第一推动丛书 第3辑

Elementary Particles and the Laws of Physics

从反粒子到最终定律

[美]理查德·费曼 S·温伯格/著 李培廉/译

湖南科学技术出版社

第一推动丛书 第3辑

Elementary Particles and the Laws of Physics

从反粒子到最终定律

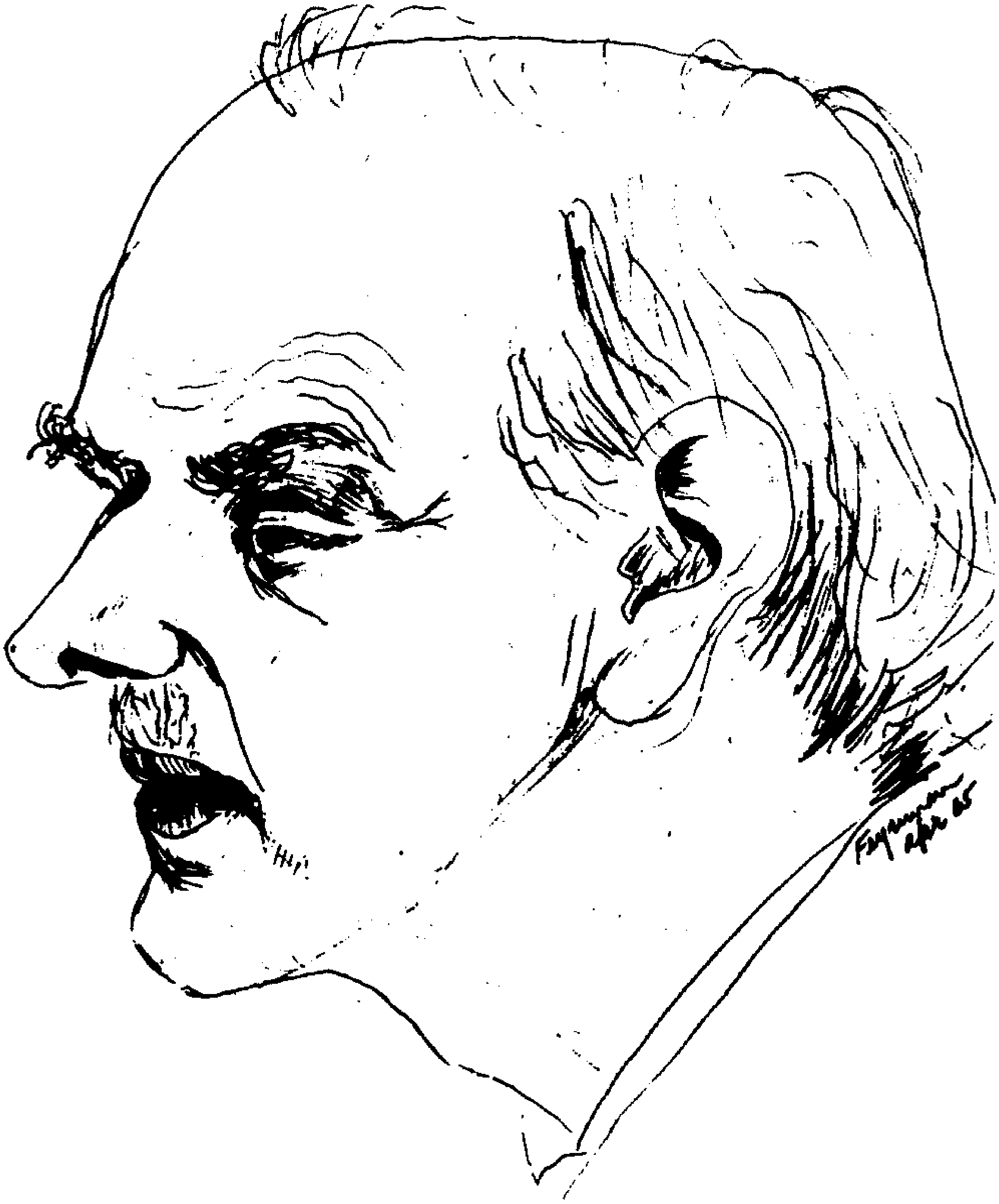
[美]理查德·费曼 S·温伯格/著 李培廉/译

湖南科学技术出版社

《第一推动丛书》 第3辑

从反粒子到最终定律

著　　者：[美] 理查德·费曼　S·温伯格
译　　者：李培廉
责任编辑：吴　炜　陈　刚
出版发行：湖南科学技术出版社
社　　址：长沙市湘雅路280号
　　　　　http://www.hnstp.com
邮购联系：本社直销科　　0731—4375808
印　　刷：深圳市彩帝印刷实业有限公司
　　　　　（印装质量问题请直接与本厂联系）
厂　　址：深圳市福田区车公庙天安数码城F3.8栋2楼CD座
邮　　编：518034
出版日期：2003年5月第1版
开　　本：889mm×1194mm　1/32
印　　张：3.625
插　　页：2
字　　数：78000
书　　号：ISBN 7-5357-3689-0/N·110
定　　价：12.00元



理查德·费曼为狄拉克画的速写

总　序

科学，特别是自然科学，最重要的目标之一，就是追寻科学本身的原动力，或曰追寻其第一推动。同时，科学的这种追求精神本身，又成为社会发展和人类进步的一种最基本的推动。

科学总是寻求发现和了解客观世界的新现象，研究和掌握新规律，总是在不懈地追求真理。科学是认真的、严谨的、实事求是的，同时，科学又是创造的。科学的最基本态度之一就是疑问，科学的最基本精神之一就是批判。

的确，科学活动，特别是自然科学活动，比较起其他的人类活动来，其最基本特征就是不断进步。哪怕在其他方面倒退的时候，科学却总是进步着，即使是缓慢而艰难地进步，这表明，自然科学活动中包含着人类的最进步因素。

正是在这个意义上，科学堪称为人类进步的“第一推动”。

科学教育，特别是自然科学的教育，是提高人们素质的重要因素，是现代教育的一个核心。科学教育不仅使人获得生活和工作所需的知识和技能，更重要的是使人获得科学思想、科学精神、科学态度以及科学方法的熏陶和培养，使人获得非生物本能的智慧，获得非与生俱来的灵魂。可以这样说，没有科学的“教

育”，只是培养信仰，而不是教育。没有受过科学教育的人，只能称为受过训练，而非受过教育。

正是在这个意义上，科学堪称为使人进化为现代人的“第一推动”。

近百年来，无数仁人智士意识到，强国富民再造中国离不开科学技术，他们为摆脱愚昧与无知做了艰苦卓绝的奋斗，中国的科学先贤们代代相传，不遗余力地为中国的进步献身于科学启蒙运动，以图完成国人的强国梦。然而应该说，这个目标远未达到。今日的中国需要新的科学启蒙，需要现代科学教育。只有全社会的人具备较高的科学素质，以科学的精神和思想、科学的态度和方法作为探讨和解决各类问题的共同基础和出发点，社会才能更好地向前发展和进步。因此，中国的进步离不开科学，是毋庸置疑的。

正是在这个意义上，似乎可以说，科学已被公认是中国进步所必不可少的推动。

然而，这并不意味着，科学的精神也同样地被公认和接受。虽然，科学已渗透到社会的各个领域和层面，科学的价值和地位也更高了，但是，毋庸讳言，在一定的范围内，或某些特定时候，人们只是承认“科学是有用的”，只停留在对科学所带来的后果的接受和承认，而不是对科学的原动力、科学的精神的接受和承认。此种现象的存在也是不能忽视的。

科学的精神之一，是它自身就是自身的“第一推动”。也就是说，科学活动在原则上是不隶属于服务于神学的，不隶属于服务于儒学的，科学活动在原则上也不隶属于服务于任何哲学。科学是超越宗教差别的，超越民族差别的，超越党派差别的，超越文化和地域的差别的，科学是普适的、独立的，它自身就是自身

的主宰。

湖南科学技术出版社精选了一批关于科学思想和科学精神的世界名著，请有关学者译成中文出版，其目的就是为了传播科学的精神，科学的思想，特别是自然科学的精神和思想，从而起到倡导科学精神，推动科技发展，对全民进行新的科学启蒙和科学教育的作用，为中国的进步作一点推动。丛书定名为《第一推动》，当然并非说其中每一册都是第一推动，但是可以肯定，蕴涵在每一册中的科学的内容、观点、思想和精神，都会使你或多或少地更接近第一推动，或多或少地发现，自身如何成为自身的主宰。

《第一推动丛书》编委会

前　言

保罗·狄拉克(Paul Dirac)是20世纪最杰出的物理学家之一。量子力学的发展发轫于20世纪之初，但正是狄拉克，他在1925年和1926年创立了一个像牛顿力学那样令人信服的理论，才使这个学科获得了它的最终形式。

狄拉克一开始就着手进行将量子理论与爱因斯坦的相对论(1905年的狭义相对论)相结合的工作。这两个奇迹般的理论之间的联姻的本质以及这一结合所产生的后果从1925年至今经常是基本物理学的首要研究任务。对这一极重要的事业，包括在1930年对反物质存在的预言，狄拉克所作的贡献比其他任何人都多。

狄拉克逝世于1984年。剑桥的圣约翰学院(狄拉克学院)非常慷慨地捐资赞助在剑桥大学每年举行一次报告会来纪念狄拉克。本书的头两篇狄拉克纪念演讲是谈量子论与相对论的结合这一狄拉克论题的两个不同侧面的。

自二次世界大战以来，理查德·费曼(Richard Feynman)将狄拉克的相对论性的量子理论发展成为一个能对粒子与辐射的相互作用做出物理预言的普遍而又有效的方法，他在这方面所做的工作超过其他任何人。他的工作是对狄拉克工作的一个出色的补

充。他做物理研究的风格一直有广泛的影响。这里发表的他的这篇演讲就有这种风格的一点味道，他在这里阐述了作为狄拉克反物质预言基础的物理实在。

以电与磁作为一方(麦克斯韦在一个世纪以前已经将它们统一了起来)，以放射性衰变中的弱力作为另一方，这两者的统一已成为相对论性量子理论时代登峰造极的成就，斯蒂文·温伯格(Steven Weinberg)是这一统一理论的主要创始人之一。这一理论预言了一个新的粒子及其性质(其重量相当于一个重原子)，随后于1983年在日内瓦欧洲联合核子研究中心(CERN)的实验室中成功地产生了这个粒子，其性质与预言的完全一致。这是半个世纪以前狄拉克预言正电子的存在及其随后发现这一历史的回响，虽然产生一个正电子所需的能量小了100000倍。

温伯格在他的演讲中阐明了量子理论与相对论合在一起是怎样严格地限制了大自然的规律，同时对如何将爱因斯坦(1915年)的引力理论与量子理论协调一致起来作出了设想。

我们在剑桥大学的这些人是幸运的，因为这两位权威的物理学家同意来这里作演讲以纪念狄拉克。他们吸引了好几百名本科生和研究生的听众，其中有些是物理学家，有的不是。费曼和温伯格两位都很关心向非专业人士解释物理学①，我们希望本书也会使广大的读者感兴趣。

狄拉克用下面的话来表述他的物理哲学："物理定律应有数

① R. P. Feynman, R. B. Leighton and M. Sands(1963). *Lectures in Physics*. vols. 1—3, Addison-Wesley.

R. P. Feynman(1985). *QED*. Princeton University Press.

S. Weinberg(1978). *The First Three Minutes*. Fontana. (先前曾由Deutsch在1977年出版)

S. Weinberg(1983). *The Discovery of Subatomic Particles*. Scientific American Library

学美。”[①]狄拉克、费曼和温伯格他们每人都创立过漂亮的理论，它们都在实验检验中得到过轰动一时的支持。不过这些实验已经超出了这两篇报告的范围，是另一回事了。

约翰·泰勒

1987年9月

---

① 见 R. H. Dalitz and R. Peierls(1986). In *Biographical Memoirs of Fellows of the Royal Society*(英国皇家学会会员传记体回忆录). vol. 32. pp. 137 ~ 186. 皇家学会。

作者简介

理查德·费曼(1918—1988)生于纽约市。他在麻省理工学院获得学士学位，并在1942年由普林斯顿大学授予博士学位，在该校他在约翰·惠勒的指导下做研究。从1942年到1946年在洛斯·阿拉莫斯实验室工作，从1946年到1951年在康奈尔大学工作，最后是加州理工学院的物理教授。由于他在电动力学上的工作，获得了1965年的诺贝尔物理学奖。

第一推动丛书 第3辑

从反粒子到最终定律

S·温伯格1933年出生，1954年毕业于康奈尔大学。1979年因弱电统一理论与格拉肖和萨拉姆分享当年诺贝尔物理学奖。他是美国科学院院士、文学和科学院院士，英国皇家学会外籍会员，国际天文学会会员，美国哲学和科学史学会会员，美国中世纪学会会员。曾任美国军备控制和裁军机构顾问，美国防御分析研究所顾问等职。他的《广义相对论与引力论》、《最初三分钟》等书曾风行世界。

Elementary Particles
and the Laws
of Physics

□责任编辑/吴 炜　陈 刚　　□装帧设计/谢 颖

ISBN 7-5357-3689-0
9 787535 736895 >
N·110　定价：12.00元

目 录

前言 …………………………………………………… 1

第一章　存在反粒子的理由　理查德·费曼 ………… 1

第二章　物理学的最终定律　S·温伯格 ……………… 40

附录　真与美的追求者：狄拉克 …………………… 70

第一章 存在反粒子的理由

理查德·费曼

这篇报告的标题不够全面，因为实际上我想谈两个方面的问题：首先是谈为什么会有反粒子，第二是谈自旋与统计之间的联系。在我年轻时，狄拉克是我心目中的英雄。他突破性地开创了一种研究物理的新途径。他敢于直接猜想一个方程的形式，随后再试图对它进行解释。这个方程我们今天就称之为狄拉克方程，麦克斯韦当年却只是靠了大量的“齿轮系统”[①]才获得了以他的名字命名的方程的。

到这里来我感到非常荣幸。我应该接受这个邀请，毕竟他始终都是我心目中的英雄，而且我自己能来这儿作纪念他的报告是一件再好不过的事。

狄拉克以其电子的相对论性方程，用他的话来说，成为将量

① 为了解释电磁现象及其规律，麦克斯韦建立了以太的流体动力学模型，由于其不足以说明电场与磁场的相互转换而被他放弃。接着他建立了以太的第二个模型，这个模型在空间处处布有齿轮和滚珠轴承。利用这个模型他不仅揭示了当时所知的全部电磁现象，还预言了电磁波的存在。所谓麦克斯韦齿轮系指的就是这个以太模型。但麦克斯韦并不满足，他进一步建立了以太的第三个模型，一个更为形式的、数学的模型，一直被人们沿用至今。——译者注

保罗·狄拉克　　　　理查德·费曼

子力学与相对论嫁接到一起的第一人。起初他认为方程所要求的自旋，或者说内禀角动量是关键，而自旋正是相对论量子力学的基本推论。然而，在解决了这个方程中所出现的负能疑难之后，终于证明了，将量子力学与相对论结合起来所必需的关键思想是存在反粒子。一旦你有了这个思想，正如泡利(Pauli)和韦斯科夫(Weisskopf)所证明了的，你就可以对任意自旋的粒子同样来做了，因此我想从另一条路出发，试图来说明，如果你想将量子力学与相对论结合到一起，为什么就必须有反粒子。

沿着这种路线进行，我们就能解释这个世界另一个巨大的秘密，这就是泡利不相容原理。泡利不相容原理是说，如果你取一对自旋为 $\frac{1}{2}$ 的粒子的波函数，然后交换这两个粒子，则你所得的波函数是原来的波函数前加一个负号。不难证明，如果大自然是非相对论性的，那么如果事情开头是那个样子，则永远会是那

个样子，因而问题就被推回到创生本身，而只有上帝才知道那是怎样完成的。有了反粒子，那么粒子与其反粒子的偶产生就有了可能，例如电子与正电子偶的产生。这时令人难解的谜就是，如果我们产生一对电子与正电子，那么这个刚刚产生的电子为什么对身边早已存在的电子必须是反称的呢?也就是说，为什么它不能进入与已经在那儿的电子相同的状态呢?因此，由于粒子与反粒子的存在，我们就可以提一个非常简单的问题：如果产生两对电子与正电子，并且来比较两种湮灭过程的几率振幅，一种是产生后就直接湮灭，一种是所产生的电子相互交换后再湮灭，那么这两种湮灭的几率振幅为什么要相差一个负号?

所有这些问题很久以前就用一种漂亮的方式解决了，按照狄拉克的精神，用一堆符号和算符来处理是最简单的。我打算回溯到麦克斯韦的“齿轮”时代，尽我的可能来告诉你一种看待这些问题的方式，这样它们或许显得不那么神秘。对我们已经知道的结果，我并没增添什么新东西，下面所讲的只是阐释。所以我们在此首先来说明，为什么必须有反粒子。

相对论和反粒子

在通常的非相对论量子力学中，当初始态处于 ϕ_0 的粒子受到一扰动势 U 的作用之后，它的状态将发生改变。取 $\hbar=1$，则粒子最终处于态 χ 的几率幅，在差一个相因子不定的情况下，由 χ 在 $U\phi_0$ 上的投影给出。实际上，我们有：

$$\mathrm{Amp}_{\phi_0\to\chi}=-\mathrm{i}\int \mathrm{d}^3\boldsymbol{x}\chi^* U\phi_0=-\mathrm{i}\langle\chi|U|\phi_0\rangle. \tag{1}$$

表达式 $\langle\chi|U|\phi_0\rangle$ 是狄拉克用来标记几率振幅的刁矢(bra)和刃

矢(ket)，不过这种符号我不会太常用。我将假定这个公式在过渡到相对论性量子力学时仍然成立。

现在假设有两个扰动，一个作用于时刻 t_1，另一个作用于稍晚一点的时刻 t_2，而我们想知道，这第二个扰动将粒子恢复到初始状态 ϕ_0 的几率振幅。记时刻 t_1 时的扰动为 U_1，t_2 时刻的扰动为 U_2。我们需要表达下述两个相继操作的结果：扰动 U_1 的作用从 t_1 到 t_2 演化，以及扰动 U_2 的作用——这可以用微扰论来完成。自然，可能发生的最简单的过程就是直接从 ϕ_0 过渡到 ϕ_0，其几率振幅 $\langle \phi_0 | \phi_0 \rangle = 1$。这是微扰展开中的最低阶的首项。接下来的一项对应于微扰 U_1 把态 ϕ_0 变到某个能量为 E_m 的中间态 ψ_m，这个态持续 $(t_2 - t_1)$ 的时间，接着第二个扰动 U_2 把它变回 ϕ_0。必须对所有可能的中间态求和。那么由态 ϕ_0 开始最终又回到同一态 ϕ_0 的总几率振幅为：

$$\mathrm{Amp}_{\phi_0 \to \phi_0} = 1 - \sum_{\mathrm{m}} \langle \phi_0 | U_2(\boldsymbol{x}_2) | \psi_m \rangle \times \exp(-\mathrm{i}E_m(t_2 - t_1)) \langle \psi_m | U_1(\boldsymbol{x}_1) | \phi_0 \rangle. \quad (2)$$

(为简单起见，我假设了没有从 ϕ_0 到 ϕ_0 的一阶几率振幅；就是说，$\langle \phi_0 | U_1 | \phi_0 \rangle = 0$，$\langle \phi_0 | U_2 | \phi_0 \rangle = 0$。)如果我们用平面波来作中间态 ψ_m，并将几率振幅 $\langle \phi_0 | U_2 | \psi_m \rangle$ 和 $\langle \psi_m | U_1 | \phi_0 \rangle$ 展开，我们就得：

$$\mathrm{Amp}_{\phi_0 \to \phi_0} = 1 - \int \mathrm{d}^3\boldsymbol{x}_1 \mathrm{d}^3\boldsymbol{x}_2 \int \frac{\mathrm{d}^3\boldsymbol{p}}{(2\pi)^3 2E_p} b^*(\boldsymbol{x}_2) \times \exp\{-\mathrm{i}[E_p(t_2 - t_1) - \boldsymbol{p}\cdot(\boldsymbol{x}_2 - \boldsymbol{x}_1)]\} a(\boldsymbol{x}_1). \quad (3)$$

这里

$$a(\boldsymbol{x}_1) = U_1(\boldsymbol{x}_1)\phi_0(\boldsymbol{x}_1)\sqrt{2(E_p)},$$

$$b(\boldsymbol{x}_2) = U_2(\boldsymbol{x}_2)\phi_0(\boldsymbol{x}_2)\sqrt{2(E_p)},$$

以及 $E_p=\sqrt{p^2+m^2}$ 表质量为 m 的粒子的能量大小。把 E_p 引进来就是为了使相对论性的性质更明显，因为 $\mathrm{d}^3\boldsymbol{p}/(2\pi)^3 2E_p$ 是一个不变的动量密度。这个过程可以用图形表示，如图 1 所示。

