化。

根据产品的工作特性不同,介绍两种可靠性评估方法。

一、成败型系统可靠性的评定方法

设某系统作 n 次试验,得到成败型子样:成功数 s ,失败数 f ,且有

$$n = s + f$$

则系统的可靠度

$$R = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{s}{n} \quad (9-41)$$

R 的点统计估计

$$R^* = \frac{s}{n} \quad (9-42)$$

所以出现上述试验结果的概率 $P(x=s)$ (x 为成功数, 是偶然量) 且为

$$P(x=s) = C_n^s R^s (1-R)^{n-s} \quad (9-43)$$

成功数 x 大于和等于 s 的概率为

$$P(x \geq s) = \sum_{x=s}^n C_n^x R^x (1-R)^{n-x} \quad (9-44)$$

当 R 接近或等于其下限 $R_{l,c}$ 时, 成功数 x 大于实测成功数 s 的可能性很小, 是小概率事件, 即

$$P(x \geq s | R = R_{l,c}) = \sum_{x=s}^n C_n^x R_{l,c}^x (1-R)^{n-x} \quad (9-45)$$

在确定的置信度 γ 之下

$$\begin{aligned} P(x \geq s | R = R_{l,c}) \\ = \sum_{x=s}^n C_n^x R_{l,c}^x (1-R_{l,c})^{n-x} = 1 - \gamma \end{aligned} \quad (9-46)$$

上式以 (n, F, γ) 为自变量制成表, 可查得 $R_{l,c}$ 。

对于试验全部成功的情况 ($f=0, s=n$):

上式变成

$$R_{l,c}^n = R_{l,c}^n = 1 - \gamma \quad (9-47)$$

或者写成

$$n = \frac{\ln(1-\gamma)}{\ln R_{l,c}} \quad (9-48)$$

此式是常用的成败型检验方法。即如果给定了置信度 γ 值, 试验了 n 次全部获成功, 则可得到该系统的可靠性下限 $R_{l,c}$ 值。

若 $f=1$ 时, 则可以导出

$$nR_{l,c}^{n-1} - (n-1)R_{l,c}^n = 1 - \gamma \quad (9-49)$$

对于给定的 $(R_{l,c}, \gamma)$, 用迭代法求解 n , 或反过来应用。

例 8 某导弹助推火箭作了 24 次地面试验, 取得了成败型结果, 求在置信度为 80% 之下, 助推火箭可靠性下限 $R_{l,c}$ 。

解 设 $f=0, 1, 2$ 三种情况。

根据 (n, f, γ) 查正态分布表获得表 9-3。

表 9-3

f	0	1	2
$R_{L,c}$	0.9351	0.8803	0.8300

显然由于有置信度 γ ,故 $R_{L,c} < R^*$ 。

二、正态型系统可靠性评定方法

分两种情况研究正态型系统可靠性评定方法。

1. 导弹结构可靠性的评定

导弹试验一般都属于小子样情况。

设产品结构强度 X , 载荷(应力) Y ($Y < X$), 则定义结构可靠性

$$R = P[(X - Y) > 0] \quad (9-50)$$

若 $X \in N(\mu_x, \sigma_x)$, $Y \in N(\mu_y, \sigma_y)$, 并令强度余度 $Z = X - Y$, 则

$$Z \in N(\mu_z, \sigma_z)$$

式中

$$\begin{cases} \mu_z = m_z = m_x - m_y \\ \sigma_z^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2 \end{cases}$$

\therefore

$$\begin{aligned} R = P(Z > 0) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_z} \int_0^{\infty} e^{-\left[\frac{(z-m_z)^2}{2\sigma_z^2}\right]} dz \\ &= \Phi\left(\frac{m_x}{\sigma_z}\right) \end{aligned} \quad (9-51)$$

或写成

$$R = \Phi\left(\frac{m_x - m_y}{\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}}\right)$$

若 $\sigma_x, \sigma_y, m_x, m_y$ 已求得, 则 R 可解出。

例 9 已知导弹尾舱的结构参数 $\sigma_x = 3, \sigma_y = 4, \mu_x = 25, \mu_y = 10$ 。则可求出该舱的结构可靠性:

$$R = \Phi\left(\frac{25 - 10}{\sqrt{3^2 + 4^2}}\right) = \Phi(3) = 0.99865$$

2. 导弹某项性能可靠性评定

若导弹某项性能试验后获其参数分布特征值 μ_x, σ_x 。则性能 x 的可靠性如下:

(1) 单边可靠性

$$R = P(x < l) = \Phi\left(\frac{l - \mu_x}{\sigma_x}\right) \quad (9-52)$$

(2) 双边性能可靠性

$$R = P(l_1 \leq x \leq l_2) = \Phi\left(\frac{l_2 - \mu_x}{\sigma_x}\right) - \Phi\left(\frac{l_1 - \mu_x}{\sigma_x}\right)$$