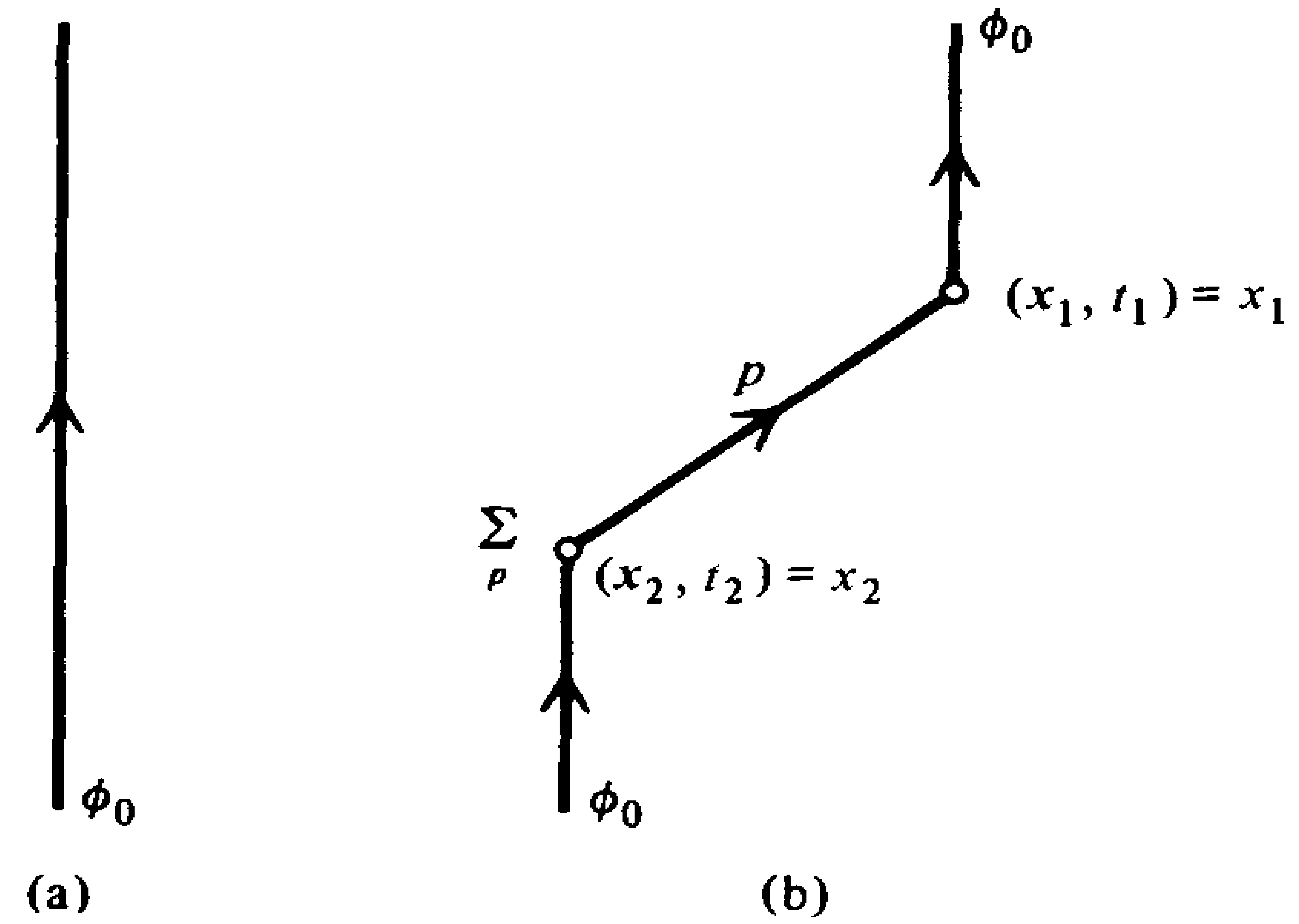


图 1　对过程 $\phi_0\to\phi_0$ 的振幅的两项贡献的图形表示
(a)直接过程；(b)间接过程

我们来研究上述过程的某些特例。我的方法是，首先研究几个最简单的例子，然后再来讨论更为普遍一点的情况。希望你们弄懂这些简单的例子，因为如果是这样，你们立即就会懂得普遍的情况——总之，这就是我理解事物的方法。

在间接过程的几率振幅中，粒子从 x_1 散射到 x_2，其中间态的粒子动量为 $\boldsymbol{p}$，能量为 E_p。我们要作某种假设：即所有的能量都是正的。如果有负的能量，我们可以在这个负能凹坑中倒满粒子，整个世界只不过是多一份额外的能量，就可以把这个能量问题解决了。

可这里出了一个意想不到的事：如果计算任一 $a(\boldsymbol{x}_1)$和 $b(\boldsymbol{x}_2)$的几率振幅(我们甚至可以令 $a(\boldsymbol{x}_1)$和 $b(\boldsymbol{x}_2)$依赖于$\boldsymbol{p}$)，我们会发现，当 $\boldsymbol{x}_2$ 位于 $\boldsymbol{x}_1$ 的光锥之外时，这个几率振幅不会为零。这是非常令人惊讶的：如果你从发自一特定点的一系列波出发，如果全部能量都是正的，这些波就不可能局限于光锥之内。这是下述数学定理的一个结果。

如果一个函数 $f(t)$的傅立叶分解只含正频部分，即如果它能写成

$$f(t)=\int_0^\infty e^{-\mathrm{i}\omega t}F(\omega)\cdot\mathrm{d}\omega \tag{4}$$

则 f 在 t 的任何有限区间内均不可能全为零，除非它是处处为零。这一定理的成立条件与 $F(\omega)$所具有的一些性质有关，其细节我不想多讲了。

你可能对这个定理感到有点奇怪，因为你知道，你能取一个在一有限区间上恒为零的函数并将它作傅立叶分析，但这样一来你会得到正频分量，又会得到负频分量。我这里强调的是，频率只有正的。

把这个定理应用到我们眼下的情况，我们固定 $\boldsymbol{x}_1$ 与 $\boldsymbol{x}_2$ 不变，将对 $\boldsymbol{p}$ 的积分改写成对变量 $\omega=E_p$ 的积分。那么积分就成为形如(4)式的积分，其中的 $F(\omega)$在 $\omega<m$ 时为零；$F(\omega)$依赖于 $\boldsymbol{x}_1$ 与 $\boldsymbol{x}_2$，这个定理可以直接应用；可见几率振幅在任一有限的时间区间不可能恒为零。特别是，它不可能在 $\boldsymbol{x}_1$ 的光锥外全为零。换言之，粒子有一定的几率幅以超光速运动，仅仅用正能态的叠加无法绕过这一困难。

这样一来，如果 t_2 晚于 t_1，振幅就可以获得来自超光速粒子的贡献，对于这种粒子 $\boldsymbol{x}_1$ 与 $\boldsymbol{x}_2$ 之间是相隔一类空的(“类空隔

开的”)间距。

对于由类空隔开的 U_1 与 U_2，它们出现的顺序与参照系有关：如果我们从一相对于原参照系运动足够快的参照系上来观察，t_2 就可能比 t_1 更早(图 2)。

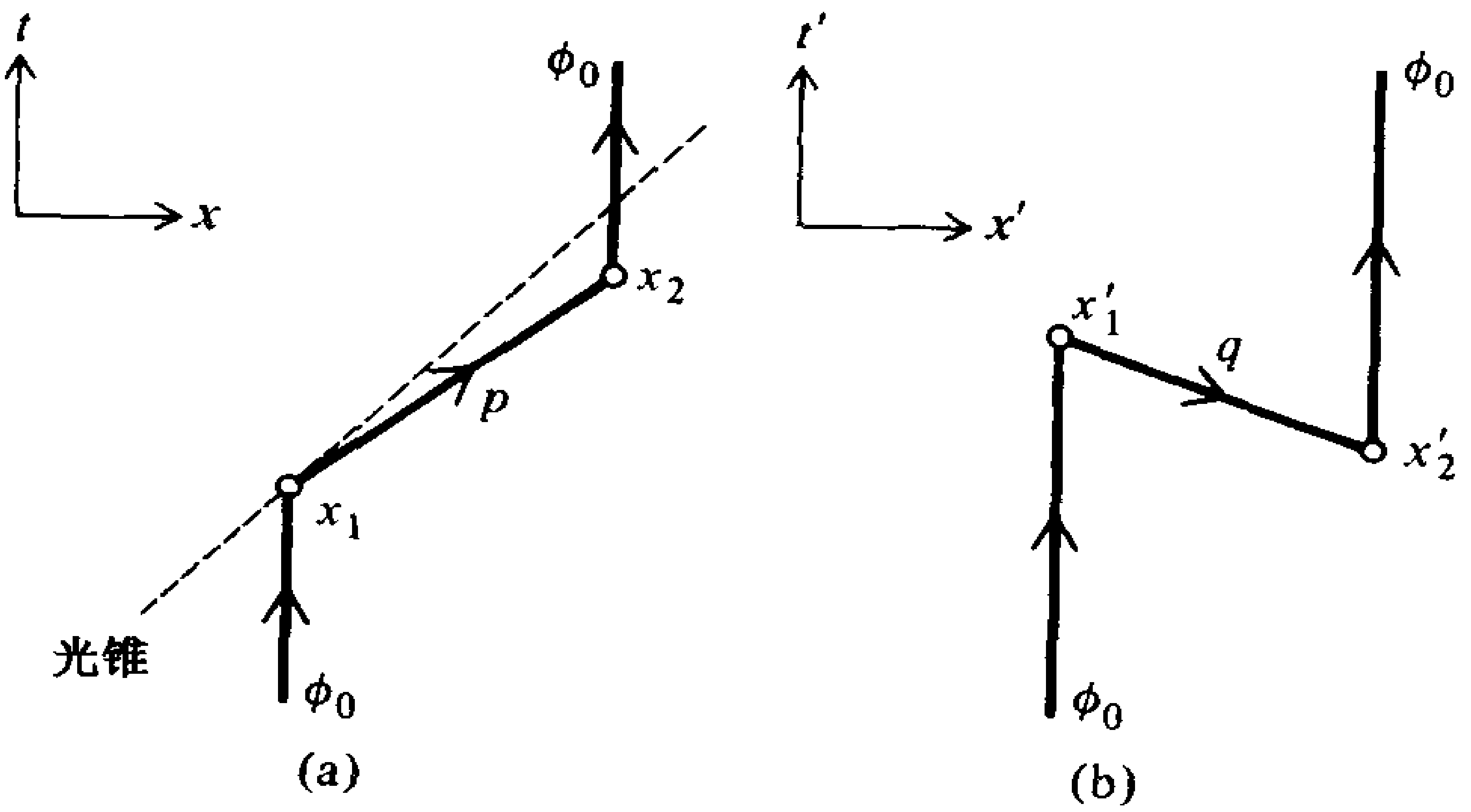


图 2 从两个不同的参照系上来观察同一过程

(a)原参照系($t_2>t_1$)；(b)动参照系($t'_2<t'_1$)

从新参照系上来观察，这个过程是怎样的呢?在时刻 t'_2 以前，有一个粒子欢快地在那里跑，但到了时刻 t'_2，一件似乎很奇怪的事发生了：在离开原始粒子一段有限距离的 x_2 点，扰动产生了一对粒子，其中一个显然逆时间方向运动。在时间 t'_1，原始的粒子与那个逆时间而动的粒子消失了，因此正能量加上相对论的要求迫使我们认可有粒子偶的产生和湮灭，其中一个逆时间运动。如果我们暂时假定我们的粒子有电荷，那么逆时间而动的粒子的物理解释就容易理解。在图 2(b)中，粒子从 x_1 运动到 x_2，譬如说，正电荷从 x_1 到 x_2，可 x_2 点先有粒子，这就可以看成是

负电荷由 x_2 流向 x_1。

换言之，*必定存在反粒子*。事实上，由事件顺序对参照系的这一依赖性，我们可以说，在一个人眼中的虚粒子会是另一人眼中的虚反粒子。

总结一下，我们可做出以下的结论：

(1)必定存在反粒子及粒子偶的产生和湮灭。

(2)反粒子的行为完全由粒子的行为来决定。

我们将在后面仔细讨论第二点，眼下我们只指出以下一点。如果我们将 x，y，z 和 t 的符号都反过来，那么一个原来顺时间前进的粒子就会变成逆时间前进了。如果我们定义 P 为宇称算符，它改变三个空间坐标的符号，T 为时间反演运算，最后定义 C 为电荷共轭，它把粒子变成反粒子，或反之，将反粒子变为粒子，那么用 P 和 T 作用于某个态就和用 C 作用于该态是一样的，也就是说，有 $PT = C$。

零自旋粒子和玻色统计

接下来我要来研究各种不同过程几率振幅的大小。这将把我们领向一个新的方向，沿这个方向我们会得到有关我们的第二个论题的线索，即自旋与统计之间的联系。核心的思想是，如果从任一态开始，用任一组扰动加在它上面，则它跃入所有可能终态的几率之和应为 1。

我们首先来考察一个非相对论的例子，然后将它与相对论性的情形相比较。设有一粒子初始处于 ϕ_0 态，受到一个扰动的作用。我们用微扰论来计算。它处于一给定终态的几率。粒子受扰动后仍处于 ϕ_0 的几率由(3)式给出；由(3)式可知这一不发生任

何改变的几率为

$$\mathrm{Prob}_{\phi_0\to\phi_0}=1-2\mathrm{Re}\int \mathrm{d}^3\boldsymbol{x}_1\mathrm{d}^3\boldsymbol{x}_2\times\int\frac{\mathrm{d}^3\boldsymbol{p}}{(2\pi)^3 2E_p}\cdot b^*(\boldsymbol{x}_2)$$
$$\times\exp\{-\mathrm{i}[E_p(t_2-t_1)-\boldsymbol{p}\cdot(\boldsymbol{x}_2-\boldsymbol{x}_1)]\}a(\boldsymbol{x}_1),\quad(5)$$

推导上式时利用了$|1+\alpha|^2=1+\alpha+\alpha^*+\cdots=1+2\mathrm{Re}\,\alpha+\cdots$

粒子受扰动后处于态 ψ_p 的几率幅为

$$\mathrm{Amp}_{\phi_0\to p}=-\mathrm{i}\int \mathrm{d}^3\boldsymbol{x}\psi_p^*(\boldsymbol{x})U(\boldsymbol{x})\phi_0(\boldsymbol{x}).\qquad(6)$$

注意，在 Amp($\phi_0\to\phi_0$)中我们只保留了 U^0 及 U^2 阶次的项，略去高阶项。而在上式中我们只保留了一阶项 U^1，略去了 U^2 及更高阶次的项，得到的几率 Prob($\phi_0\to p$)只到 U^2 阶。这个几率为

$$\mathrm{Prob}_{\phi_0\to p}=\left|-\mathrm{i}\int \mathrm{d}^3\boldsymbol{x}\psi_p^*(\boldsymbol{x})U(\boldsymbol{x})\phi_0(\boldsymbol{x})\right|^2.\qquad(7)$$

总几率必须为 1：

$$\mathrm{Prob}_{\phi_0\to\phi_0}+\int\frac{\mathrm{d}^3\boldsymbol{p}}{(2\pi)^3 2E_p}\mathrm{Prob}_{\phi_0\to p}=1\,.\qquad(8)$$

由此我们可以获得下述两个过程之间的关系：粒子散射到另一态的过程，和粒子经过两次散射后又回到原始状态的过程(如图 3)。不必花多大的力气就可以证明，这个关系对任意势函数 $U(\boldsymbol{x},t)$均成立。

现在我们讨论相对论性的情形，设自旋为零。这时我们有个问题。除了上述图形外，我们还必须允许中间态可能为反粒子这个事实；换言之，我们还必须加上一个像图 2(b)那样的图形。在总几率上必须加上这个图形实部的 2 倍。我们必须找到某种东西把这个新图形对总几率的贡献抵消掉，这样才能使得总几率仍保持为 1。

观察类似于图 3 的图 4，可以找到这个谜底的一个线索。这个关系并不是自明的，但是如果我们计算这两个几率振幅，我们就会发现这是对的。

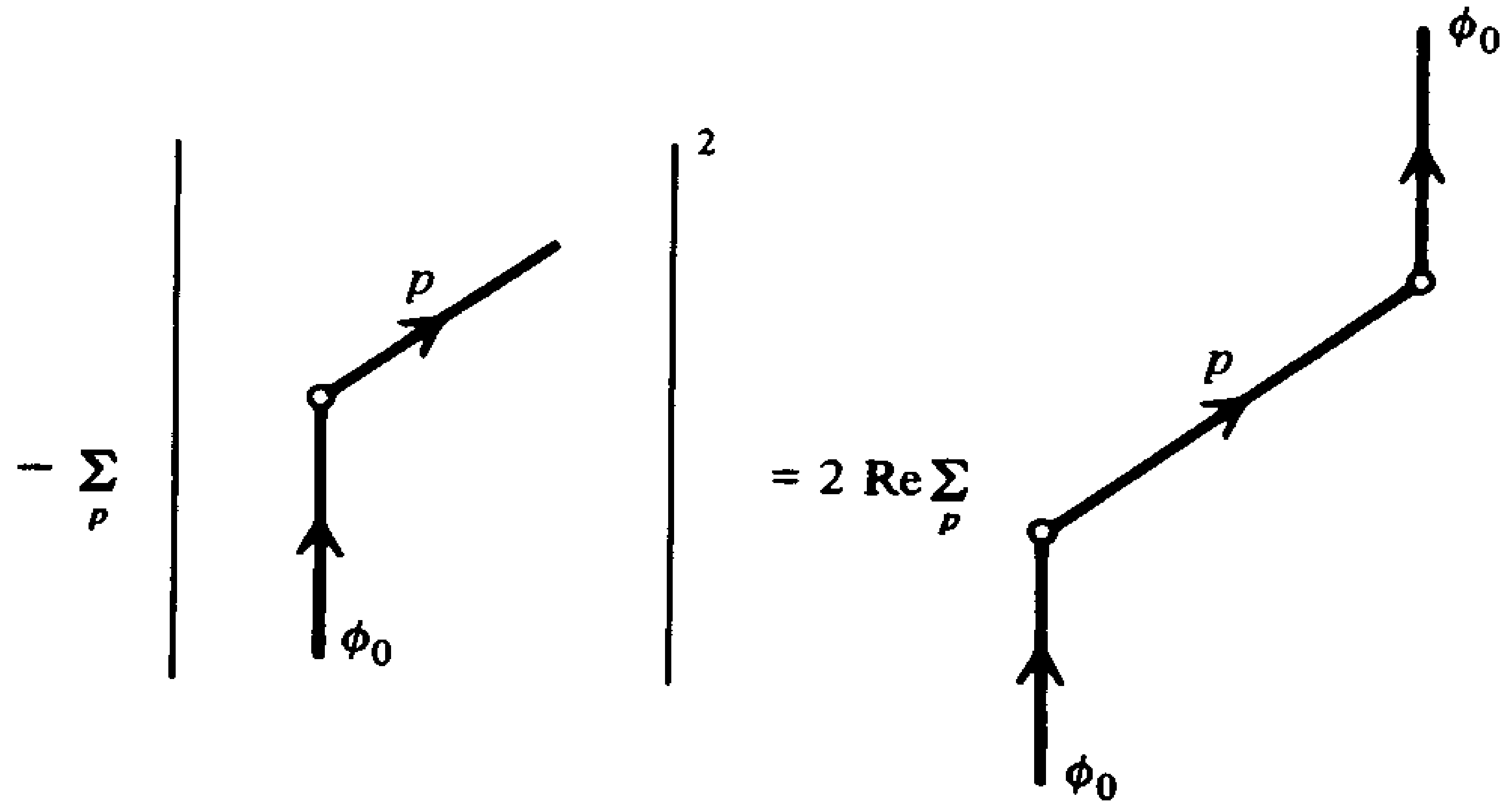


图 3　一个图形等式，如总几率为 1 就必定会有这个关系

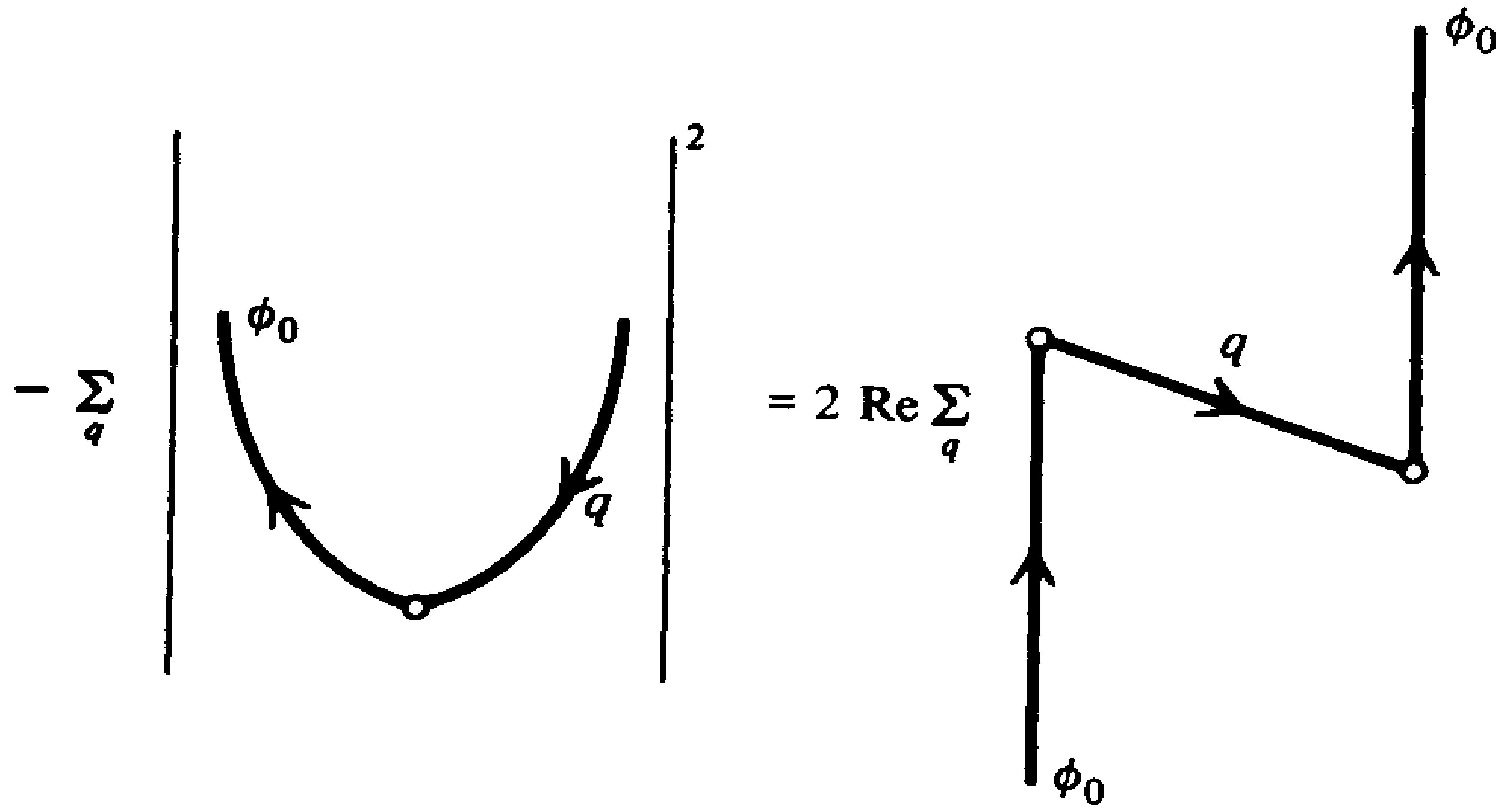


图 4　一个图形等式，其中粒子自旋为 0，图中含有反粒子

这个在图 4 左侧的新图形是由相对论强加给我们的，与粒子偶的产生的图形有关，其中一个粒子处于 ϕ_0 态。注意它对总几率的贡献是负的。因此如果我们能够将图 4 左侧的图形引进总几率的计算，总几率就可能变为 1，我们的问题就迎刃而解了。①