上面我们仅仅介绍了一些经典的可靠性评定方法,由于经典方法存在一定不足之处,因此目前在可靠性评估理论方面,贝叶斯方法获得了比较广泛的应用,读者可以参考有关资料。应当指出,对成败型试验可靠性评定,无论是经典方法还是贝叶斯方法,其估计都是很保守的。更加实用的可靠性估计值,可按下式进行:

$$R_{M,s} = 1 - \frac{f + 1}{n + 2} = \frac{s + 1}{n + 2} \quad (9-53)$$

当 $n > 2$ 时,即可使用。上式可以由数学方法严格推导出来,也是经验公式。

第十章 弹道导弹总体设计示例

10.1 弹道导弹总体设计及其模型

一、总体设计的任务

弹道导弹总体设计的任务如下：

给定最大射程 L_{\max} 和有效载荷 m_{pl} ，要求确定在保证资源耗费最少条件下完成特定任务的弹道导弹的特性(参数)。

因此，总体设计是在下述已知条件下确定导弹最优参数。这些条件是在战术技术指标论证时确定的，通常包括：

有效载荷 m_{pl}

最大射程 L_{\max}

可靠度 R

工艺装备和发射设施类型与特性、准备程度 t_b 等。

二、总体设计的逻辑模型

总体设计的逻辑模型包括：

导弹方案的选择；

动力装置和推进剂种类及性能选择；

导弹的结构布局；

飞行弹道计算；

飞行程序和设计参数优化；

质量分析与计算；

经济分析与有效性分析评定。

其总体设计框图如图 10—1 所示。

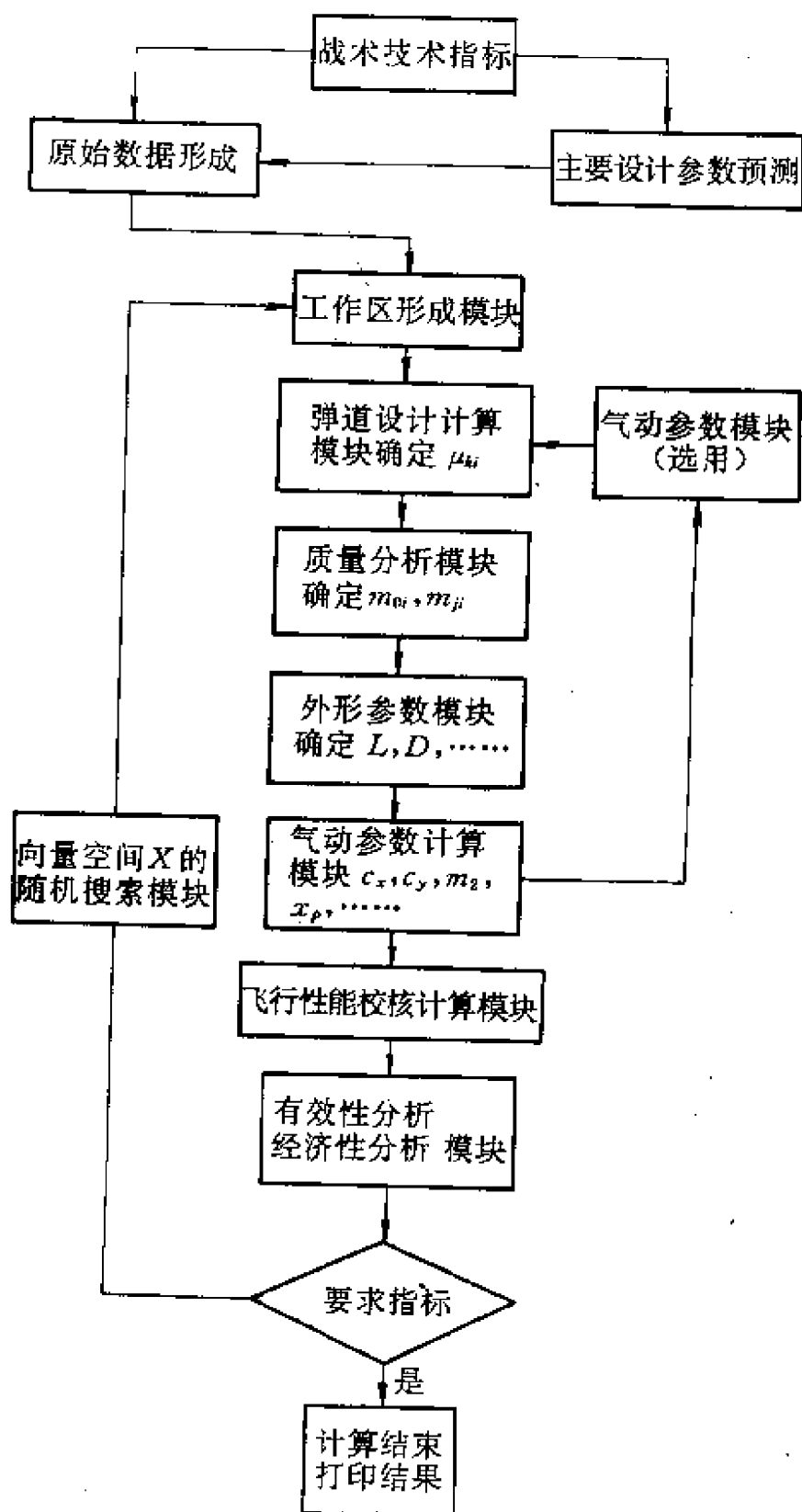


图 10—1 总体设计框图

10.2 弹道导弹总体设计的基本步骤与基本方法

以弹道导弹的总体设计为例,说明弹道导弹总体设计的基本内容、主要步骤和方法。不论动力装置为何种类型,总体布局属何种方案,弹道导弹的总体设计均按相同的顺序进行,其过程如下:

1. 选择火箭方案和结构布局方案。
2. 确定推进剂类型及特性和发动机类型。
3. 选择主要设计参数。
4. 确定发动机比推力。
5. 进行弹道设计,确定 μ_k, n_x, n_y, \dots 。
6. 确定质量特性、推力。
7. 确定几何特性。
8. 确定气动力特性。
9. 校核飞行特性计算。

为了达到最优解,上述主要步骤可以反复进行,直到满意为止。

下面所举例子,由于计算工作量大,而又简单,因此没有确定最优设计参数,这些最优参数的确定,可按第五章、第六章介绍的方法进行。

例1 试作一枚装有液体火箭发动机的远程弹道导弹的总体设计,并给定:

导弹最大射程

$$L_{\max} \geq 11000 \quad (\text{km})$$

导弹有效载荷

$$m_{\text{pl}} = 1500 \quad (\text{kg})$$

一、确定导弹总体方案和结构布局

1. 导弹的总体方案确定为二级串联液体推进剂火箭,采用两级等直径外形。

2. 导弹的总体结构布局如图 10-2 所示。

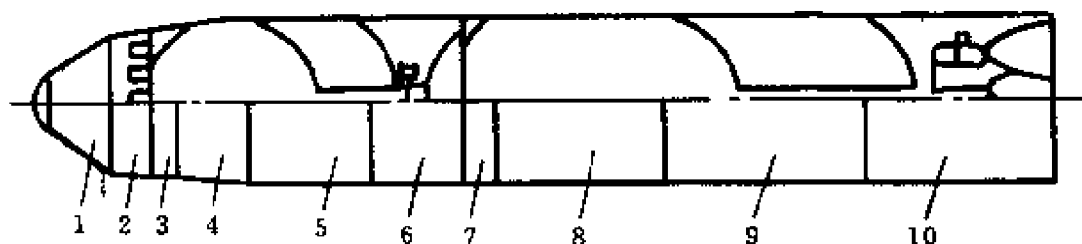


图 10-2 二级液体弹道导弹总体布局

- 1—弹头；2—仪器舱；3—过渡舱；4,5—二级氧化剂和燃烧剂箱；
 6—二级发动机；7—过渡舱；8,9—一级氧化剂和燃烧剂箱；10—尾舱。

3. 采用推力向量控制方式，一级采用摆动喷管，二级采用姿控发动机。

二、推进剂性能及类型选择

1. 根据目前国产推进剂的状况，两级火箭发动机推进剂均采用 N_2O_4 、偏二甲肼。其性能参数如下：

$$P_{sp,ct} = 268 \quad (s)$$

$$\rho_0 = 1.45 \quad (g/cm^3)$$

$$\rho_b = 0.808 \quad (g/cm^3)$$

$$\bar{\rho}_p = 1.185 \quad (g/cm^3)$$

$$K = c_p/c_v = 1.23$$

$$K_c = 2.8$$

$$T_0 = 3360 \quad (K)$$

2. 设计状态下，地面、真空比推力可按下式计算：

$$P_{sp}^r = 0.95P_{sp,ct} + 21 + 0.76p_c - 0.003p_c^2 - 70p_c + 25p_c^2$$

$$P_{sp,v} = P_{sp}^r + \frac{RT}{g_0^2 P_{sp}^r} \left(\frac{p_c}{p_c} \right)^{\frac{K-1}{K}}$$

式中 R —— 气体常数；

T —— 燃烧温度；

K —— 绝热指数;

p_a, p_c —— 燃烧室压力和喷口压力, 是设计参数, 由选择确定。

三、设计参数的选择

弹道式导弹主要设计参数为

$$n, \epsilon, \bar{P}_{0i}, P_{mi}, p_{ci}, p_{ai}, \dots$$

由题意给出火箭的级数为 $n=2$;

$$\epsilon = \mu_{K2} / \mu_{K1}$$

按照最佳质量分配理论分析可取

$$\epsilon = 1.2$$

$$\bar{P}_{01} = 1.818$$

$$\bar{P}_{02} = 1.429$$

$$p_{c1} = 9.8 \quad (\text{MPa})$$

$$p_{c2} = 7.85 \quad (\text{MPa})$$

$$p_{a1} = 0.049 \quad (\text{MPa})$$

$$p_{a2} = 0.0145 \quad (\text{MPa})$$

$$P_m = 16000 \quad (\text{kg/m}^2)$$

以上是初次选取值, 最佳值则可按参数选优方法求解。

四、设计弹道参数计算

设计弹道参数计算按以下步骤进行:

1. 由最大射程要求反过来确定主动飞行段终点参数

$$v_k, \theta_k, h_k, L_k$$

(1) 按参考文献[5]中表 2.1 选择出下列参数:

$$L_{\max} = 11000 \quad (\text{km})$$

$$h_k = 237.5 \quad (\text{km})$$

$$L_k = 550 \quad (\text{km})$$

由于 $\bar{P}_{01} = 1.818 \approx 2$, 故上述参数可不修正。

(2)按公式

$$\theta_k^* = \frac{1}{2} \arctan \frac{R \sin \beta_c}{(R + h_k) - R \cos \beta_c}$$

而

$$\beta_c = \frac{L_{\max} - L_k}{R} = 1.609 \quad (\text{rad})$$

将有关参数代入,可算出

$$\theta_k^* = 21^\circ$$

(3)根据已求出的 θ_k^*, β_c , 可以求出最小能量弹道要求的 $v_{k,\min}$

$$v_{k,\min} = \sqrt{\frac{2\pi_0}{R + h_k} \tan \frac{\beta_c}{2} \tan \theta_k^*}$$

式中, $\pi_0 = 3.98 \times 10^{14} (\text{m}^3/\text{s}^2)$ 是一常数, 代入各项参数可算出

$$v_{k,\min} = 6935 \quad (\text{m/s})$$

2. 根据求出之最小主动飞行段终点速度 $v_{k,\min}$, 确定推进剂相对质量系数 μ_k

(1)两级速度分配。根据最佳质量分配系数

$$\varepsilon = \mu_{k2}/\mu_{k1} = 1.2$$

的条件, 忽略两级的速度损失的差别时, 由齐奥尔柯夫斯基公式可算出

$$\frac{\Delta v_{k2}}{\Delta v_{k1}} = 1.2$$

$\Delta v_{k1}, \Delta v_{k2}$ 分别代表两级火箭的增速, 即

$$\Delta v_{k2} = 1.2 \Delta v_{k1}$$

$$\therefore 2.2 \Delta v_{k1} = v_{k,\min} = 6935 \quad (\text{m/s})$$

$$\therefore \Delta v_{k1} = 3152.27 \quad (\text{m/s})$$

$$\Delta v_{k2} = 3782.73 \quad (\text{m/s})$$

(2)根据主动飞行段相对参量运动微分方程求参数 $\mu_{k1}, \mu_{k2}, n_x(\mu), n_x(t)$ 。

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dv}{d\mu} &= \frac{g_0 P_{sp,0}}{1-\mu} - \frac{P_{sp,0}(p_c - p_a)}{P_m(1-\mu)\bar{P}_0} - \frac{P_{sp,0} q c_x}{\bar{P}_0 P_m(1-\mu)} \\ &\quad - \frac{1}{\bar{P}_0} P_{sp,0} g \sin \theta \\ \frac{d\theta}{d\mu} &= \frac{1}{v} \left[\frac{P_{sp,0} q c_y^a}{\bar{P}_0 P_m(1-\mu)} - \frac{1}{\bar{P}_0} P_{sp,0} g \cos \theta \right] \\ \frac{dx}{d\mu} &= \frac{1}{\bar{P}_0} P_{sp,0} v \cos \theta \\ \frac{dy}{d\mu} &= \frac{1}{\bar{P}_0} P_{sp,0} v \sin \theta \\ \varphi &= \varphi_{pr}(\mu) \\ \alpha &= \varphi - \theta \\ g &= g_0 \left(\frac{R}{R+y} \right)^2 \end{aligned} \right.$$

上列方程组的积分分两段进行。

第一级火箭主动飞行段：

积分的初始条件

$$\mu_{01} = 0, x_0 = 0, y_0 = 0, \alpha_0 = 0, \theta_0 = 90^\circ$$

积分的终止条件

$$\mu = \mu_{k1}, v = v_{k1} = 3152.27 \pm 2 \quad (\text{m/s})$$

第二级火箭主动飞行段：

积分的初始条件

$$\mu_{02} = \mu_{k1}$$

$$v_{02} = v_{k1} = 3152.27 \pm 2 \quad (\text{m/s})$$

$$x_{02} = x_{k1}, \quad y_{02} = y_{k1}, \quad \theta_{02} = \theta_{k1}$$

积分的终止条件

$$v = v_{k2} = 6935 \pm 5 \quad (\text{m/s})$$

$$\mu = \mu_k, \quad x = x_k, \quad y = y_k, \quad \theta = \theta_k^*$$

可以使用四阶龙格—库塔法进行数值积分求解。

(3) 积分参数： c_x, c_y^a, ρ, p_a 的求取。

首先按原准弹作参考给出粗略的气动系数 c_x, c_y^a 进行初算，然

后根据初次计算后所得数据进行设计,得到火箭外形参数,进行气动计算求出比较精确的气动系数,进行弹道校核。

现给出参考的气动系数 c_x, c_y^e 值如下:

$$c_x = \begin{cases} 0.29 & 0 < Ma \leq 0.8 \\ Ma - 0.51 & 0.8 \leq Ma \leq 1.07 \\ 0.091 - \frac{1}{2Ma} & Ma \geq 1.07 \end{cases}$$

$$c_y^e = \begin{cases} 2.8 & 0 \leq Ma \leq 0.25 \\ 2.8 + 0.447(Ma - 0.25) & 0.25 \leq Ma \leq 1.1 \\ 3.18 - 0.660(Ma - 1.1) & 1.1 \leq Ma \leq 1.6 \\ 2.85 + 0.350(Ma - 1.6) & 1.6 \leq Ma \leq 3.6 \\ 3.55 & Ma \geq 3.6 \end{cases}$$

α 用弧度单位;大气参数 ρ, p_a 可以根据国际大气标准表输入或按下列公式计算:

海平面 温度

$$T_0 = 288.15 \quad (\text{K})$$

密度

$$\rho_0 = 0.12495 \quad (\text{kg/m}^3)$$

高度

$$H = 0 \sim 11(\text{km})$$

$$T = 288.15 - 0.0065H \quad (\text{K})$$

$$\rho = \rho_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{4.25588} \quad (\text{kg/m}^3)$$

$$H = 11 \sim 20(\text{km})$$

$$T = 216.65 \quad (\text{K})$$

$$\rho = 0.36392 / \exp\left(\frac{H - 11000}{6341.62}\right) \quad (\text{kg/m}^3)$$

$$H = 20 \sim 32(\text{km})$$

$$T = 216.65 + 0.01(H - 20000) \quad (\text{K})$$

$$\rho = 0.088035 \times \left(\frac{216.65}{T} \right)^{35.1632} \quad (\text{kg/m}^3)$$

$H=32\sim 47(\text{km})$

$$T=228.65+0.0028(H-32000) \quad (\text{K})$$

$$\rho=0.013225\times\left(\frac{228.65}{T}\right)^{13.2011} \quad (\text{kg/m}^3)$$

$H=47\sim 51(\text{km})$

$$T=270.65 \quad (\text{K})$$

$$\rho=0.00142754/\exp\left(\frac{H-47000}{7922.27}\right) \quad (\text{kg/m}^3)$$

$H=51\sim 71(\text{km})$

$$T=270.65-0.0028(H-51000) \quad (\text{K})$$

$$\rho=0.0008616\left(\frac{T}{270.65}\right)^{11.2011} \quad (\text{kg/m}^3)$$

$H=71\sim 86(\text{km})$

$$T=214.65-0.002(H-71000) \quad (\text{K})$$

$$\rho=0.000064211\left(\frac{T}{214.65}\right)^{16.0818} \quad (\text{kg/m}^3)$$

86km 以上, ρ 无公式计算, 但可查表获得。

根据理想气体公式

$$p = \rho RT$$

可以推出要求的大气压力。

(4) 飞程序 $\varphi(\mu)$ 的选择

由最佳飞程序分析论证, 可知弹道式导弹接近于最佳飞程序的近似程序:

$$\varphi(\mu) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} & 0 \leq \mu \leq 0.05 \\ 6.25\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_k\right)(0.45 - \mu)^2 + \varphi_k & 0.05 \leq \mu \leq 0.45 \\ \varphi_k & \mu \geq 0.45 \end{cases}$$

$$\varphi_k = \theta_k^* + \alpha_k = \theta_k^*$$

(5) 数值积分结果如下

$$\mu_{k1} = 0.709$$

$$\mu_{k2} = 0.794$$

五、质量分析计算与推力计算

1. 液体导弹的质量方程

$$m_{0i} = \frac{m_{0i+1}}{1 - N_i - (1 + K_i)\mu_{ki}}$$

对第一级, 取

$$N_1 = 0.031, \quad K_1 = 0.037$$

对第二级, 取

$$N_2 = 0.048, \quad K_2 = 0.047$$

则第二级火箭总质量为

$$\begin{aligned} m_{02} &= \frac{1500}{1 - 0.048 - (1 + 0.047) \times 0.794} \\ &= 120000 \quad (\text{kg}) \end{aligned}$$

第二级发动机推力为

$$P_{02} = \bar{P}_{02} m_{02} g_0 = 170 \quad (\text{kN})$$

第一级火箭总质量为

$$\begin{aligned} m_{01} &= \frac{12000}{1 - 0.031 - (1 + 0.037) \times 0.709} \\ &= 58000 \quad (\text{kg}) \end{aligned}$$

第一级发动机地面推力

$$P_{01} = \frac{m_{01} g_0}{\lambda_{01}} = 1035.5 \quad (\text{kN})$$

2. 推进剂质量

$$m_{p2} = \mu_{k2} m_{02} = 9528 \quad (\text{kg})$$

$$m_{p1} = \mu_{k1} m_{01} = 41122 \quad (\text{kg})$$

3. 其他各部分控制质量

总质量

$$m_{01} = 58000 \quad (\text{kg})$$

第一级总质量

$$m_{01}^* = m_{01} - m_{02} = 48472 \quad (\text{kg})$$

第二级总质量

$$m_{02}^* = m_{02} - m_{p1} = 10500 \quad (\text{kg})$$

第一级结构质量

$$m_{01}^* - m_{p1} = 7350 \quad (\text{kg})$$

第二级结构质量

$$m_{02}^* - m_{p2} = 972 \quad (\text{kg})$$

六、确定导弹几何尺寸

1. 弹径

$$D_m = \sqrt{\frac{4m_{01}}{\pi P_m}} = 2.148 \quad (\text{m})$$

2. 根据推进剂密度、质量、贮箱直径,确定第一级和第二级推进剂箱体长度 L_{p1} , L_{p2} , 以及发动机燃烧室及喷管长度 L_{c1} , L_{c2} 等,最后确定全弹总长度。

七、按理论力学方法确定火箭的质心、转动惯量(略)

八、根据已确定外形计算火箭气动力系数(具体方法参见导弹气动计算资料)

九、校核飞行特性

此时不再使用相对参量运动微分方程,而直接用主动飞行段、被动飞行段微分方程进行数值积分即可精确求解。

若计算结果满足给定的性能要求,则总体设计第一循环即告结束,以得出之参数作为对各分系统的设计要求下达给各分系统,待分系统反馈信息,然后进行协调和第二循环总体设计。

例 2 试设计一枚二级固体弹道导弹,已给定下列性能参数要求:

射程

$$L_{\max} \geq 4000 \quad (\text{km})$$

有效载荷

$$m_{p1} = 1000 \quad (\text{kg})$$

一、分析确定总体方案

1. 根据题意对射程为 4000km 的固体弹道导弹,应以二级串

联式方案布局为宜。其结构布局如图 10-3 所示。

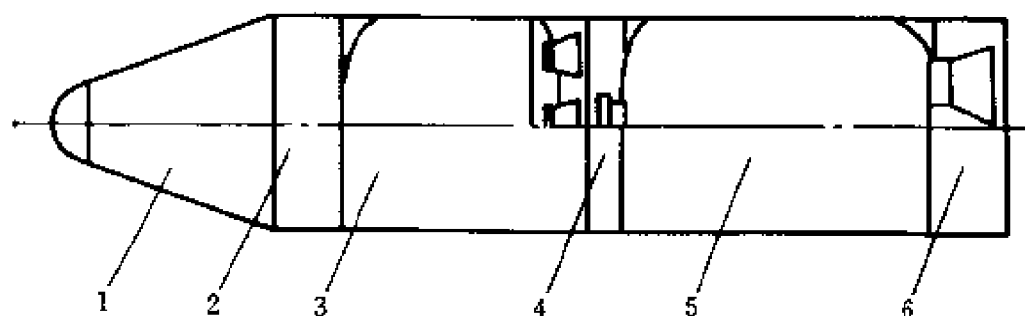


图 10-3 二级固体导弹总体布局

1—弹头；2—仪器舱；3—二级发动机；4—分离舱；5—一级发动机；6—尾舱。

2. 对中程弹道导弹，采用最常用的惯性制导系统。控制方式则使用推力向量控制，且一、二级均采用摆动喷管作为推力向量控制执行元件。

3. 级间分离系统，其一、二级间采用热分离方式，头部分离则采用爆炸螺栓解锁、反喷分离。

4. 发动机参数及推进剂性能选择。从提高导弹总体性能出发，根据国产复合固体推进剂生产状态，拟采用丁羟基聚丁二烯复合推进剂。目前国产推进剂主要性能指标如下：

密度

$$\rho_p = 1.72 \quad (\text{g/cm}^3)$$

比冲

$$I_{sp,st} = 2256.3 \quad (\text{m/s})$$

燃速

$$u = u(p_c) = 1.74 p_c^{0.40} \quad (\text{mm/s})$$

燃温

$$T_{st} = 2790 \quad (\text{K})$$

采用高强度合金钢作燃烧室壳体材料，燃烧室压力可取较高值。考虑到压力对燃速和比冲的影响，现选择

第一级燃烧室压力

$$p_{c1} = 6.5 \quad (\text{MPa})$$

第二级燃烧室压力

$$p_{c2} = 3.0 \quad (\text{MPa})$$

第一级喷口压力

$$p_{a1} = 0.07 \quad (\text{MPa})$$

第二级喷口压力

$$p_{a2} = 0.02 \quad (\text{MPa})$$

于是可以根据参考文献[5]提供的公式(1.19)确定有效比冲如下:

$$I_{sp,1} = 2452.5 \quad (\text{m/s})$$

$$I_{sp,2} = 2501.6 \quad (\text{m/s})$$

5. 飞行程序的选择, 参照采用最优俯仰角程序(不进行详细分析)

$$\varphi = \begin{cases} \frac{\pi}{2} & 0 \leq \mu_1 \leq 0.05 \\ 6.25\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_k\right)(0.45 - \mu_1)^2 + \varphi_k & 0.05 \leq \mu_1 \leq 0.45 \\ \varphi_k & 0.45 \leq \mu_1, \mu_2 \end{cases}$$

二、火箭的质量参数估计

1. 推进剂相对质量系统的确定

推进剂相对质量系统的确定, 可以参照本书第六章分析论证方法确定二级导弹各级的推进剂质量分配原则。本节介绍用另一种方法进行一、二级推进剂质量优化分配。

由于推进剂相对质量系数主要取决于火箭应达到的主动飞行段终点最大速度 v_k 的要求。由于射程与最大速度直接相关, 又可以近似地表达成下列关系:

$$L = (1.04 \sim 1.07) \times 222.4 \arctan \frac{v_k^2}{1.58 \sqrt{62.5 - v_k^2}}$$

因为已经给定设计的火箭最大射程

$$L_{\max} \geq 4000 \quad (\text{km})$$

以此代入上式可求出必须满足的最大速度 v_k 值。

对于二级火箭的齐奥尔柯夫斯基公式,火箭所获得的理想速度为

$$v_m = g_0(P_{sp,1} \ln \frac{1}{1 - \mu_{k1}} + P_{sp,2} \ln \frac{1}{1 - \mu_{k2}})$$

考虑实际飞行中阻力和重力损失,引入系数 K_v ,则应满足

$$v_m = K_v v_k$$

于是得到火箭各级推进剂相对质量系数 μ_{k1}, μ_{k2} 应满足以下条件:

$$P_{sp,1} \ln \frac{1}{1 - \mu_{k1}} + P_{sp,2} \ln \frac{1}{1 - \mu_{k2}} \geq \frac{K_v}{g_0} v_k$$