然而，直接把这个图加进来没有什么道理，这有几方面的理由。首先，图 4 中左侧的图形是从一个不同的初态出发(是真空而不是 ϕ_0)；其次，也没有什么理由必须将我们限制于处于 ϕ_0 态的粒子产生粒子偶——实际上可以在任意态产生。我们得到了正确的结果，但用的推理是错误的。

到此为止我告诉你的都是实情，但不是全部实情。我们略去了几个图形，当这些都一起加进去，我们就会得到玻色统计的一个重要特征：当某一态中有一个粒子时，则在该态中再产生另一个粒子的几率会被加强。

让我们往后退一步：不是假定粒子开始处于 ϕ_0 态，而是假设我们从真空态 V(即无粒子的状态)开始，这时来考察我们所熟知的总几率应该为 1 的这个思想。在非相对论性的情况下这不过是一个很平常的练习：从无粒子的状态出发，什么事也不会发生，因此不发生任何事情的几率应该为 1。可是在相对论性的情况下，我们已经得知，应该考虑到粒子偶的产生和湮灭。由于这一点，扰动能够产生和湮灭粒子偶。不难看出，对微扰论的最低阶的贡献主要是如图 5 所示的三个图形。第一个图形表示什么都没有发生：在整个扰动过程中真空仍然是真空。第二个图是真空

① 这两个图形等式应理解如下：图中左侧为对其中不同的 p 求和，$|\quad|^2$ 表示这个图形贡献的平方；右侧表示对不同的 p 的贡献求和后，取其实部的 2 倍。——译者注

变成真空的各种过程之和，求和是对所有可能的粒子态来进行的。在第三个图中产生了粒子偶。

照例，某件事发生的总几率为 1。所以由图 5 中的各项，我们有 $1 = |5a + 5b + \cdots|^2 + |5c + \cdots|^2 + \cdots$ 它给出的关系如图 6 所示。

现在回过头来讨论初始有一个粒子处于 ϕ_0 态时的各种过

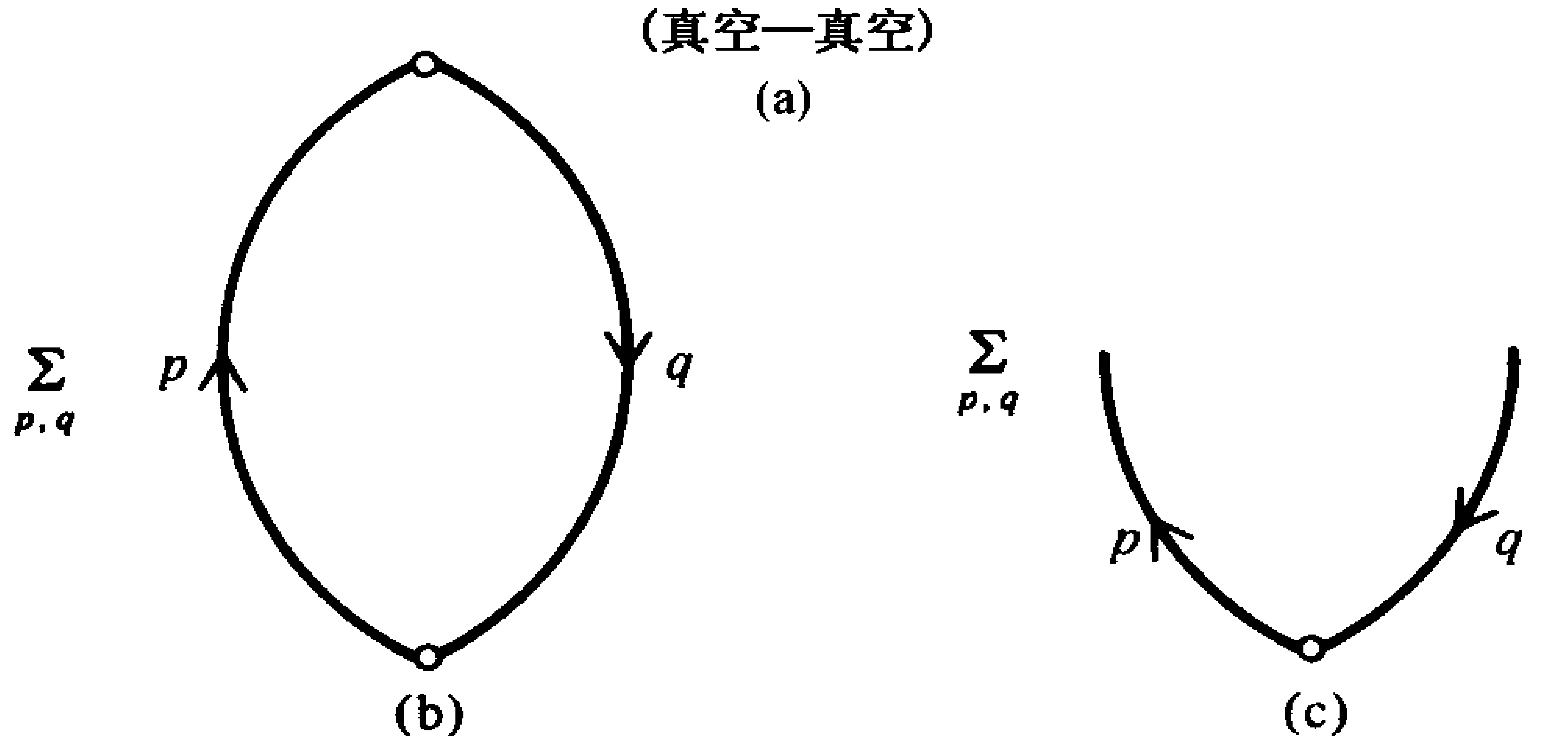


图 5　从“无粒子态”即真空开始的几个(最低阶的)过程

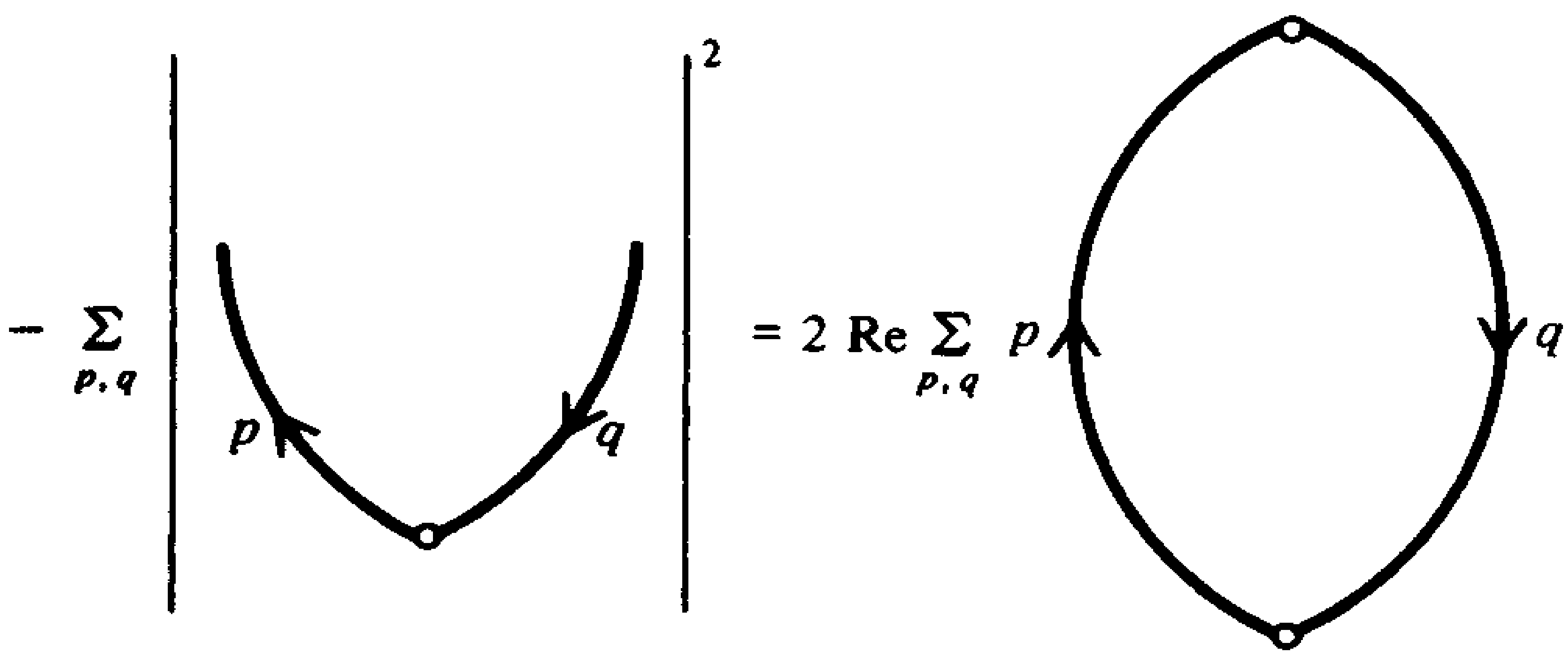


图 6　初态为真空时的一个图形等式

程，其中必须包括有粒子偶的产生和湮灭的过程。我们总共有 6 个图形，如图 7 所示。头 4 个使系统回复到初态，后两个改变了系统的状态。

在非相对论的情形，我们已经看到了，图 7 中(b)和(e)两个图形的几率互相抵消(见图 3)，因而由图 7(c)，7(d)和 7(f)所贡献的几率也必定互相抵消。第一眼看来，将这些图形与图 5 中的相比，似乎图 7(d)与 7(f)应该和图 5(b)和 5(c)一样，互相抵消，因为这两组图形之间只差一个“旁观者”粒子，而它没有什

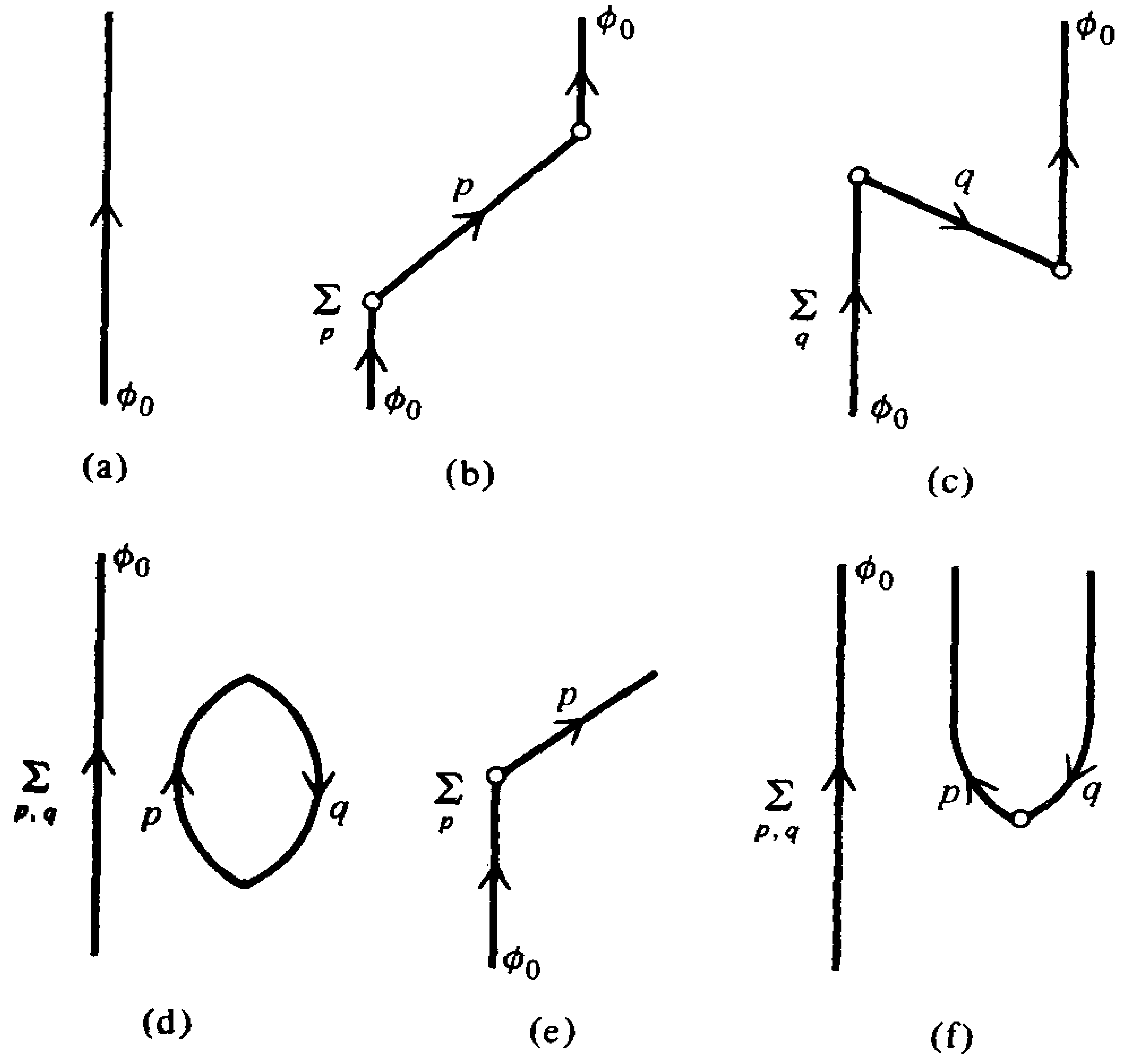


图 7 从有一个粒子处于 ϕ_0 态开始的各种过程的图形

么关系(至少似乎如此)。这样就只剩图 7(c)了，这就是我们讨论相对论性情况时立即会碰到的问题：有什么能抵消这个图形对几率的贡献呢?

这个问题的解答非常巧妙，也非常漂亮：图 7(f)中旁观粒子远不是无所谓的!我们来考察图 7(f)这个特殊情形，图中态 p 为初态 ϕ_0。于是我们得到的是这样一个过程，开始有一个粒子处于这个 ϕ_0 态，末了有两个粒子处于这个态，一个反粒子处于 q 态。我们怎样能肯定这两个处于 ϕ_0 态的粒子哪一个是原来的粒子，哪一个是由粒子偶产生而出现的呢?回答是，我们无法确定。换言之，我们还必须加入一个额外的图形；图 8 表示有一个图形相当于图 7(f)，还有一个是所谓“交换”图形。

就是这个补充的交换过程的可能性解决了我们的问题。图 8 中两个图形相长干涉，即它们的贡献相加，对总几率的这份额外的贡献抵消了图 7(c)所带来的负贡献(见图 4)。

现在我来总结一下：为了计及可能有粒子偶的产生这个事实，我们已经加进了几个额外的图；特别是我们不得不加入图

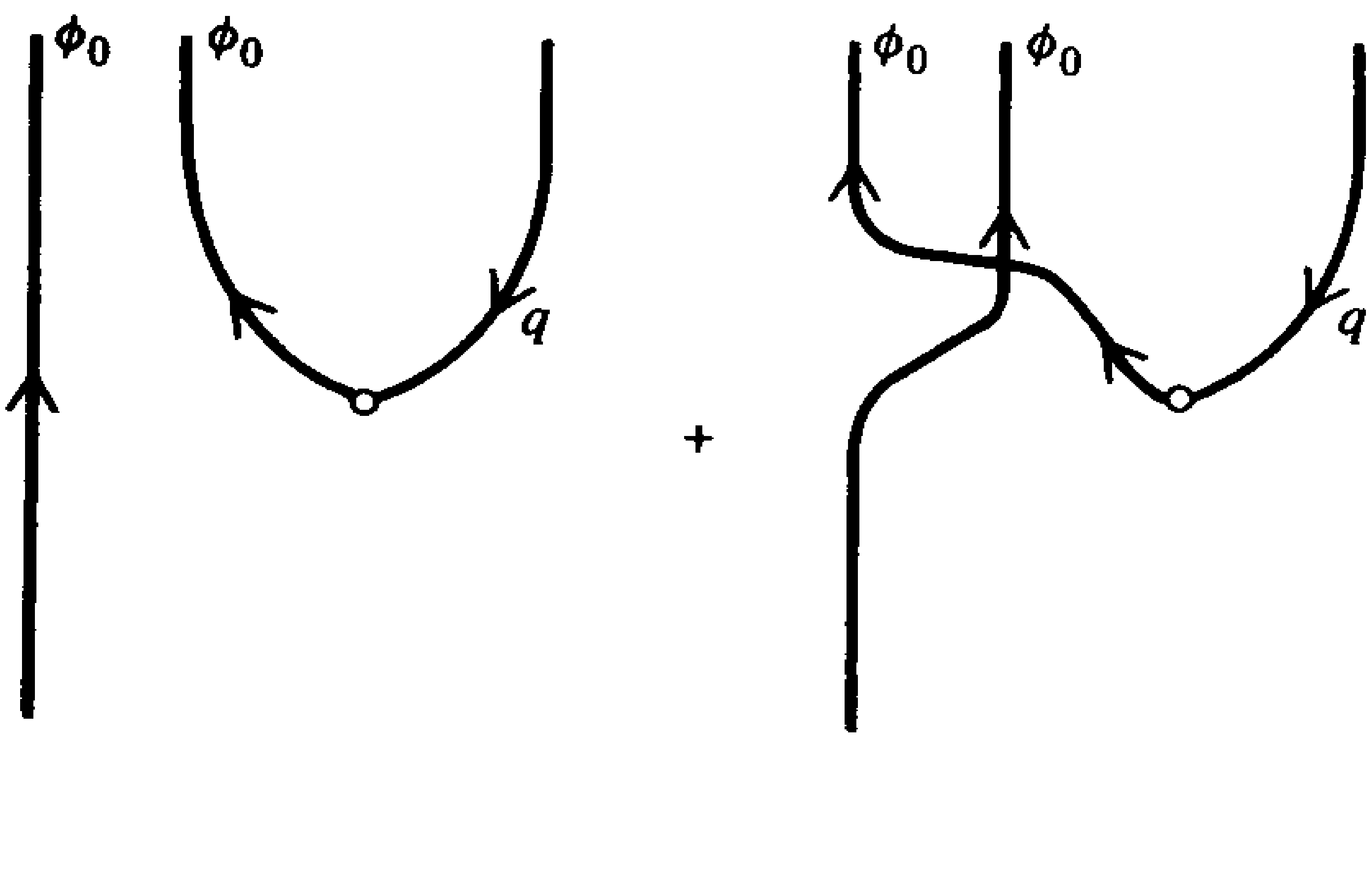


图 8　其中一个图形来自图 7(f)，另一个为其交换图形

7(c)。我们发现，当我们验算几率和时，这个图(图 7(c))对总几率的贡献为负，它一定会抵消一部分。它所抵消的是在“旁观粒子”存在时产生一粒子－反粒子偶的额外的几率，这对特殊的粒子－反粒子偶中的粒子与“旁观粒子”处于同一态。

这一几率的加强有着非常深远和重要结果。它说明仅仅是在给定态中有个粒子存在就会使所产生的粒子也在这同一态的粒子－反粒子偶的产生几率加倍。如果原来在该态中的粒子有 n 个，这个几率就会增强到 $n+1$ 倍。显然这会是非常重要的！这是玻色统计的重要特性，很多现象都与这有关，激光器的工作就有赖于此。

作为另一个例子，我们来考虑从真空到真空的若干高阶图形。设微扰势作用了 4 次，产生和湮灭两对粒子－反粒子偶，如图 9(a)所示。现在再来把这个过程与另一个过程相比较，在这另一个过程中，一个粒子不是与它伴生的反粒子相互湮灭，而是与另一偶产生中的反粒子相互湮灭。这时你将有图 9(b)。这两个图加在一起对真空到真空的几率振幅做出贡献。这非常简单，由此形成了玻色统计。

实际上，玻色统计并不太难理解。当有两个全同粒子从 A，

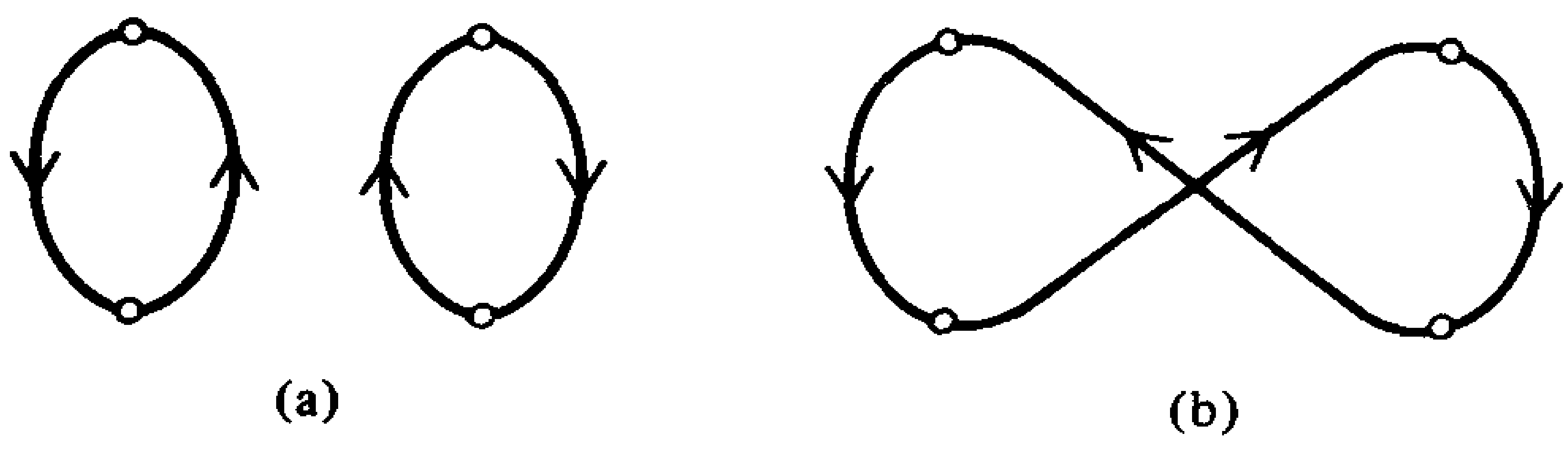


图 9 (a)无粒子交换时的两对粒子－反粒子偶的产生
(b)有粒子交换时的两对粒子－反粒子偶的产生

B 运动到 A'，B'，其几率振幅由下述两个过程的几率相加。其中一个过程是 A 到达 B'，B 到达 A'；另一个过程是 A 到达 A'，B 到达 B'。这一事实看来是很自然的，因为它只是量子力学普遍原理的一个特例：如某一过程可能以另一些方式出现，则要加上每一种方式相应的几率振幅。同样，如果粒子是由一经典场(如电磁场或晶体的振动场)的量子化引起的，如果还要求强度的相互关联成立，例如在 Hanbury Brown Twiss 效应中那样①，对应原理就要求这些场的量子是玻色粒子。更简单地讲，当将场的简振模量子化时就意味着自动地将粒子表示为玻色粒子。

在以后我们将发现的是，对自旋为半整数的费米粒子来说，会有一个意料不到的负号出现。例如，在图 9 的情形中，每一圈图对应的几率振幅都有一个负号。于是，图 9(a)有两个负号，而图 9(b)(它只有一个圈图)只有一个负号，从而二者的振幅相减而得到费米统计。我们将设法理解为什么对自旋 $\frac{1}{2}$ 的粒子，每一圈图过程的几率振幅要有一个负号。我们将会看到，关键是有一个隐含的转过 360°的旋转。

粒子与反粒子行为之间的关系

在谈论费米子之前，我想回过头来稍微详细一点说明一下粒子行为与反粒子行为之间的关系。当然，反粒子的行为完全由粒子的行为所决定。我们在自旋为零和扰动势为零的这一最简单的

---

① R. P. Feynman(1962). *The Theory of Fundamental Processes* (《基本过程理论》). pp. 4 ~ 6, W. A. Benjamin.

情况下对此作一更为仔细的分析。我们已经知道，对 $t_2>t_1$，一个质量为 m 的自由粒子从 x_1 运动到 x_2 的几率振幅为

$$F\ (2,\ 1)\ =\int\frac{\mathrm{d}^3\boldsymbol{p}}{(2\pi)^3 2E_p}$$

$$\times\exp\{-\mathrm{i}[E_p\ (t_2-t_1)\ -\boldsymbol{p}\cdot\ (\boldsymbol{x}_2-\boldsymbol{x}_2)]\}\quad . \tag{9}$$

这个公式是相对论性协变的，因此对自旋为零的粒子，(5)式中的 a、b 可取为恒量。我们要知道，对 $t_2<t_1$ 的几率振幅应是什么。

对 $t_2<t_1$ 两点间距为类空时，答案很容易：几率振幅仍为 $F(2,\ 1)$。这是因为我们知道，$F(2,\ 1)$在 $t_2>t_1$ 时对类空区域是成立的，但如果我们在一个不同的参照系来观察这种过程时，它肯定仍然是类空的，但可能会有 $t_2<t_1$。在该参照系中我们应得到相同的几率振幅——它不应依赖于我们在哪个参照系中——而当我们试图用变换后的参照系中的坐标来写出 $F(2,\ 1)$时，我们会得到相同的公式，因为 $F(2,\ 1)$是相对论性协变的。因此 $F(2,\ 1)$无论是在前向光锥，还是在类空区域，都是对的。那么在后向光锥中又会怎样呢?

我们需要的另一条信息是，对 $t_2<t_1$，仍然只是以正能量传播。于是在这个区域我们肯定能将几率振幅写成以下的形式

$$G\ (2,\ 1)\ =\int_0^\infty \mathrm{e}^{+\mathrm{i}\omega(t_2-t_1)}\chi\ (\boldsymbol{x}_1\ ,\boldsymbol{x}_2,\ \omega)\ \mathrm{d}\omega, \tag{10}$$

其中 χ 是某个待定的函数。指数上的符号改为正的理由如下。我们是在 x_1 点产生波，在我们离开波源时我们坚持这些波只包含正能量或正频率的部分。换言之，对时间的依赖必须是 $\exp(-\mathrm{i}\omega\Delta t)$，其中 $\omega>0$。此处 Δt 是离开波源的时间，它必定是正的，对 $t_2>t_1$，波持续了一段时间 $\Delta t=t_2-t_1$；而对 $t_2<t_1$，则

波存在了一段时间为 $\Delta t = t_1 - t_2$。

因此对 $t_2<t_1$，不论是在过去光锥中还是在类空区域中，我们总能将几率振幅写成(10)式。这意味着，当 $t_2<t_1$ 时，在类空区域内，我可以用(9)式，或用(10)式来算几率振幅。这就是先在这个区域内确定 G，然后再将它惟一地外推到对所有 $t_2<t_1$ 的区域。

对于 $t_2<t_1$，且 $\boldsymbol{x}_1$ 与 $\boldsymbol{x}_2$ 为类空分隔开时，我们有(9)式，这是对负频率求和。问题是，我们是否也能把它表示为一个正频率的函数呢?一般来说，这是不可能的。但是奇怪的是，对这个特殊的，相对论性不变的函数来说，我们有此可能。我来向你们说明为什么是这样。

首先，对于 $t_1 = t_2$，$F(2, 1)$为实数，在这个情况下，指数函数正好是 $\exp[\mathrm{i}\boldsymbol{p}\cdot(\boldsymbol{x}_2-\boldsymbol{x}_1)]$，而其虚部为一奇函数，对原点对称的区域积分的结果就是零。但如果 F 在 $t_1 = t_2$ 时为实数，那么由相对论性不变性，对任意 t_1 和 t_2 在间隔为类空时，它也必定是实数：因为对一个运动的观察者也应算得 F 为实数，但对他来说，$t_2 \neq t_1$ 了。既然 F 为实数，它就等于它的复共轭，而复共轭对时间的依赖关系符号正好相反。所以 $F(2, 1)$的复共轭就是 $G(2, 1)$的一个解：

$$G(2,1)=\int\frac{\mathrm{d}^3\boldsymbol{p}}{(2\pi)^3 2E_p}\times\exp\{+\mathrm{i}[E_p(t_2-t_1)-\boldsymbol{P}\cdot(\boldsymbol{x}_2-\boldsymbol{x}_1)]\}. \tag{11}$$

这个形式正为我们所求：它仅以正能量传播。这还必定是惟一的解，因为根据定理(4)，不可能有别的由(10)式表达的函数能够只在后向光锥中与它不同。因此，如果在前向光锥中 t_2 大于 t_1，结果为(9)式；如是在后向光锥中 t_2 小于 t_1，结果就是(11)式；

如果是在中间区域，其中 t_1 与 t_2 是类空分隔的，结果可以是(9)式，也可以是(11)式——这时它们相等!

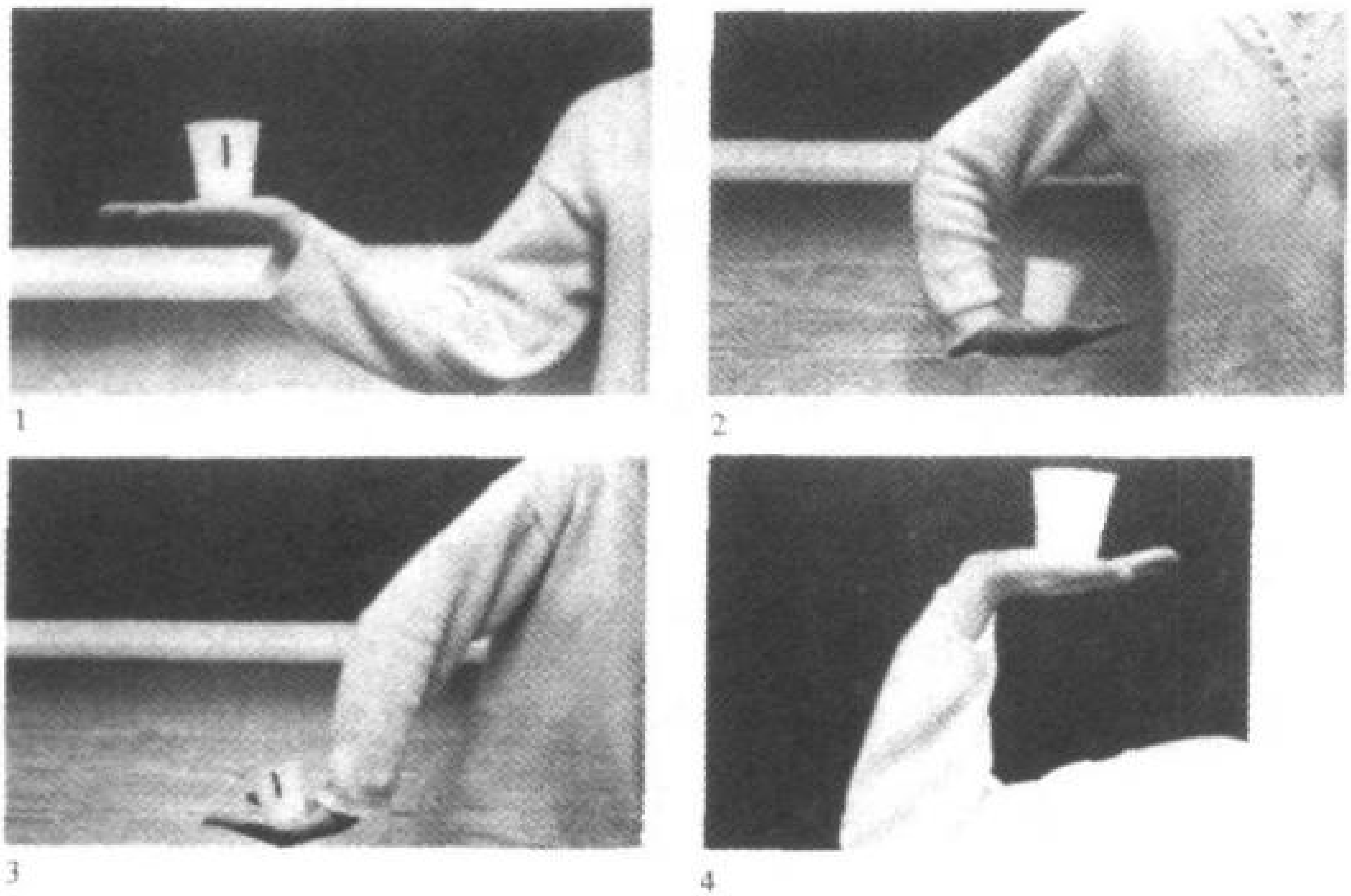
我们从知道某事在空间时间的一部分区域中情况出发，通过只是假定它是相对论性不变的，我们就能导出它在全部空间时间中的情况。这并不太难于理解。如果我们只知道某事物在一四维欧氏空间中某一部分区域内情况，我们知道它在转动变换下的性质(在本例中，设函数为不变的)，我们将上述区域沿任何方向转动，就可看到该事物以某种完全确定的方式变化；于是我们就能把该事物在整个四维欧氏空间中的情况确定下来。目前的情况下我们有的是四维的闵可夫斯基空间－时间，x，y，z，和 t，它和四维欧氏空间是有点不同，但差得也不是那么大，我们仍能处理它。处理闵可夫斯基空间的难处在于在这种空间中有一种无人的地区，其中的 t_2 位于 t_1 的光锥之外；通过洛伦兹变换无法将光锥内的点变换到光锥之外。但在前面我们已经获得了越过这个类空区域的正确延拓，这是因为假设只有正能量限制了解。换言之，这一改变所有东西的符号的变换 PT 实际上是一个相对论变换，或者说是一个洛伦兹变换，它通过要求能量大于零扩展进入类空区域。因此相对论性的不变性能得出全部结果就不难于理解了。

$\frac{1}{2}$自旋和费米统计

零自旋的粒子就讨论到这里，现在我要来讨论$\frac{1}{2}$自旋。如有一个$\frac{1}{2}$自旋的态，并且你将它，譬如说，绕 z 轴转过一个角度 θ，则该态的位相改变为 $e^{-i\theta/2}$。证明这类结果有许多群理论的论述，这个我现在不打算来讲，尽管它是很好的头脑锻炼。这里要

点是，如果转过 360°，结果就将波函数乘以(－1)。在这一点上靠直觉没任何用，因为这个结论是很难于理解的。转过整整 360°怎么还会有事情发生变化呢?现在最难的事情就是如何掌握是否转过了 360°, 也就是说，你是要在波函数前加负号呢，还是不加?事实上，我们将会明白，在费米子行为上这个难于理解的负号实际上就是由于没有注意到转过了 360°!

狄拉克对这一事实作过一非常巧妙的说明——转过一整圈与一动也不动是能够区别开来的。[①]



实际上，是转过两次和一动也不动才是一样的。我给你演示与女孩子跳舞时的情景类似的运动过程，这里我在转动这只杯子

① 关于狄拉克提出的这个著名的剪刀演示实验，请参阅 R. Penrose and W. Rindler(1984). *Spinors and Space-time*(旋量与空间－时间). vol. 1, p. 43. Cambridge University Press.

(见上面系列照片)。记住我转过的整个过程直到你又能再次看到杯上的记号(见照片 1 到 3 的过程)，这时我已转过了 360°，但是我的胳臂很不舒服(见照片 3)，然而，如果我继续转动这只杯子，这是一件麻烦的事，可别把我的胳臂拧断了，终于弄过来了。所以转动两次相当于什么也没有干，但转过一圈可能不一样，因此你应该把握住是否转过了一圈，接下去的谈话就讲那令人伤脑筋的事：弄清你是否转过了一周[①]。

我想讲点别的东西，就是举一个例子让你对出现的公式的实质有个概念——出现半角公式是常事。例如，假设有一个电子，它沿 z 轴的自旋已知为 $+\frac{1}{2}$，如你沿另一个轴，把这个轴叫做 z' 轴，来测量自旋，那么沿这个新轴的自旋为 $+\frac{1}{2}$的几率会是多少呢?如果这两根轴之间的夹角为 θ，则答案是

$$\text{几率} = \cos^2\frac{\theta}{2} = \frac{1+\cos\theta}{2}$$

$$\text{几率振幅} = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) = \sqrt{(1+\cos\theta)/2}. \tag{12}$$

现在我们来研究一个$\frac{1}{2}$自旋粒子与一标量势耦合的理论中的几率振幅。这意味着扰动势 U 是尽可能地简单，以致于振幅中的自旋部分来自粒子自身，而不是由于扰动，这样会使分析较为简单。我们将会得到与上述半角公式类似的公式，只是有一个相对论性的修正。现在我们来讨论。

如有一质量为 m 的粒子，我们知道它的能量满足：

$$E^2 - p^2 = m^2 \tag{13}$$

自然，m^2 只是一个常数，$p = |\boldsymbol{p}|$是动量的大小。这意味着给定

① 这一段是逐字逐句从费曼物理学讲义中摘录下来的。

E，p 就确定下来了，反之亦然，所以我们不需要两个不同的变量。(13)式看上去像三角公式 $\cos^2\theta+\sin^2\theta=1$，只差一个因子 m^2 和一个负号。我们可以用双曲函数代替三角函数，只用一个变量来参数化 E 和 p。如令

$$E = m\cosh\omega$$

$$p = m\sinh\omega \tag{14}$$

则 E 和 p 自动满足(13)式；ω 就是我们的新变量。它叫快度(rapidity)。

设有一静止的粒子处于一给定的自旋态，扰动把粒子推入一动量为 p 的状态。在初态下四维动量矢量为 $p_1=(\mathrm{m},0,0,0)$，而在终态譬如说为 $p_2=(E,p,0,0)$，其中 E 和 p 满足(14)式。这个散射过程的振幅由一类似于(12)式的半角公式给出；除了一个无关的因子外，它可写成

$$A_{散射}\propto\cosh\ (\omega/2) \tag{15}$$

与上述空间转动的情形相类比，还是除了一个无关的因子外，我们可以把这个式子写成

$$A_{散射}\propto\sqrt{\cosh\omega+1}\propto\sqrt{E+m} \tag{16}$$

注意到 $p_1\cdot p_2=Em$，这里 $p_1\cdot p_2$ 为两个四维矢量的点积，我们就能以相对论性协变形式惟一地写下这个几率振幅。因此这个几率振幅可以写成

$$A_{散射}\propto\sqrt{p_1\cdot p_2+m^2} \tag{17}$$

将这个几率振幅重新用相对论协变的形式写出来的威力就在于，这个从特例得出的几率振幅现在就对任意的 p_1、p_2 都成立。我们将用它来推导粒子－反粒子偶产生的几率幅。设我们和前面一样选 $p_1=(m,0,0,0)$，但 $p_2=(-E,-p,0,0)$。自然，

个负能态表示一个反粒子。这时 $p_1 \cdot p_2 = -Em$，我们就得到偶产生的几率振幅为

$$A_{偶产生} = \sqrt{-mE + m^2} \propto \mathrm{i}\sqrt{E - m}. \tag{18}$$

利用这些结果我们就可以着手对上述总几率的计算在$\frac{1}{2}$自旋的情形下进行修正，这时我们将会看到我们不得不求助于泡利不相容原理。讨论十分类似于零自旋的情况，所以我主要集中于讨论 0 自旋和$\frac{1}{2}$自旋之间的差别上。