根据最优化理论分析,可以将导弹总质量作为优选的目标,由质量方程

$$m_{01} = \frac{m_{pl}}{(1 - N_1 - (1 + K_1)\mu_{k1})(1 - N_2 - (1 + K_2)\mu_{k2})}$$

在结构参数选定以后也是 μ_{k1}, μ_{k2} 的函数,于是可以提出以下优化模型:

$$\begin{aligned} \min \quad & m_{01} = m_{pl} / (1 - N_1 - (1 + K_1)\mu_{k1}) \\ & \times (1 - N_2 - (1 + K_2)\mu_{k2}) \\ \text{S. t} \quad & I_{sp,1} \ln \frac{1}{1 - \mu_{k1}} + I_{sp,2} \ln \frac{1}{1 - \mu_{k2}} \geq K_v v_k \end{aligned}$$

并可采用最常用的罚函数法求解。当

$$N_1 = N_2 = 0.011$$

$$\alpha_{en1} = 0.083$$

$$\alpha_{en2} = 0.085$$

$$K_1 = 0.083$$

$$K_2 = 0.088$$

时,可以算出优化结果为

$$\mu_{k1} = 0.6072$$

$$\mu_{k2} = 0.7945$$

计算结果与按经验确定的最佳质量分配相一致。

2. 各子火箭的总质量

$$m_{02} = m_{p1} / [1 - N_2 - (1 + K_2)\mu_{k2}] = 8027 \quad (\text{kg})$$

$$m_{01} = m_{02} / [1 - N_1 - (1 + K_1)\mu_{k1}] = 24220 \quad (\text{kg})$$

3. 各级装药质量

$$m_{p1} = \mu_{k1} m_{01} = 14707 \quad (\text{kg})$$

$$m_{p2} = \mu_{k2} m_{02} = 6377 \quad (\text{kg})$$

4. 各级发动机质量

$$m_{en1} = \alpha_{en1} m_{p1} = 1221 \quad (\text{kg})$$

$$m_{en2} = \alpha_{en2} m_{p2} = 542 \quad (\text{kg})$$

三、外形参数的估算

固体火箭发动机外形尺寸主要取决于药柱的相对长度。前已分析固体火箭发动机药柱相对长度各级不同,现选取如下:

$$\bar{l}_{g1} = 4.0$$

$$\bar{l}_{g2} = 3.0$$

根据参考文献[5]式(3.81),可求出第二级火箭的直径

$$D_2 = \sqrt[3]{\frac{(1 - N_2)m_{02} - m_{p1}}{(1 + \alpha_{en2})\psi_2 \bar{l}_{g2}}} = 1.23 \quad (\text{m})$$

$$D_1 = 1.47 \quad (\text{m})$$

于是发动机绝对长度为

$$l_{g1} = 4 \times 1.47 = 5.88 \quad (\text{m})$$

$$l_{g2} = 3 \times 1.23 = 3.69 \quad (\text{m})$$

弹道导弹通常采用钝圆头锥形头部,带稳定裙的圆柱段,总长度为直径的 2~3 倍。则头部总长为

$$l_h = 3 \times 1.23 = 3.69 \quad (\text{m})$$

于是火箭总长度大约为

$$l_m = l_h + l_{g1} + l_{g2} = 13.26 \quad (\text{m})$$

火箭总长细比

$$\bar{l}_m = \frac{13.26}{1.47} = 9.02$$

在一般的设计规范以内。

四、弹道计算

按总体设计步骤,在初步方案及主要参数选定以后,应当进行设计弹道计算,对主要设计参数进行优选,并估算弹道特性是否满足设计指标。

由于各分系统总体设计参数尚未求出,在弹道计算时应以相对参量运动微分方程进行。利用相对参量运动微分方程(见例1),将主要参数 P_m, \bar{P}_0 作为设计参数,可以进行优化设计处理,确定出最佳参数 $P_m^*, \bar{P}_0^*, \mu_k^*$ 等。以校核前面所选参数的合理性并进行修正。限于篇幅本例不进行优选过程,只对已选择的参数进行弹道性能校核。于是,计算弹道的参数值列出如下:

$$P_{m1} = 14270 \quad (\text{kg/m}^2)$$

$$P_{m2} = 6755 \quad (\text{kg/m}^2)$$

$$\lambda_{01} = 0.42$$

$$\lambda_{02} = 0.24$$

$c_x, c_y, \rho(H)$ 之值可按某一参考弹型之值取定(见例1)。

采用四阶龙格—库塔法积分,其结果如下:

$$v_{k1} = 1132.75 \quad (\text{m/s})$$

$$H_{k1} = 19.5 \quad (\text{km})$$

$$v_{k2} = 5245.1 \quad (\text{m/s})$$

$$H_{k2} = 122.8 \quad (\text{km})$$

$$L_{\max} = 4091.55 \quad (\text{km})$$

由于最大射程 $L_{\max} > 4000\text{km}$, 故上述方案满足设计指标。

五、火箭总体参数及发动机参数

将火箭总体参数及发动机参数进行整理,作为向各分系统下达的设计指标的原始依据:

火箭总质量	24220 (kg)
第一级总质量	16190 (kg)
第二级总质量	7030 (kg)
第一级推进剂质量	14707 (kg)
第二级推进剂质量	6377 (kg)