如果我们研究从真空开始的过程，零自旋的情形就可以直接搬过来，我们就得到了图 6 中所示的关系。

现在再来讨论粒子开始处于 ϕ_0 态的过程，设 ϕ_0 表示一个粒子处于静止时的状态。我们就得到和图 7 中一样的六个图形，但在这$\frac{1}{2}$自旋的情形下，相关图形几率振幅之间的关系就大不一样了。

对于求总几率来讲，我们感兴趣的是：图 7(b)，7(c)，和 7(d)的实部以及图 7(e)，7(f)中的绝对值的平方。首先来讨论图7(b)，在这个过程中粒子位于 x_1 点处散射入 p 态，再传播到 x_2，再在这里散射回 ϕ_0 态。由(17)式可知，每次散射会给出一个因子$\sqrt{E+m}$，因此图 7(b)的振幅为：

$$A_{\mathrm{b}} = -\int \frac{\mathrm{d}^3 \boldsymbol{p}}{(2\pi)^3 2E_p}\ (E_p + m)$$

$$\times \exp\{-\mathrm{i}[E_p\ (t_2 - t_1)\ - \boldsymbol{p}\cdot\ (\boldsymbol{x}_2 - \boldsymbol{x}_1)]\}\ , \tag{19}$$

其中负号是由于每个顶点都贡献一个因子 $-\mathrm{i}$。

图 7(e)所表示的过程的几率由(16)式的绝对值的平方给出，因此由对动量 p 的求和可见(16)式及(19)式。这意味着，图 3 中所示的关系对$\frac{1}{2}$自旋的粒子仍然成立。

至于要想获得图 7(c)的正确表达式就要小心了。当 t_2，$\boldsymbol{x}_2$ 和 t_1，$\boldsymbol{x}_1$ 为类空间隔时，它的表达式必定是等于频率取负值的(19)式。但是(19)式显然等于 $-[m+\mathrm{i}(\partial/\partial t_2)F(2,1)]$(见(7)式)，在类空区域内它等于 $-[m+\mathrm{i}(\partial/\partial t_2)G(2,1)]$，所以图7(c)必定惟一地为：

$$A_c=-\int\frac{d^3\boldsymbol{p}}{(2\pi)^3 2E_p}(-E_p+m)$$
$$\times\exp\{-\mathrm{i}[E_p(t_2-t_1)-\boldsymbol{p}\cdot(\boldsymbol{x}_2-\boldsymbol{x}_1)]\}\ . \tag{20}$$

这个式子我们通过解析延拓的办法已经得到过了(类似于推导(11)式)，而不必利用(18)式，尽管因子$(-E_p+m)$也可以认为是由两个 $A_{偶产生}$中的因子引起的(见(18)式)。

$\frac{1}{2}$自旋与零自旋的重要区别就在这一点上出现了：图(4)中所表示的关系对费米子不再成立。对$\frac{1}{2}$自旋的情形要证明这一点我们已经做好了一切必要的准备了。由(18)式我们获得了偶产生

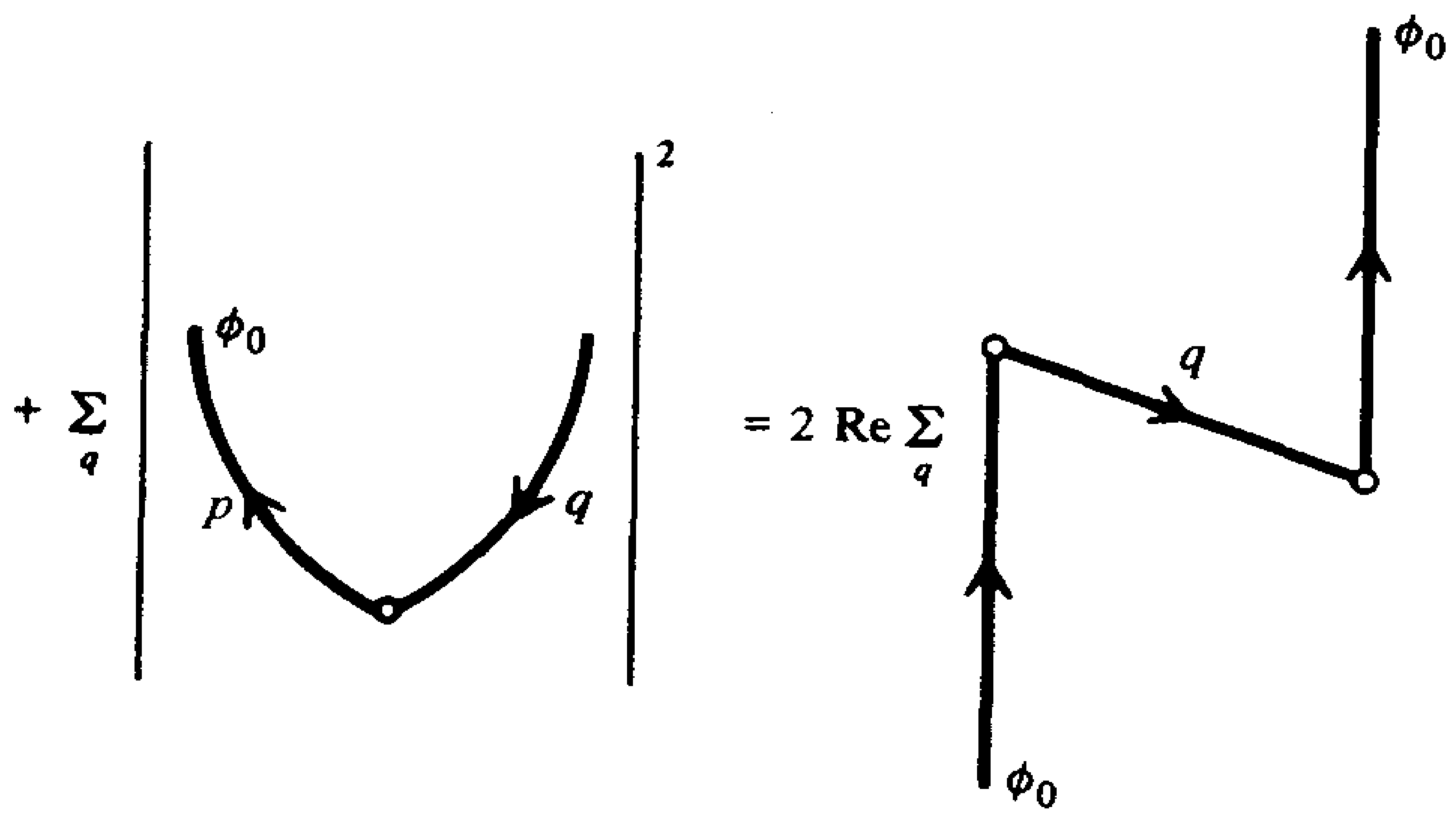


图 10 $\frac{1}{2}$自旋粒子与图 4 相当的等式

的正几率为 $E_p - m$；将此与(20)式所表示的几率振幅(它等于零自旋时的振幅乘以因子 $-E_p + m$)中的实部相比较，我们就得到如图 10 所示的关系，它与图 4 的差异就在于那个关键的负号。

现在，我们来回想一下玻色统计的情形，图 7(c)对总几率的贡献为负。这就意味着必定还有一个未曾料到的额外的正的贡献，才能把这个负贡献平衡掉。这件微妙的事情可以归结到图7(d)和 7(f)(其中 $p=0$)，以及图 7(c)。已经证明，加入交换图(图 8)就能提供所必需的正贡献。最后的效果就是，我们需要玻色统计。

在费米子的情况下，相对而言，图 7(c)对总几率作出的贡献是正的(这可由图 10 中看出)，因此我们这时需要的是一个负贡献。事实上，由于图 6 和图 10 所示的等式，图 7(c)和 7(d)(其中 $p=0$)正好互相抵消，因此剩下来要我们做的就是证明图 8 中的两个图必须也正好互相抵消，这样才能保证总几率为 1。

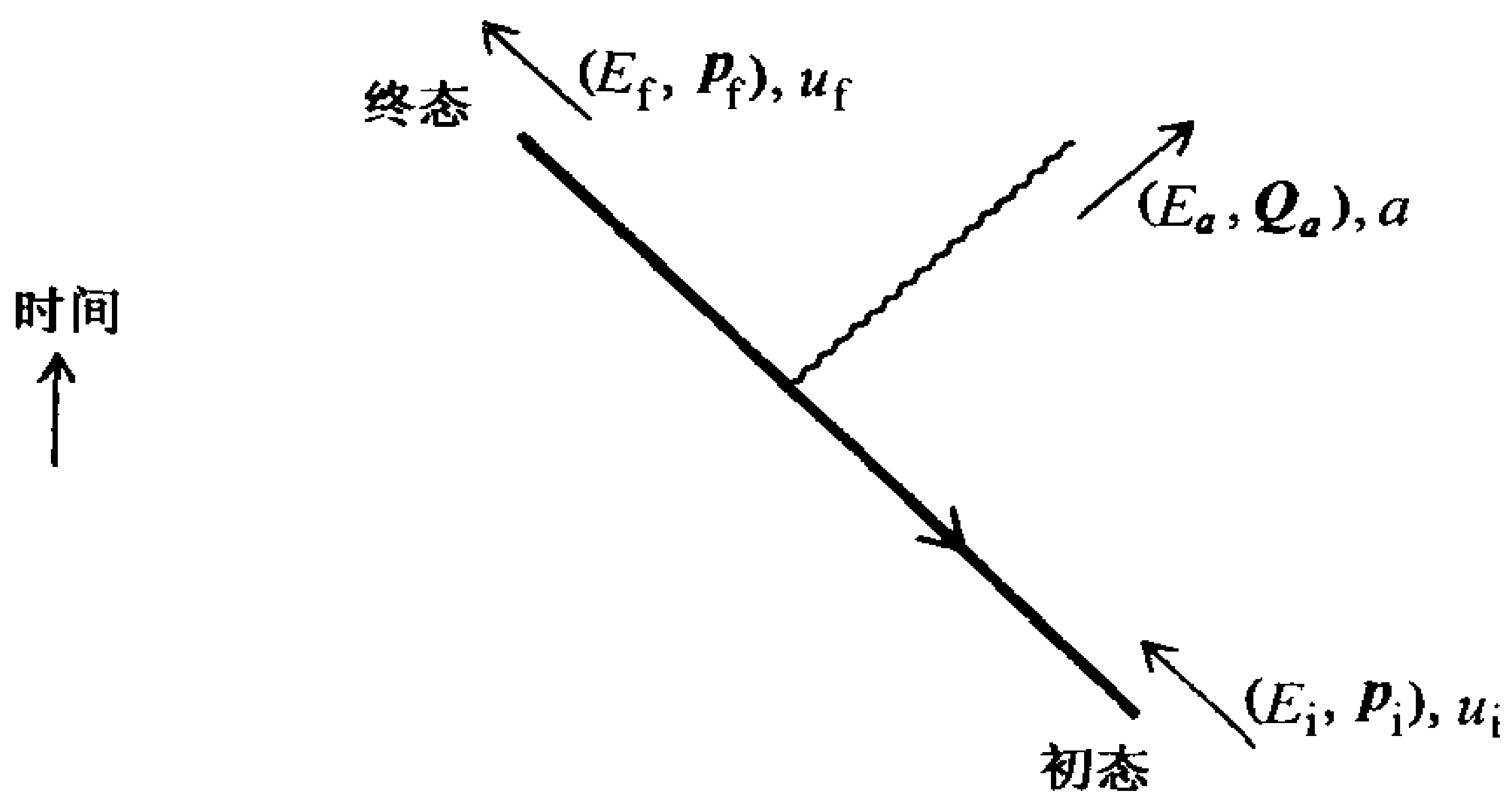
由此可见，两个图形相异之处只是有一对费米子互相交换了一下，它们的几率振幅应该相减。这只有以下情况才能办到，即当有一个“旁观粒子”处于某一态时，则在费米子的情况下通过偶产生得到另一个粒子也在该态的几率是减小了。而在玻色子的情况中，几率振幅是增加为 $1+1=2$，在费米子的情况下相反为 $1-1=0$。规则是这样的：如在某一态中已有一个粒子，你就无法通过偶产生使另一个粒子再进入该态，而初始存在的那个粒子会阻止你希望发生的事发生。这一事实使几率向所需要的反方向变化。这样我们就在一个特例下证明了自旋与统计之间的联系；这个联系对 $\frac{1}{2}$ 自旋粒子是不同于对零自旋粒子的。我们已经用到了相对论性的量子力学，也就自然用

到了狄拉克方程的公式。我再来接着讨论以便对它为什么会是这样有一个更清楚的概念。

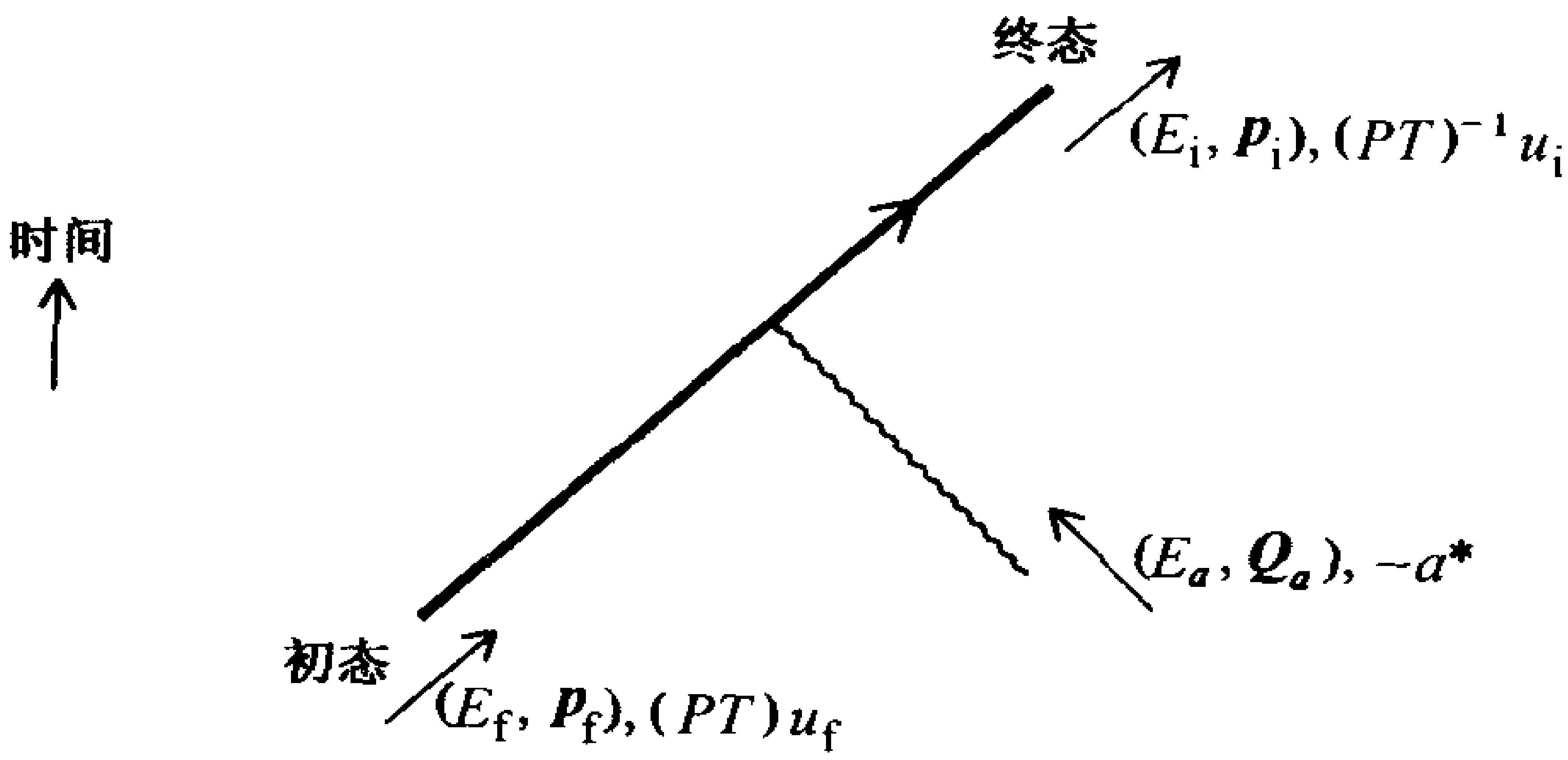
反粒子和时间反演

现在我想要做的是来表述将粒子与其反粒子联结起来的普遍的规则。在前面我们十分明确地讲过，要想理解反粒子的行为，你所要做的一切就是“逆着时间”去观察那个粒子。更准确点说，应该是下面的说法。假设开始是有一个反粒子处于动量为 $\boldsymbol{p}_i$，能量为 E_i，自旋为 u_i(不论粒子的自旋为何)的态。从这个态开始，这个反粒子可以做各种不同的事。例如，如果这个反粒子是带电的，它能发射一个偏振态为 $\boldsymbol{a}$，动量为 $\boldsymbol{Q}_a$，能量为 E_a 的光子，自己则进入动量为 $\boldsymbol{p}_f$，能量为 E_f，自旋为 u_f 的终态。这个反粒子做这件事的几率振幅就和一个粒子做相反的事的振幅是一样的，这个相反的过程就是指粒子开始处于动量为 $\boldsymbol{p}_f$，能量为 E_f，自旋为(PTu_f)的态下，吸收一个偏振为 $-\boldsymbol{a}^*$，动量为 $\boldsymbol{Q}_a$，能量为 E_a 的光子，同时进入动量为 $\boldsymbol{p}_i$，能量为 E_i，自旋为$(PT)^{-1}u_i$的态(见图 11)。因此你只要对反粒子的行为的几率振幅作用上 PT，你就可以得到粒子行为的振幅。注意，将 PT 作用于动量为 $\boldsymbol{p}$，能量为 E 的态，所得的态动量仍为 $\boldsymbol{p}$，能量仍为 E。为什么？因为经时间反演后的态动量变为 $-\boldsymbol{p}$，能量仍为 E，但接着作宇称变换，所有的空间方向都反转了，又把动量变回 $\boldsymbol{p}$，能量仍为 E。可是 PT 对光子的偏振确有影响，对自旋状态也是有影响的。我们要指出，在过程的一端我们必须作逆变换，即变换$(PT)^{-1}$。尽管这看起来和 PT 一样，但我们马上就会看到它们之间还是有点微妙的差别。因此将粒子变成反粒子的变换 C 等价于宇称反转 P

与一时间反演 T 相结合。在时间反演 T 的作用下，一切事物的时间顺序都反过来了——例如，如有圆偏振光，它的偏振矢量，譬如说是 $(e_x,\ e_y)=(1,\ i)$，在时间反演下偏振矢量就变为 $(e_x,\ e_y)^*=(1,\ -i)$，这时的电场强度矢量旋转方向与原来的完全相反。于是 $PT(e_x,\ e_y)=-(e_x,\ e_y)^*$，等等。$C=PT$——一切事物逆



(a)



(b)

图 11　(a)一个反粒子发射一个光子的过程
(b)相应的粒子吸收一个光子的过程

着时间进行，在空间上也反转过来了。不过我不打算详细证明这一点。

上面已经提到，当从反粒子的行为来得出粒子的行为时，在一端的自旋态要把 PT 作用上去，在另一端的自旋要作用上$(PT)^{-1}$。我们倒是宁愿两端都作用上相同的变换，因为如果自旋态 u_i 与 u_f 是一样的话，那么自旋态$(PT)u_i$ 与$(PT)u_f$ 也是一样的，后面我会用到这一点。原来宇称变换 P 没什么问题，我们选好位相可使 $P^2=1$，即两次空间反转等于什么也没变。我们想要证明的则是对$\frac{1}{2}$自旋的粒子有 $T^{-1}=-T$，即 $T\cdot T=-1$，而对零自旋的粒子却是 $T\cdot T=+1$。这个符号上的差异，这个对$\frac{1}{2}$自旋粒子多出来的符号就是泡利不相容原理和费米统计的根源。

相继两次时间反演的效果

两次时间反演会使$\frac{1}{2}$自旋粒子改变符号，为什么会这样呢？回答是，变换 T 作用两次相当于转过 360°。设想在四维空间中我将 x 轴翻转两次，这就相当于转过 360°；对 t 轴来讲也是如此。下面我来证明，这的确是如此(甚至不必认为 t 和 x 之间有任何相对论性的关系!)。那么，正如我们在前面讲到过的，将$\frac{1}{2}$自旋粒子旋转 360°就要将它乘上一个(-1)，所以我们就有 $T\cdot T=-1$。下面我们来证明，对$\frac{1}{2}$自旋我们必定有 $T\cdot T=-1$。

表一中所示为各种态及其分别在 T 作用一次及作用二次后所处的状态。表中第一个态为一个粒子位于空间点 x 处；用狄拉克记号来表示写为$|x\rangle$ 。在“$|$”与“$\rangle$ ”之间放进态的名字，或者放进标明这个态的某种记号。接下去态的时间反演为 $T|x\rangle=(|x\rangle)$，即粒子仍在同一点，没什么要事发生。可

是，一个处于动量为 p 态(即处于 $|p\rangle$ 态)的粒子在时间反演下就会变成动量为 $-p$ 的态，但在第二次时间反演下又会变回 $|p\rangle$ 态。

对 $|p\rangle$ 的考察说明 T 是一个所谓的“反么正”算符。$|p\rangle$ 可以由不同地点的态 $|x\rangle$ 配以不同的位相组合而成。要想得到时间反演后的态 $|-p\rangle$，只要取态 $T|x\rangle=|x\rangle$，再配以与原有周相复共轭的周相经过线性组合而成，所以一般来说有 $T[\alpha|a\rangle+\beta|b\rangle]=\alpha^{*}T|\alpha\rangle+\beta^{*}T|b\rangle$，也就是说，对反么正运算来讲，凡是你遇到系数的时候，就取它的复共轭。自然，如果你再次作用 T，你又要再次取系数的复共轭，而如果你是精通代数的话，你就会知道这样连续求两次复共轭简直就是浪费时间。那么 $TT|a\rangle$ 与 $|a\rangle$ 是同一物理态，但是烦人的量子力学总是允许二者有不同的位相。因此，根据以上论述，$TT|a\rangle=(\text{相因子})\cdot|a\rangle$，所有能与 $|a\rangle$ 态叠加的态都有相同的相因子，从而在作用 TT 的前后各态之间的干涉是一样的。零自旋和 $\frac{1}{2}$ 自旋的态不能叠加，这两种态根本不同；因此当作用 TT 时，这二者的位相总的改变会不一样。

接下去我们要用到的一个结论是，如果有一角动量的本征态 $|j, m\rangle$，则 $T|j, m\rangle=(\text{相因子})\cdot|j, m\rangle$。因为对角动量来讲必定会像下面这样：一件向某一方向转动着的东西在时间反演下一定会是一件向相反方向旋转的东西。例如，对轨道角动量 $\boldsymbol{L}=\boldsymbol{r}\wedge\boldsymbol{p}$ 来说，由于 T 将 $\boldsymbol{r}\rightarrow\boldsymbol{r}$ 以及 $\boldsymbol{p}\rightarrow-\boldsymbol{p}$，可见有 $T\boldsymbol{L}\rightarrow-\boldsymbol{L}$，就是说，在 T 的作用下将得到反向的角动量。

首先来讨论整数自旋态。设有一个 z 方向分量为零的角动量的本征态，即态 $|j, m=0\rangle$，作用一次 T 之后，这个态就会变成这同一个态 $|j, m=0\rangle$ 与某一位相的乘积，但再次作用 T，

表一　时间反演对各种态的作用效果

状态：$\|a\|$	作一次时间反演：$T\|a\rangle$	作二次时间反演：$TT\|a\rangle$
$\|x\rangle$	$\|x\rangle$	$\|x\rangle$
$\|p\rangle=\sum e^{ipx}\|x\rangle$	$\|-p\rangle=\sum e^{-ipx}\|x\rangle$	$\|p\rangle$
$\alpha\|a\rangle+\beta\|b\rangle$	$\alpha^* T\|a\rangle+\beta^*\|b\rangle$	$\alpha TT\|a\rangle+\beta TT\|b\rangle$
整数自旋态		
$\|j, m=0\rangle$	$e^{i\phi}\|j, m=0\rangle$	$e^{i\phi}(e^{-i\phi}\|j, m=0\rangle)$ $=\|j, m=0\rangle$
$\frac{1}{2}$自旋态		
$\|+z\rangle$	$\|-z\rangle$	$-\|+z\rangle$
$\|-z\rangle$	$-\|+z\rangle$	$-\|-z\rangle$
$\|+x\rangle=(\|+z\rangle+\|-z\rangle)/\sqrt{2}$	$(\|-z\rangle-\|+z\rangle)/\sqrt{2}=-\|-x\rangle$	$-\|+x\rangle$
$\|-x\rangle=(\|+z\rangle-\|-z\rangle)/\sqrt{2}$	$(\|-z\rangle+\|+z\rangle)/\sqrt{2}=\|+x\rangle$	$-\|-x\rangle$

利用 T 为反么正性的事实，这只能把态准确地推回到始态 $|j,\ m=0\rangle$ 。既然所有可以叠加的态的位相都是一样的，所以对整数自旋的态来说有 $T\cdot T=+1$.

为了理解半整数自旋在 T 的作用下会如何，我们取自旋为 $\frac{1}{2}$ 这个最简单的例子来讨论。我们只取四种特殊的态来讨论：沿着和逆着 z 轴的两个态 $|+z\rangle$ ，$|-z\rangle$ ；和沿着和逆着 x 轴的两个态 $|+x\rangle$ ，$|-x\rangle$ 。初等自旋理论告诉我们，这后两个态可以如何用两个基态 $|+z\rangle$ 和 $|-z\rangle$ 来表示：其中一个，$|+x\rangle$ ，可以由 $|+z\rangle$ 与 $|-z\rangle$ 以同相等量叠加而成，而另一个 $|-x\rangle$ ，则以反相等量叠加组成。在物理上 $|+z\rangle$ 的时间反演为 $|-z\rangle$ ，反之亦然。类似地，$|+x\rangle$ 的时间反演为 $|-x\rangle$ 乘以一个相因子。

对第一项 $T|+z\rangle$ 来讲，应为 $|-z\rangle$ ，至少是在一相位因子的范围内是如此。这第一项的相位可任意选择，这一点可在后面验证，因而我们可以令 $T|+z\rangle=|-z\rangle$ 。同样，$T|-z\rangle$ 必定是 $|+z\rangle$ 乘一个相因子。但这回我们不能直接选为 $|+z\rangle$ ，因为这样的话 T 对 $|x\rangle$ 的作用，由于 $|+x\rangle$ 是由 $|+z\rangle$ 与 $|-z\rangle$ 同相叠加，就会变为同相的 $|+x\rangle$ 态，而不是反相态 $|-x\rangle$ 乘一个相因子，而从物理上来看则应该是这样的。为了使这一相的反转出现，我们要令 $T|-z\rangle=-|+z\rangle$ ，和我们在做 $T|+z\rangle$ 时所选的位相相反。于是有 $T(T|+z\rangle)=T(|-z\rangle)=-|+z\rangle$ ，表中的其余部分就都可以完成了。这样一来，对 $\frac{1}{2}$ 自旋有 $T\cdot T=-1$，容易证明这对任何半整数自旋均如此，这时态在时间反演下决不会回到原来的物理态。因此将这个结论与整数自旋的结论结合在一起就得到 $T\cdot T=$ 旋转 360° 的结论。

现在来说 $\frac{1}{2}$ 自旋圈图的正负号的事。你们可能记得，在相对

论性的量子力学中，一个扰动势会产生粒子-反粒子偶，所以真空（无粒子的态）保持为真空的几率必定小于1。将真空仍然留在真空态下的振幅记为 $1+X$，这里 X 为图6中右侧那种闭合圈图全部贡献，那么 X 必定会对真空仍保留为真空的几率贡献一个负的值，而这正是图6中的等式所述的结果，因为该图左边的图形是严格为负的。

考虑对 X 做出贡献的圈图。一个圈图可以看成是这样构成的，例如，开始有一个电子在以狄拉克波函数 u 表示的态下，然后沿着这个圈图传播，又回到同一物理态 u。我们必须计算由此得到的矩阵积的迹，即求对角元素之和。但还有一稍稍不同的情况：这同一个物理态可能是转过了360°的态，而实际上我们发现的确是这样（或是等价的 $T \cdot T$）。不论你从哪个参照系来观察这个过程，电子在某个阶段变成了逆着时间运动的正电子（一次 T），过了一阵子它又变回顺时间运动的电子（另一次作用 T），从而绕着传播了一整圈，最终回到了 TTu 态（见图12）。

算符 TT 也可以作用于玻色粒子（零自旋）上，但这种情况下

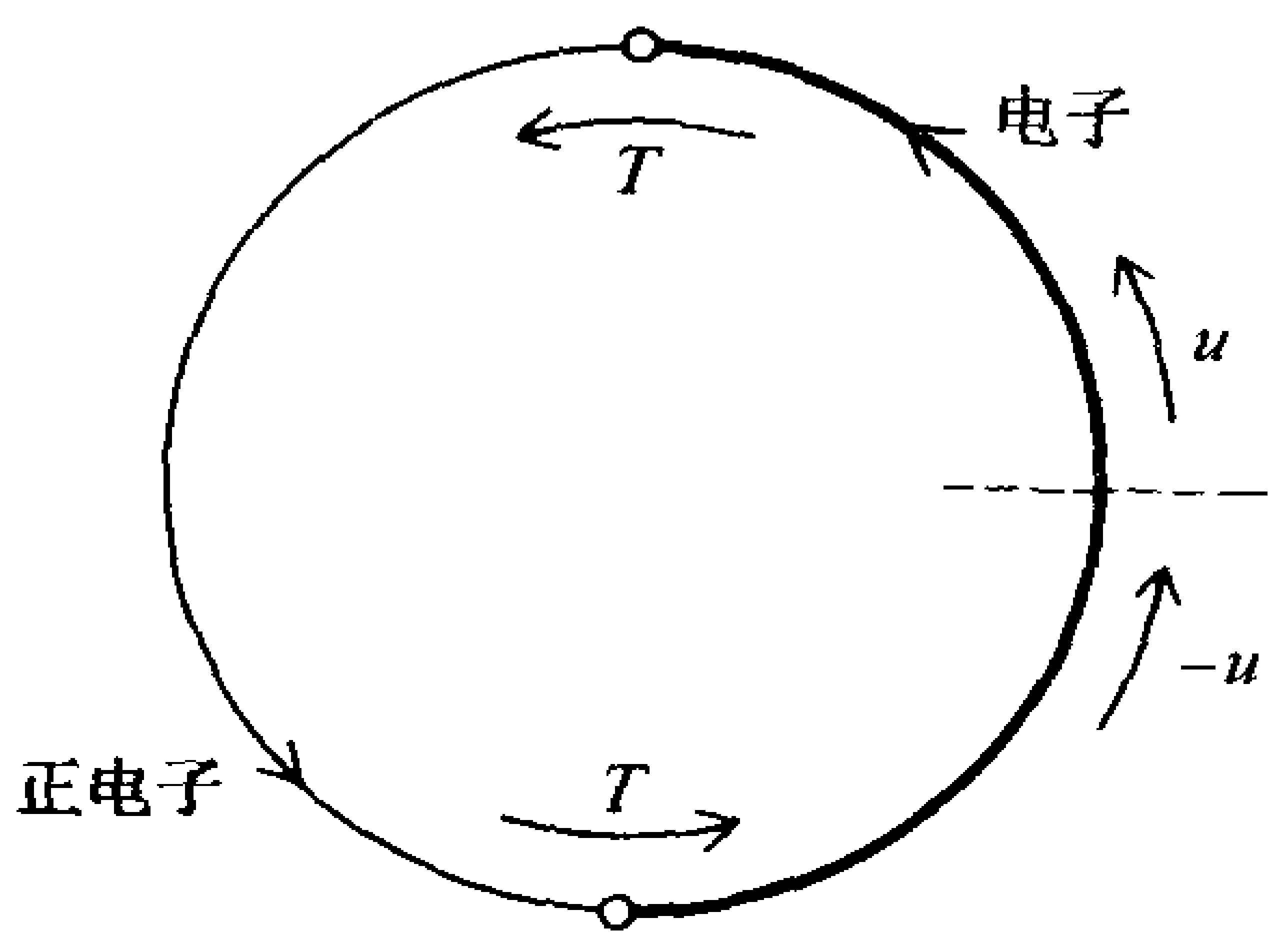


图12　一粒子-反粒子圈图，图中画出了两次时间反演的作用

有 $TT=+1$，因此不成问题。在玻色子的情况下，一切正常进行；X 中普通的迹会得出负的贡献。但在$\frac{1}{2}$自旋的情形中，我们刚刚已经发现有一个额外的负号，所以要想保证图 6 中的等式能成立，保证 X 对几率作出负贡献，对$\frac{1}{2}$自旋必须要有一个新规则：对每一个普通的圈图的迹我们附上一个额外的负号以抵消来自 $TT=-1$ 所引起的负号。如果不加入这个额外的负号，我们的几率就不会加起来等于 1，我们就不会有一个前后一致的$\frac{1}{2}$自旋粒子的理论。这个符号只能与费米统计相协调。

对$\frac{1}{2}$自旋粒子圈图的这一普遍规则，即对每一个封闭的圈图必须乘以 -1，就是我们有费米统计的原因(见图 9)。图 9(a)与 9(b)这两种情形相互差一个负号，这是因为图 9(a)中有两个圈图，而图 9(b)中则只有一个圈图，这样一来图 9 就是告诉我们，当交换身边的两个粒子时，就必定会引进一个相对负号，这就是费米统计!

磁单极，自旋和费米统计

最后，为了更清楚地阐明粒子的转动性质与它们的统计性质之间的关系，我来给你们讲一个例子，其中有一个$\frac{1}{2}$自旋客体，它的角动量是怎么来的我们能搞清楚。设在一电荷附近有一个磁单极(见图 13)。磁单极最早是由狄拉克提出来的，因此在这篇演讲中来谈它是合乎时宜的。

磁单极是一个磁通量之源，就好像电荷是一个电通量之源一样。至今尚无人见到过磁单极，但是我们总可以想象它。事实上，只要取一根很长的普通的条形磁铁，那么从它的一端发出的磁通就有点像这种磁单极发出的，因为另一端离开得很远。

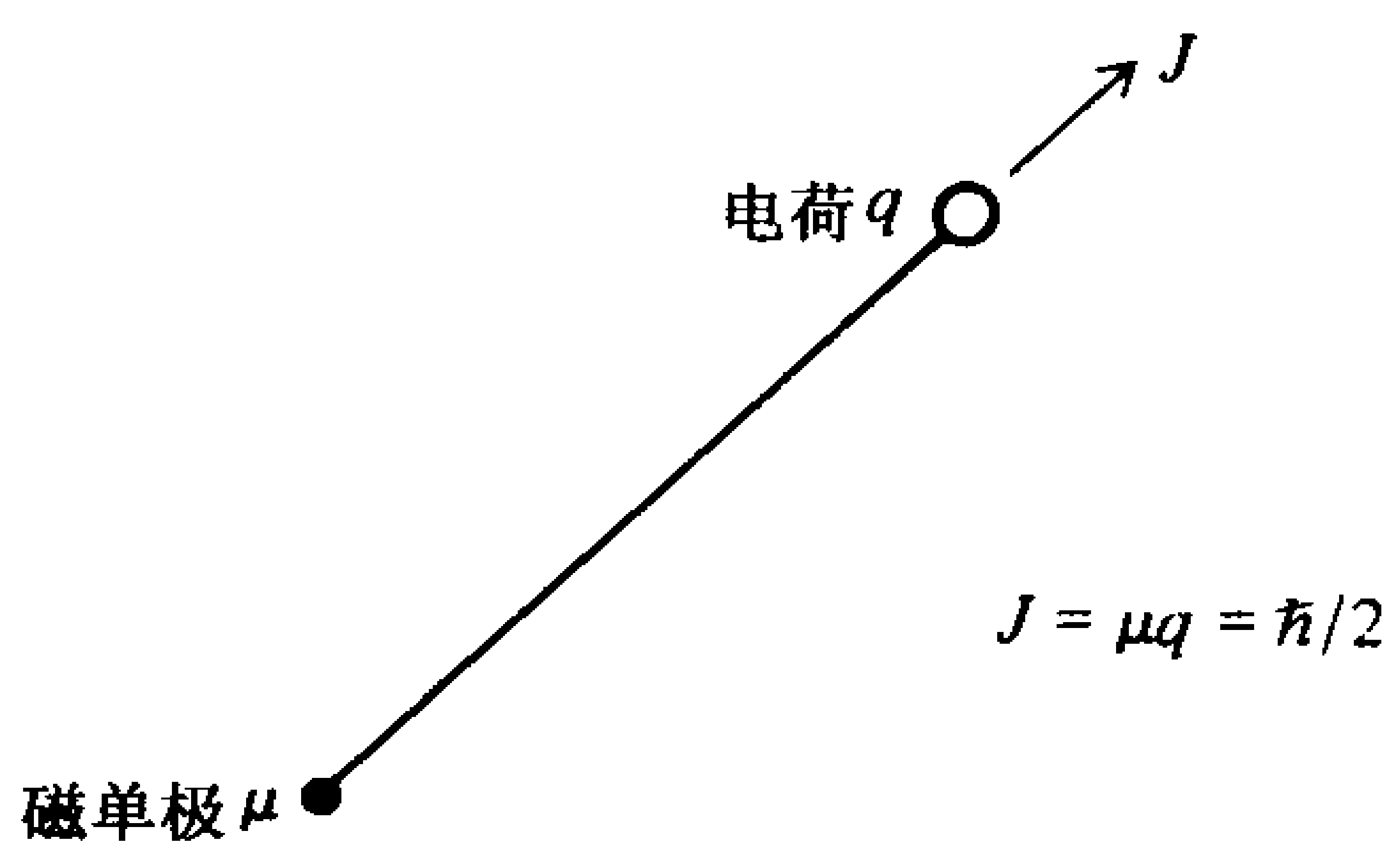


图 13　电荷 q 附近的一个磁单极

总之，设有一磁荷为 μ 的磁单极在一电荷 q 的附近，同时设这二者的自旋均为零，所以用不着为内禀角动量操心。但这二者都有对方在场，所以你可以按正常的方式作坡印廷矢量 $\boldsymbol{E}\wedge\boldsymbol{B}$。将波印廷矢量对全空间积分就可得知动量为何，而如果你把这个量算出来，还可以知道，这个复合的客体具有一个角动量(方向沿电荷与磁极的连线)，其值与这两个客体相距多远无关。算这个角动量的方法有多种，我把它留作习题，但我要告诉你们这个角动量算出来的值为 μq①。

到了量子力学中，角动量就必须量子化。实际上，角动量只允许取(1/2) $\hbar$ 的整数倍，因此我们取这个最小允许值，令 $\mu q=(1/2)\hbar$，这样我们就构造了一个$\frac{1}{2}$自旋的客体。那么当将这个客体旋转 360°时，我们应发现相位改变 -1；我们来看看是不是这样。

① 也许确定这个角动量最简单的方式就是去求使轴(连 q 与 μ 的直线)以 ω 角度转动所需的力矩，这是维持电子绕磁极的角速度 ω 做圆周运动时所必须加的力矩。自然，力是由于电子在磁极的磁场中运动产生的。

设磁荷固定，令电荷绕着它转过 360°(见图 14)。有一个很有名的定理，它是讲一电荷在磁场中位移时位相改变量为 $\exp(iq\int \boldsymbol{A}\cdot d\boldsymbol{x}/\hbar)$，式中$\int \boldsymbol{A}\cdot d\boldsymbol{x}$ 是矢势 $\boldsymbol{A}$ 沿电荷位移经历过的路径的线积分。(这是要吓你一下!)在这种情况下，线积分可以绕一圆周，但矢量分析告诉我们，$\boldsymbol{A}$ 的线积分可以化为 $\boldsymbol{B}$ 的面积分，这个面积的边界就是上述线积分所绕的圆周。假设我把这个线积分转化为 $\boldsymbol{B}$ 在上半球面上的积分。$\boldsymbol{B}$ 的面积分就是通过该面积的磁通量。而磁荷为 μ 的磁单极所发出的总磁通量为 $4\pi\mu$，也就是说，在完全包围着磁单极的整个球面上磁通的总和为 $4\pi\mu$。在我们这里的情况只对半球面积分，所以我们应得到上述值的一半，即 $2\pi\mu$。这样一来总的相位改变为 $\exp(2\pi i\mu q)$，再利用 $\mu q=-\frac{1}{2}$，就会得 $\exp(i\pi)=-1$，没问题，这绝对是对的。