火箭总长度	13.26 (m)
第一级发动机长度	5.88 (m)
第二级发动机长度	3.69 (m)
一级火箭直径	1.47 (m)
二级火箭直径	1.23 (m)
一级火箭推力	

$$F_1 = \frac{m_{01}g}{\lambda_{01}} = 565710 \quad (\text{N})$$

二级火箭推力

$$F_2 = \frac{m_{02}g}{\lambda_{02}} = 287351 \quad (\text{N})$$

一级火箭工作时间

$$t_1 = \frac{m_{p1} P_{sp,1}^r}{F_1} = 63.76 \quad (\text{s})$$

二级火箭工作时间

$$t_2 = \frac{m_{p2} P_{sp,2}^r}{F_2} = 55.5 \quad (\text{s})$$

参考文献

- 1 中国大百科全书编委会. 中国大百科全书. 航空航天卷. 北京:中国大百科全书出版社,1985
- 2 钱学森. 星际航行概论. 北京:科学出版社,1963
- 3 龙乐豪. 总体设计(上). 北京:宇航出版社,1989
- 4 (美)詹姆斯·康斯坦特. 进攻性战略武器. 梅益超等译. 北京:宇航出版社,1986
- 5 (苏)瓦弗洛缅也夫 B N. 弹道式导弹设计和试验,邸晓华等译. 北京:国防工业出版社,1977
- 6 (苏)西纽科夫 A M. 固体弹道式导弹,赵儒源等译. 北京:国防工业出版社,1984
- 7 Щеверов Л. Н. Проектирование Беспилотных Летательных Аппаратов. Москва: издательство «машиностроение»,1978
- 8 黄寿康. 流体动力. 弹道. 载荷. 环境. 北京:宇航出版社,1991
- 9 (苏)米申 В И. 航天飞行器设计基础,纪绍钧译. 北京:航空工业出版社,1989
- 10 (苏)莫斯卡连科 Г М. 火箭动力学中的工程设计方法. 杜哲明译. 北京:宇航出版社,1984
- 11 (西德)海宁·吐尔. 最优化方法,欧天恒译. 北京:机械工业出版社,1982
- 12 姜寿春. 导弹制导技术. 北京:宇航出版社,1989
- 13 李忠应. 最优过程理论及其在飞行力学中的应用. 北京:北京航空航天大学出版社,1990
- 14 姜寿康. 张正方. 最优控制. 北京:国防工业出版社,1980
- 15 程国采. 弹道导弹制导技术与最优控制. 长沙:国防科技大学出版社,1987
- 16 竺苗龙. 多级火箭优化理论. 北京:宇航出版社,1988
- 17 Лебедев А. А. Динамика Полета. Оброниз,1962
- 18 徐明友. 火箭外弹道学. 北京:国防工业出版社,1980
- 19 Shaver R D. The Two-stage Sounding Rocket Problem. AD—657003, 1967
- 20 (美)海尔米 J N. 多级火箭最佳分析. 何一清译. 固体导弹技术,1984,3
- 21 Hyde J N. Optimal Intercept Trajectories of A Ground-launched Rocket. AD—868273
- 22 Marchal C. Optimal of Space Trajectories, Proceedings of the X X V I th. 1. AC. 1976
- 23 Vinh N X. Optimal Trajectories in Atmospheric Flight. Elserier

- 24 Chin S S. Missile Configuration Design. MCGRAW—HILL Book Company INC, 1961
- 25 Nilsen T N. Missile Aerodynamics. MCGRAW—HILL Book Company INC, 1960
- 26 (苏)别特洛夫 К П. 火箭空气动力学, 黄志澄译. 北京: 国防工业出版社, 1979
- 27 (苏)格拉曹夫斯基 Г Л. 幕次形旋转体超音速空气动力学, 安复兴译. 北京: 国防工业出版社, 1978
- 28 (苏)克拉斯诺夫 Н Ф. 旋成体空气动力学. 浙大应用力学组译. 北京: 科学出版社, 1956
- 29 纪楚群. 有翼飞行器气动力计算手册. 北京: 国防工业出版社, 1979
- 30 Muraca R J. An Empirical For Determining Static Distributed Aerodynamic Loads on Axisymmetric Multistage Launch Vehicles. NASA—Langley L—4669, 1978
- 31 (苏)谢尼可夫, А М. 弹道式导弹的设计. 黄祖蔚译. 北京: 国防工业出版社, 1974
- 32 何国伟. 可靠性工程概论. 北京: 国防工业出版社, 1989
- 33 吕顺祥. 系统质量与可靠性工程. 北京: 解放军出版社, 1988
- 34 郑岩盈, 张玉麟. 火工品可靠性评定的一种工程方法. 固体导弹技术, 1984, 3
- 35 正文超. 弹体结构强度可靠性设计的基本原理. 固体导弹技术, 1987, 2
- 36 李久祥. 统计分析在产品可靠性设计. 试验及验收中的应用. 固体导弹技术, 1983, 3
- 37 (美)雷蒙德 W D. 可靠性设计. 于碧媛译. 国外固体导弹, 1978, 4
- 38 Лебедев А А. Динамика Полета Оборонис. 1962
- 39 (日)川崎义人. 可靠性设计. 王思年译. 北京: 机械工业出版社, 1988