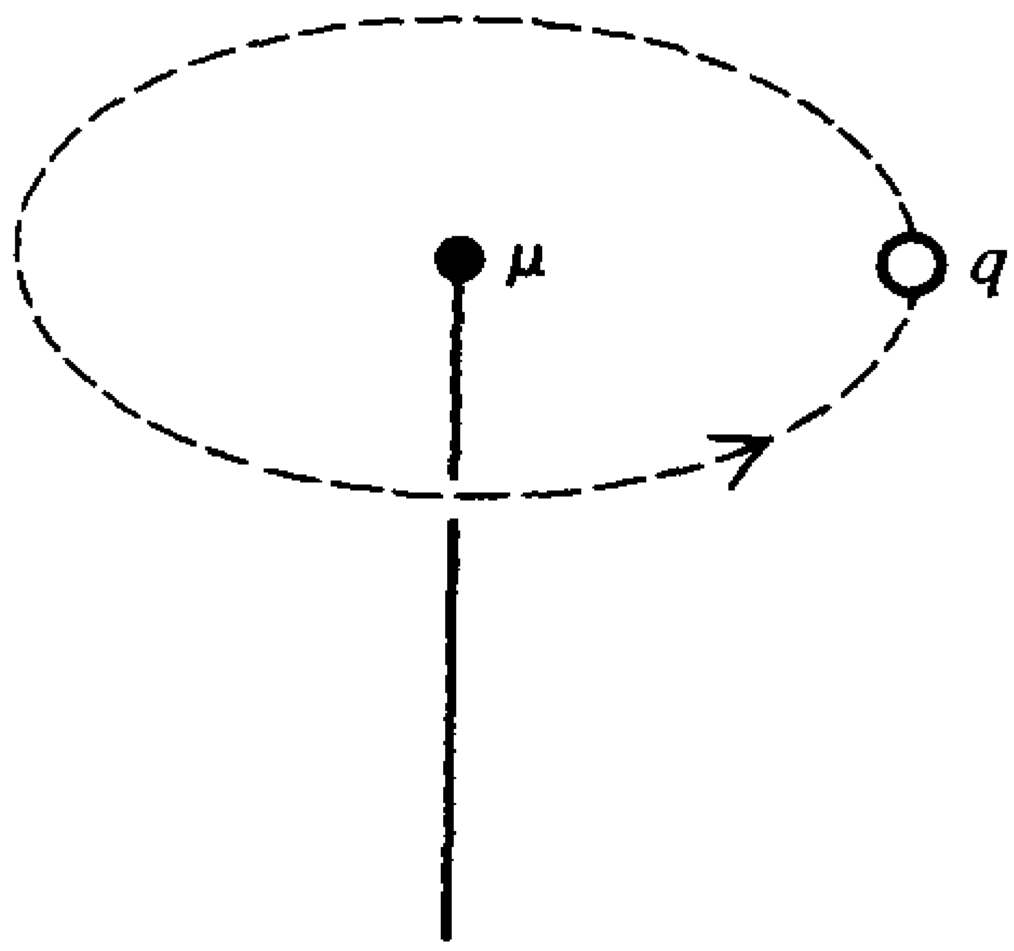


图 14　将电荷 q 绕磁单极转过 360°

谈到这里我要暂时离开一下本题了，因为我们已很接近狄拉克的一个论点，它向我们表明，只要这个宇宙在什么地方有一个磁单极，那么电荷就必定是量子化的。这个论证简要如下。如果积分选的不是上半球面，而是下半球面，我们应该得到相同的结果。这时曲面的方向与线积分的方向就应相反，因而相应相位改

变就应该是 $\exp(-i\pi)$，它仍然是 -1。但是要注意，如果 q 不以 $\hbar/2\mu$ 的整数倍量子化的话，这两个不同的曲面就会得出不同的结果；这是一个矛盾。因此磁单极的存在意味着电荷量子化，而由于我们相信电荷是量子化的，这就使得有些人相信有磁单极。

现在假设我们有两组这种东西，其中一组电荷 - 磁单极叫做 A，另一组完全一样的叫做 B。起初 A 在点 x，B 在点 y(二者的指向相同，譬如说都指向上)。如果我来交换它们，那会发生什么?来，瞧。

图 15(a)表示这个交换操作。我们要来计算在这个过程中所发生的相位变化。这种相位改变的唯一来源是由于 A 绕 B 磁极的转动引起的改变和 B 绕 A 磁极转动引起的改变(每一组合中电荷与磁极的相对位置没有改变)。从 B 看来，交换操作如图

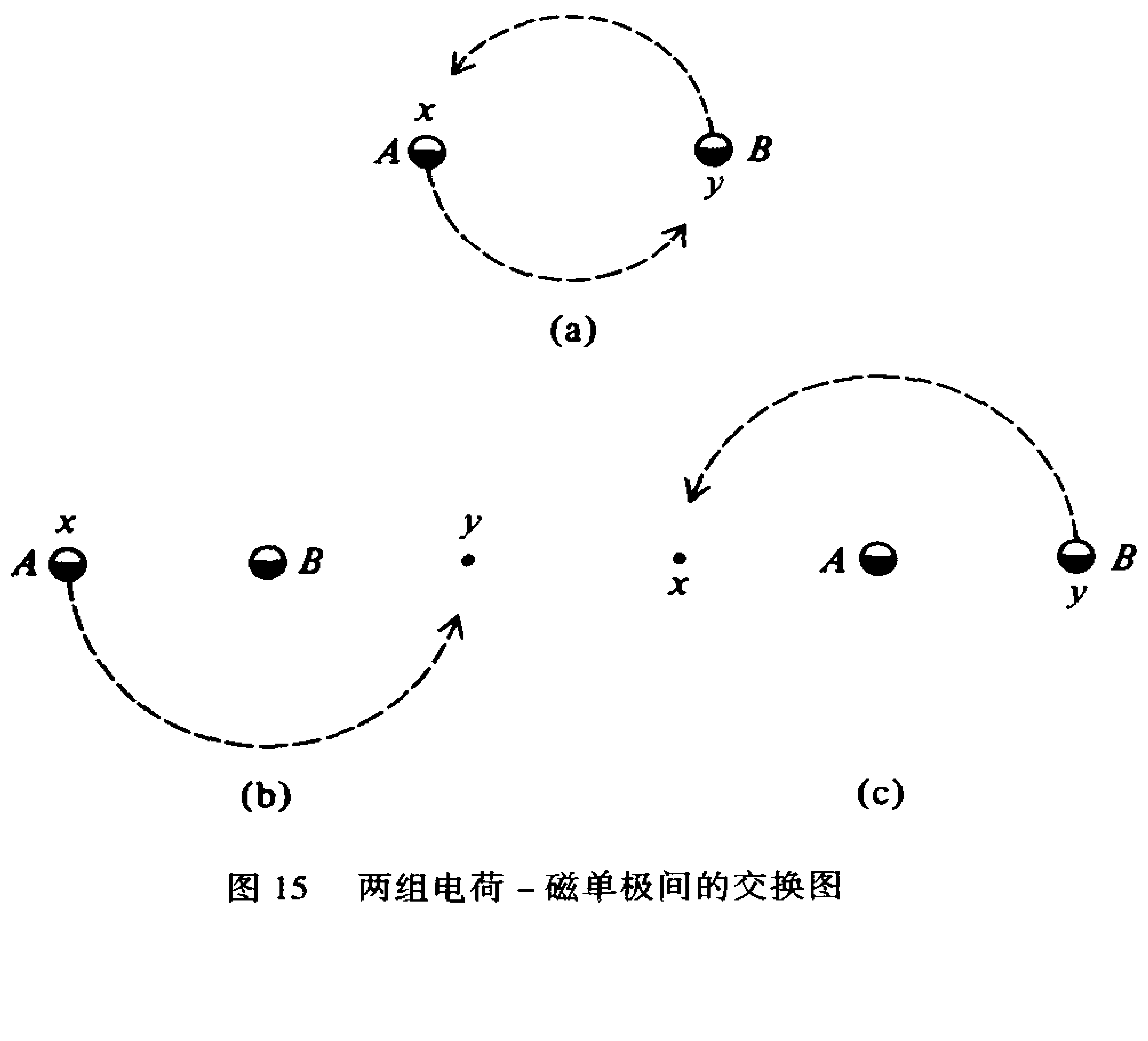


图 15　两组电荷 - 磁单极间的交换图

15(b)所示，而从A来看，则如图15(c)。每一相对运动对相位的总改变所贡献的数量为$\exp(iq\int A\cdot dx/\hbar)$。由于$A$绕$B$转过180°，而B自己也绕A转过了180°，所以总共有360°的转动。通过线积分来计算相位改变，图15(b)中线积分的路径从x至y，而图15(c)中的线积分的路径又从y返回x——把这两条路径合起来就得到了围绕磁极的一条完整的封闭路径的线积分，这条路径正好转过360°，所以得一个(-1)的因子，和我们前面所看到的一样。自然，这正好是我们对费米统计所预期的——当两个$\frac{1}{2}$自旋的客体相互交换时，就会有一个(-1)的因子。(我们曾假定这一组合中的组成部分，电荷和磁极，都是零自旋的客体，它们都遵守玻色统计规律。)

总　结

我们已经详详细细讲了不少，但是要记住的东西是那些基本概念。这就是：如果我们坚持粒子只能有正能量，那么我们无法避开在光锥之外的传播。如果我们从不同的参照系来考察这一传播，这个粒子就可能在逆着时间运动。一个人的虚粒子可能是另一个人的虚反粒子。然后，考虑到某事发生的总几率必定为1的这一思想，就会由于反粒子和偶产生的存在而出现额外的图形，这意味着无自旋的粒子遵守玻色统计。当我们将这一思想运用到费米子时，我们发现，粒子的交换会出现一个负号：它们遵守费米统计，普遍的规则是这样的，两次时间反演和转过360°是一样的。这就得出了自旋与统计之间的关系以及$\frac{1}{2}$自旋粒子所遵从的泡利不相容原理。以上就是我们所讲的全部东西，其余的只不过是详细的阐述。

理查德·费曼

(正在作狄拉克纪念报告)

以上就是原本在我们的报告中要讲的全部内容，但是通过和你们中一些人的交谈以及进一步思考，我想补充讲几点，可使得自旋与统计之间的联系更为明显和直接。磁单极和电荷组合体的讨论并不是通过对两次时间反演作相对论分析，而是直接作360°的转动来获得其结论的。这一论证可以做得更有普遍性。在量子力学中从同一始态到达同一末态的不同过程的振幅应该加起来，我们认为，从这一点来看，玻色统计法则是显然的。费米的情况怎么样呢？

我们已经指出过，对半整数自旋的客体来说，几率振幅的符号可能被掩盖着，因为可能发生了360°的旋转而未被人注意到。

那么我们想要了解的自旋－统计法则在这两种情况下同时可用下述单一的法则来表述：交换两个粒子对波函数的影响和将其中一个粒子的参照系相对于另一个粒子的参照系旋转360°所产生的效果是一样的。可是为什么应该如此呢？为什么，就是因为这样一种粒子交换确确实实就是这样一种参照系的相对转动！

在磁单极－电荷的例子中我们已经注意到，如果A与B相交换(通过两不相交的路径)，A会发现B绕它转过180°，而B则看着A沿相同的方向也绕着它转过180°；相互转过360°。

为了验证这一点是普遍正确，我们可以设想(采用大卫·芬

克尔斯坦(David Finkelstein)的一个想法)两个客体 A 和 B 连接在一条绶带或腰带的两端的相应的点上。我们可以通过观察绶带是否有扭转来检验参照系是否有转动(在两端点 A 与 B 交换后让绶带的空间定位近似地恢复原状)。的确是这样，交换这两个客体(交换过程中各自保持平行，没有绝对转动)真正地使绶带产生了这样一个扭转(见图 16)。

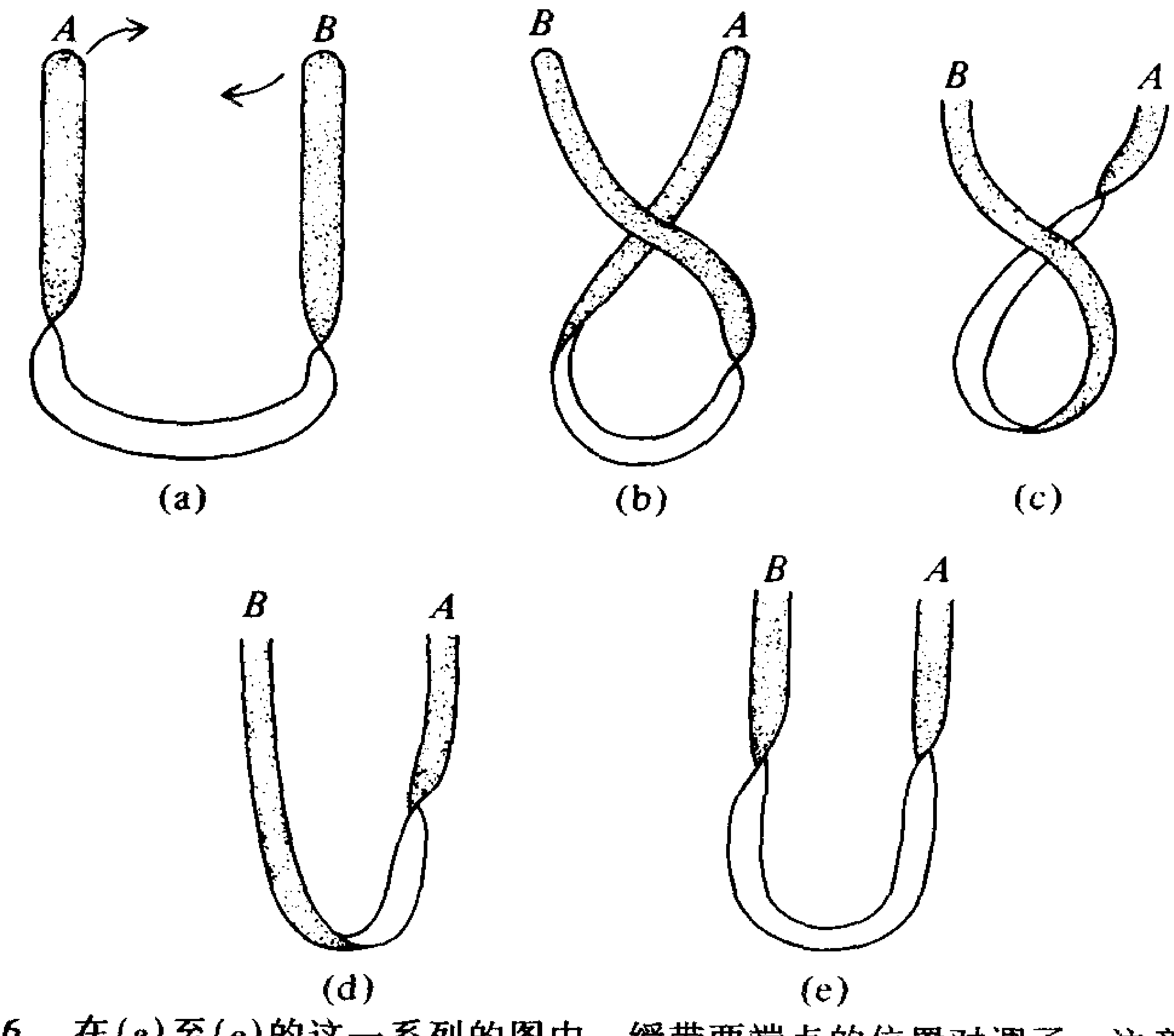


图 16　在(a)至(e)的这一系列的图中，绶带两端点的位置对调了。注意(e)图右端对着我们的是(a)图中的反面。要使它完全恢复原样，就需要右边绶带绕垂直轴再转过 360°

既然两个客体之间的交换意味着一个客体相对于另一个有这样一个 360°的转动，那么交换两个半整数自旋客体所产生的这种 360°的转动会引起一个(－1)的相位因子就毫不奇怪了。

第二章 物理学的最终定律

S·温伯格

非常感谢圣·约翰学院和剑桥数学学会邀请我来做纪念保罗·狄拉克的报告。我还是学生的时候就听说过他的伟大成就，对他非常敬畏。后来我有幸和狄拉克见过几次面，我仍然对他非常敬畏。做这样一位伟大人物的纪念报告是一次真正的挑战，在做这报告的计划时，我就感到只有讲一个伟大的题目才能与之相称。我想如果向你们来谈我们上周在基本粒子物理学中的新发现未必合适。因此，我就跳过了一切的细枝末节，决定来谈一谈在我们这个领域内所公认的一切问题中最重大的问题："物理学的最终定律是什么?"

可是，并不完全是这样。尽管我想要提出一套幻灯片，上面已经写下了物理学的最终定律，并用它来纪念狄拉克，但实际上，我不可能做到。我真正的题目必须谦逊得多。这个题目应该这样来提："在今天的物理中有哪些迹象能告诉我们，在未来的某一天终将发现的这个最终的基本理论会是什么样的?"

首先，我要来讲一下我所谓的最终基本理论是什么意思。在过去几百年的时期内，科学家们打造了一条解释链，从日常生活的尺度向下伸向愈来愈微观的尺度。所以许多古老的问题——天

斯蒂文·温伯格(正在做狄拉克纪念报告)

空为什么是蓝的?水为什么是湿的?等等——已经用原子和光的性质做出了回答。接下去这些原子和光的性质又能用所谓基本粒子：夸克、轻子、规范玻色子和一些其他粒子的性质来解释。同时有一种朝着更简单的方向发展的趋势。这并不是说，随着进展数学会越来越容易，或者说设定的基本粒子的个数必定会一年年减少，而是说原理逻辑一致性会更强；这些原理会给人们更强的必然性的感觉。我在得克萨斯大学的同事约翰·惠勒(John Wheeler)这样预言，当我们终于知道这些物理学的最终定律时，我们一定会感到意外，为什么它们一开始不是这么明显呢?假如

是这样，我们要探索的就是：寻求一组简单的物理原理，它们可能具有最必然的意味，而且我们所知有关物理学的所有一切，原则上都可以从这些原理推导出来。

我不知道，我们究竟是否能达到这一步；事实上，我甚至不能肯定，到底是不是有这样一组简单的、最终的、基本的物理定律。然而，我敢肯定，寻求它们对我们是有好处的，就像当年西班牙探险家们从墨西哥的中部朝北开拔去寻找西波拉(Cibola)的七座金城一样。他们没有找到金城，但他们找到了别的有用的东西，像得克萨斯。

我还想说明的是，存在最终的基本物理定律，不是说物理学的其他分支就是被某种终极形成的基本粒子物理学所取代的危险。我看热力学就是说明这一点的一个很好的例子。今天我们对水分子的了解已极其深入了。假设在未来的某一天对水分子该知道的事我们都知道了，而且我们的计算能力已经强大到计算机能够跟随一杯水中每一个分子的运动轨迹(这两者都不太可能，我们只是这样假设)。即使我们能够预测一杯水中每一个分子的行为，但从计算机打印输出的堆积如山的数据中我们也找不到水的那些令我们真正感兴趣的性质，譬如温度和熵这样一些性质。这些性质只能用它们自己的术语来讨论，于是就有了热力学，它对热现象的研究用不着在每一步都归结到分子或基本粒子的性质上去。今天大家都不再怀疑热力学之所以成为现在的热力学，说到底，还是由于非常小的物质形式的性质。(自然，在20世纪初这可是有争议的，如果你读了，譬如说，玻耳兹曼(Boltzmann)的传记，你就会知道这一点。)但是今天我们并不怀疑，在某种意义上来说，热力学是从更深层的基本的物理学原理导出的。可是它仍然是，而且会永远保持作为一门独立的科学而存在。这个话对

于凝聚态物理和混沌学这样一些在今天更为活跃，处于更加激动人心的状态下的科学来说也一样是对的。自然，对于物理领域以外的科学，特别是对像天文学和生物学来说也就更加如此，对这些科学来说已经有历史的因素在其中了。

我也没有说基本粒子物理比物理学的其他分支就更重要的意思。我的意思只不过是说，由于基本粒子物理与基本定律之间的关系，即使它不一定有什么大的直接的实际价值，但它有其自身特殊的重要性。这是需要时常指出的一点，特别是当基本粒子物理学家们为了继续他们的实验而向公众求得拨款的时候。

对那些谈论最终基本定律的人有一种难听的词，把他们叫做还原论者，对此我要为他们辩护几句。自然，机械还原论者给人的印象的确很糟糕，没有比社会科学中的这种还原论者给人的印象更坏的了。但是在某种意义上我认为我们用不着去争论还原论的是和非。因为今天我们都是还原论者了。如今，任何一条有关化学亲和力的定律如果说它甚至在原则上也不可能由分子的性质推导出来的话，我以为任何一个化学家必定会对此表示十分怀疑。

这是一个古老的看法，可以追溯到苏格拉底(Socrates)时代之前。但是真正有了能找到一小组简单的原理来作为整个物理实在的基础的希望还只不过是60年前的事，是物理学中的伟大革命的来临给我们带来了这种希望，这一革命就是众所周知的量子力学，是保罗·狄拉克完成了它的最终形式。

在准备这次报告时我被告知，报告内容应该按照学过初等量子力学的大学本科生的水平来组织。虽然如此，我估计在听众中还是可能会有少数人不符合这个条件，所以我为你们准备了一堂二分钟的量子力学课。由于时间所限，我不得不只讨论一个非常

简单的系统。考虑一块硬币，忽略它所有一切像运动和位置这样一些性质，只讨论它是正面还是反面朝上的问题。用经典的方法来描绘这块硬币的状态，那么它不是正面就是反面朝上，而它的经典理论能告诉我们它什么时候会从一种状态跳跃到另一个状态。在量子力学中，这个硬币的状态就不能简单地用它是正面或是反面朝上来描述，而要用一个矢量，所谓的“态矢量”来描述。这个态矢量位于一个二维的空间，这个空间有两根轴，分别用正面朝上和反面朝上这两种可能态来标记(见图 1)。矢量的箭头可能沿反面朝上的轴垂直指向上，这时我们就说这个硬币肯定是反面朝上的，箭头也可水平地沿着正面朝上的方向，这时我们就说这个硬币肯定是正面朝上的。在经典力学中，硬币只可能有这两种状态。但是，在量子力学中，箭头(态矢量)可以指向任何中间的方向。如果它指向某个中间方向，那么这个硬币就不是准确地处于正面朝上的状态，也不是准确地处于反面朝上的状态。然而，如果紧盯着这个硬币，它就会被迫进入这两种可能的状态中的一个。就是说，测量的结果将是这两种可能性，正面朝上或反面朝上中的一个。当你测量这个硬币哪面朝上时，它就会跃入这两种状态之一，跃入某个态的几率与这个箭头开始时与这两轴的夹角有关。

态矢量可以用两个分量来描述，其中正面朝上的分量我称其为 H，另一个反面朝上的分量我称其为 T(见图 1)。H 与 T 被称为“几率幅”。当你作测量时得到正面朝上的几率就是 H 的平方，而得到反面朝上的几率则是 T 的平方。你一定听说过古代的毕达哥拉斯(Pythagoras)定理，它告诉我们这两个几率幅的平方之和就是这个态矢量的长度的平方。你们也知道，所有各种可能性的几率之和也必定为 1。这意味着几率幅的平方之和应为 1，因

而这个矢量的长度平方也必定是 1。换言之，态矢量的长度必定为 1。

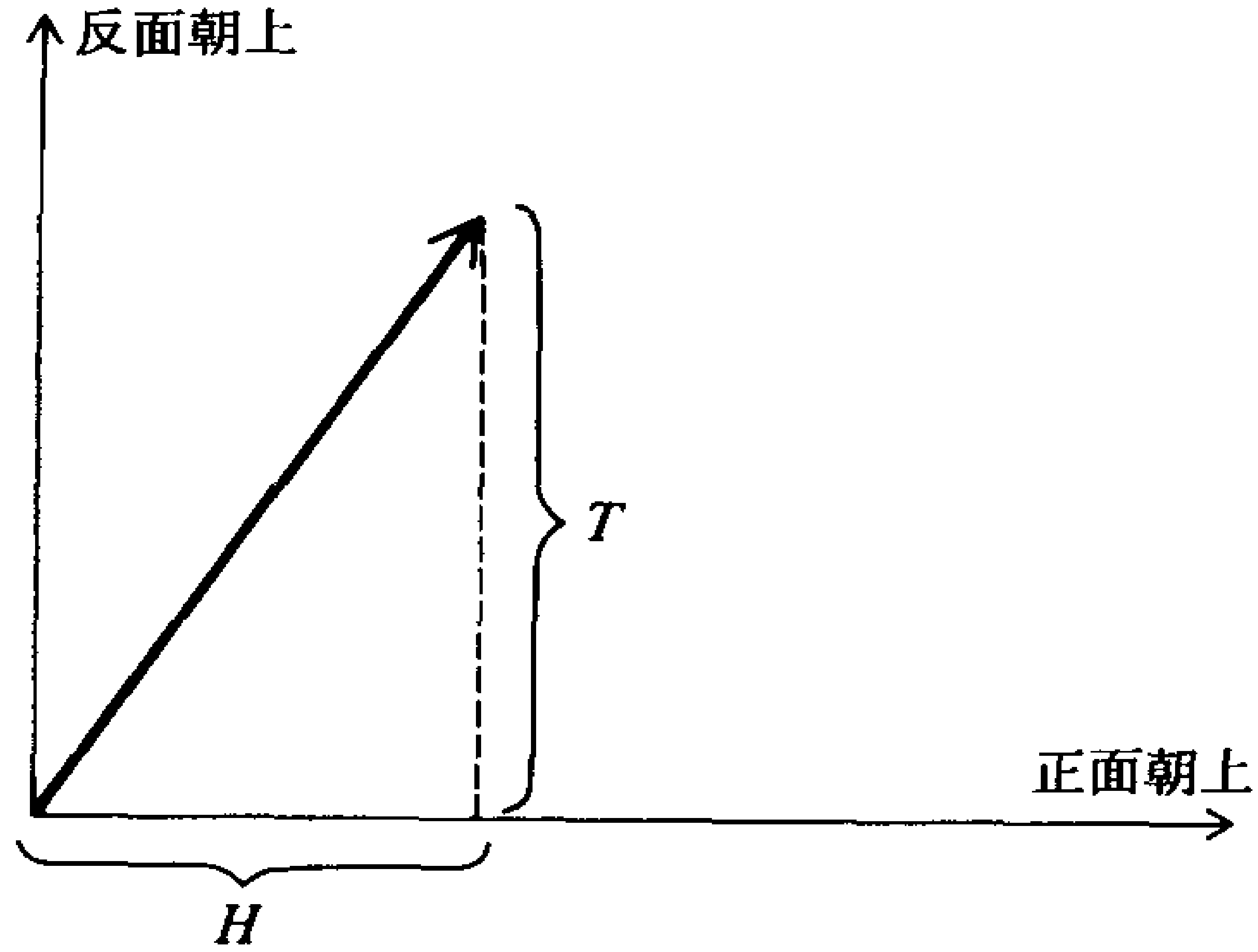


图 1　一块硬币作为一个简单的量子力学系统的例子。正面朝上的几率 $=H^2$，反面朝上的几率 $=T^2$，所以 $H^2+T^2=1$。这个态矢量的长度为 $\sqrt{H^2+T^2}=1$

因此在量子力学中，一个系统由一长度为 1 的矢量来描述，而实验给出的各种不同结果的几率则由该矢量的分量的平方来表示，确定这个矢量如何随着时间而旋转的法则就表达了这个系统的动力学。确定该矢量在任一单位时间内转过多少的法则就是这个系统的动力学规则。恰巧它正好是一个完全确定的规则。态矢量的演化是确定的，只有当我们试图测量这块硬币处于哪个状态时，才会出现不确定性。

有关量子力学要讲的全部就是这些。当然，对实际系统来说要复杂一些。例如，即使一块硬币也有位置，因此描写它的态矢量应位于一个大得多的空间中；对硬币所可能占据的每一个位置，这个空间应有一个方向来表示它。当我们来测量它的位置

时，我们得到的结果将是一个特定的位置和处于这个位置的几率，这个几率等于态矢量在代表这个位置的方向上的分量的平方。而且这些还是复空间，不是实空间，所以我们这里实际上谈的是复的无限维空间。不过这个例子对我们的目的来说完全够用了。

那么，量子力学在我们未来的物理学的最终理论中能够保留下来吗?我猜想它会，这是由于它在过去的60年的期间里获得了巨大的成绩，但更多的是由于量子力学给了我们一种非它不可的感觉。非常有趣的是，尽管你能在物理文献中读到对那些已经得到充分证实了的理论，如广义相对论、电弱相互作用理论或强相互作用理论进行定量检验的工作，你却难得读到有关试图对量子力学进行定量检验的工作[①]。这个原因就是，为了定量地检验一个理论，你得有某种更普遍的理论，你要检验的那个理论是它的某个特例。然后你可以问这个更普遍的理论的预测是怎样，接着再考核观察结果是否与这个更普遍的预测一致，还是与你感兴趣的那个特殊理论的特殊的预测一致。如今我们能推广广义相对论，也能推广电弱理论。这些推广并不怎么特别漂亮，这就是我们至今仍相信广义相对论和电弱理论的原因之一，不过它们对我们来说也有用，可以在我们做检验广义相对论或电弱理论的工作中充当被打倒的“稻草人”。

---

① 对经典力学有判决性的定量检验，例如在自旋关联方面的实验。正如贝尔(Bell)所指出的，对这些自旋关联经典力学会导出一个不等式，这个不等式在量子力学中将遭到破坏，在这些自旋关联的实验中观察到这个不等式被破坏的事实表明，经典力学的法则在这种现象中遭受到了严重的破坏，但若当做检验量子力学本身来看只能达到大约1%的准确度。

我不知道量子力学有什么有意义的推广。也就是说，我不知道有哪个更大的、逻辑上前后一致的理论可以把量子力学作为一个特例包含于其中。通常问题出在当你试图去推广量子力学时，不是几率的总和不等于 1，就是会得出负的几率。即使你可能不同意，但我认为应该这样来推广量子力学才是有用的，即应使得实验工作者有“射击”的目标。这一点有可能做不到，在这种情况下我想你该会承认量子力学在“必然性”的评价上得分是很高的。

但量子力学还不够，量子力学本身还不是一个动力学理论。它是一个空舞台。你还得加上演员：你还要规定位形空间，一个无穷维的复空间，还要有能确定态矢量在这个空间中如何随时间旋转的动力学法则。

我们中的很多人越来越相信，这个尚未找到的、应该补充到量子力学中来的要素是某个或几个对称性原理。对称原理是说，有各种各样的方式来改变你观察大自然的角度，它实际上是改变了态矢量所指的方向，而控制态矢量如何随时间而转动的规律则是不变的。所有这些观察方式的变化的集合叫做自然的对称群。我们越来越清楚地认识到，我们今天对自然的认识最深刻的东西就是自然的对称群。在此我想提出一个观点，对这个观点我也不是十分有把握，但至少有这个可能，这就是：对这个物理世界，需要我们认识的，除了量子力学的原理之外，可能就是这个自然界的对称群了。

自然界的这种对称性的范例当然就是空间与时间的对称群了。这个对称群告诉我们，无论你是怎样改变实验室的方位，也不论你把它置于何方，或者不管你如何调整你的时钟，也不管实验室运动的快慢，自然的规律都是一样的。

譬如，我们来看转动对称性(或转移不变性)。这种对称性原

理是说，实验室的方位不管怎样选取都没有什么关系。为了弄清楚这个原理如何起作用，我们这次不是把它用到上面讨论过的硬币那个例子上，而是应用到某个与之非常相似的东西，即用到一个电子上去。正如在讨论硬币时那样，我们忽略它的运动，只考虑它的自旋。电子自旋的位形空间非常简单，这也是量子力学的非常独特的地方之一。这是一个二维空间，正好和硬币的位形空间相像(见图2)。沿空间的任一轴，譬如说垂直轴，电子的自旋

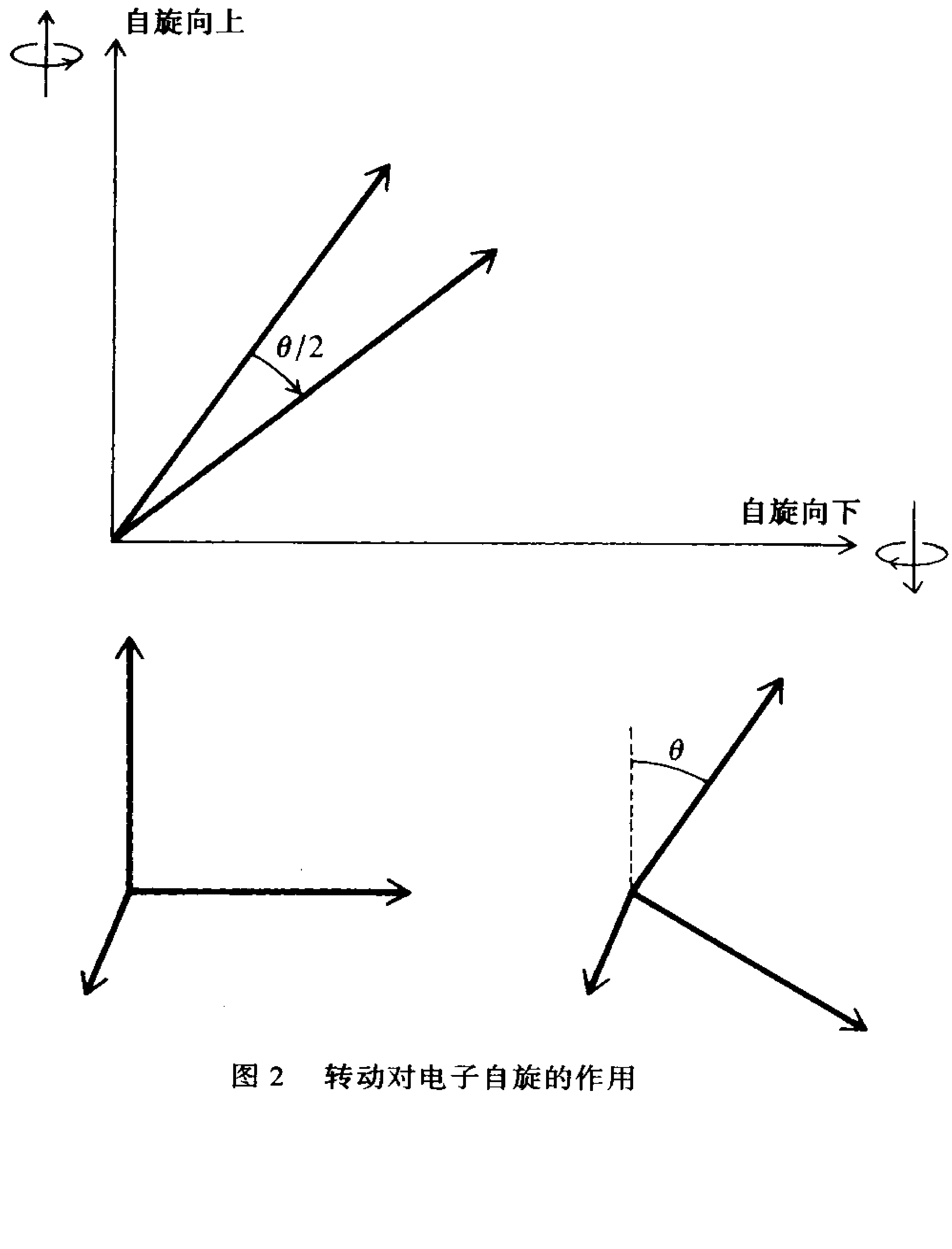


图2　转动对电子自旋的作用

既可以是向上的，这个意思是说它围绕着垂直轴做逆时针方向的转动，也可以是向下的，这意味着这个电子绕垂直轴做顺时针方向的转动。所以这个位形空间又具有两个方向，不过这回叫做自旋向上和自旋向下，而不是叫做正面朝上和反面朝上。如果电子自旋的态矢量沿向上的方向，那么这个电子的自旋就肯定是向上的，而如果态矢量是沿着向下的方向，那么电子的自旋就肯定是向下的。然而，自旋的方向可能是这两个方向之间的某个方向。(例如，你恰好得知电子在绕一水平轴做顺时针方向的转动，则电子的这个态在我们这个自旋向上/自旋向下的位形空间中就要由自旋向上轴和自旋向下轴这两根轴之间的某个方向的矢量来表示，而这两根轴是对应于在垂直方向测量自旋时所获得的自旋向上和自旋向下这两个结果。)现在，假设我们通过旋转来改变实验室的取向，使它偏离垂直方向一个角度 θ(只要设想把整座房间倾斜一下)，那么态矢量自身也会改变。实际上它会转过 $\theta/2$ 的角，这是下面事实的一个数学推论，这个事实就是电子有一个内禀的角动量(或自旋角动量)，它的值如用普朗克常数作单位为 1/2。尽管态矢量改变了，但是控制态矢量如何随时间改变的法则仍然没有变。这就是所谓的转动不变性作为自然的对称性的意思。

有许多其他的对称与空间和时间无关即所谓内部对称性。电荷守恒就是这样一种对称性的结果。物理学家们把这种对称性叫做规范不变性。顺便提一句，这些对称性中有些是破缺了的。一个破缺了的对称，尽管仍然是最终的基本方程的对称性，但已不再是这个方程的解所具有的对称性，而方程的解是对应于可观察物理态的。我自己的工作一直是与破缺对称密切相关的，但在这次报告中我不想作深入的讨论。

我认为任何一个对称性原理就是一个单纯性原理。不管怎么说，如果自然定律真的像在亚里士多德时代惯常认为的那样依赖于实验室的定向，那么它们必定含有某种实验室相对于其他物体的取向的参照关系，这就会使定律复杂化——实际上是一种我们会觉得相当丑陋的复杂化。自然定律如果与实验室的取向没有任何关系，就会简单一些。即使如此，乍一看起来，你也许会认为，即使规定了有量子力学和一大堆起简化作用的对称性原理，你仍然能够创造出许许多多的丑陋的理论，它们都能与全部的对称性要求和量子力学相容。

我认为有两个理由让我们乐观些。第一个理由是，在我们所要求的对称性中有一个似乎差不多与量子力学不能相容。这个对称性叫做洛伦兹不变性，它是爱因斯坦在 1905 年所创立的狭义相对论中的一个部分，这个不变性告诉我们，只要实验室是在做匀速运动，而且是以爱因斯坦所描述的方式来描述，自然定律就与实验室的运动无关。这一对称性几乎与量子力学不能相容，因而这二者的结合就会给任何种类的动力学理论加上巨大的限制。例如，我们现在知道，在任何这样一种理论中，对每一种粒子，必定有一个对应种类的反粒子，它的质量和自旋与原来的粒子一样，但电荷相反。有一个电子，就必定有一个反电子，即正电子，这就是在 1932 年发现的粒子。有一个质子，也就必定有一个反质子，我们在 1955 年从实验上发现了这个粒子。自然，这是狄拉克的最伟大的成就之一。在他于 1928～1930 年所创立的理论中，他试图以他自己独特的方式把量子力学与狭义相对论调和起来，这时狄拉克发现，反物质是无法避免的。将相对论与量子力学结合起来还会推出其他一些必然的结果，这些结果涉及将好几个相同的粒子放入同一态时它们的行为。你们大家还会记得

理查德·费曼在这头一篇纪念狄拉克的报告中曾证明，量子力学与相对论结合在一起，不仅足以推导出反物质的存在，而且也能推断出好几个粒子处于同一态时的行为(即所谓自旋-统计的关系)。

更一般地来说，尽管这还不能说是定理，可是大家都这么认为，除非是在量子场论的范围内，我们不可能将量子力学与相对论调和起来。量子场论是这样一种理论，在这个理论中基本的成分不是粒子而是场；粒子只是场中小小的能量束。我们有电子场，还有光子场，等等，每一个真正的基本粒子都有一个相应的场。

还有另一个理由让我们相信对称性具有基本的意义，而且很可能除了量子力学之外，我们对物理世界所需了解的就只是这些对称性了。就拿我们描述基本粒子来说。你是怎样说明一个基本粒子是不同于另一个基本粒子的呢?是的，你要指出它的能量和它的动量，你还会讲出它的电荷，它的自旋以及我们所知的一些其他数值。而如果把这些数值都讲出来了，那么你对基本粒子能说的也就是这些了；一个具有给定能量、动量等等数值的电子与任何其他一个也具有这些数值的电子是全同的(在这种意义上来说，基本粒子真是太麻烦，这也是我们对之感兴趣的一个原因)。而这些数值、这些能量、动量以及其他等等数值只不过是描述了这些粒子在各种对称性变换下的行为。例如，我已经讲过，当我们转动实验室时，电子自旋的态矢量只转过它一半的角，这个性质就被说成是它表明了电子是一个自旋为 1/2 的粒子。类似地我们有以下的结论，尽管这对你们来说不一定都那么显然：一个粒子的能量只不过是告诉我们，当改变时钟的快慢时粒子的态矢量是如何改变的；粒子的动量则表明当改变实验室在

空间的位置时，粒子的态矢量是如何改变的，如此等等。从这个观点来看，在最深的层次上，我们所发现的一切就是各种对称性以及物质在这些对称变换下的反应。物质本身消融了，而宇宙自身显得好像是自然的对称群的一个巨大的可约化的表示。

即使是这样，离开我们到达一组最终的自然基本定律的目标还有很长一段路要走。即使假设我们知道了最终的对称性，同时还假设量子力学是正确的，并且我们还相信把它们结合在一起只能用量子场论的形式来完成，我们至多也只不过是有了一个框架，这个框架有无穷多个常数，它们仍有待于确定。

我们用一个假想的宇宙做模型来说明这个意思。假设这个宇宙只有电子与光子，这是狄拉克在他的伟大的研究工作中曾实际考虑到的。研究下面的方程

$$
\begin{aligned}
\mathscr{L} = & -\bar{\psi}\left(\gamma^{\mu}\frac{\partial}{\partial x^{\mu}}+m\right)\psi \\
& -\frac{1}{4}\left(\frac{\partial A_{\nu}}{\partial x^{\mu}}-\frac{\partial A_{\mu}}{\partial x^{\nu}}\right)^{2} \\
& +\mathrm{i}eA_{\mu}\bar{\psi}\gamma^{\mu}\psi \\
& -\mu\left(\frac{\partial A_{\nu}}{\partial x^{\mu}}-\frac{\partial A_{\mu}}{\partial x^{\nu}}\right)\bar{\psi}\sigma^{\mu\nu}\psi \\
& -G\bar{\psi}\psi\bar{\psi}\psi+\cdots \qquad (1)
\end{aligned}
$$

你们中的多数人可能不知道它有什么意思，可是你们之中某些人知道它有很大的意义！幸好几乎它的所有细节对我想谈的关系都不大。让我来简短地来解释一下那些符号是什么意思。$\mathscr{L}$表示拉格朗日密度；粗略地来讲，你可以把它想成是能量密度。能量是决定态矢量是如何随时间转动的量，所以这就是拉格朗日密度所起的作用；它告诉我们系统是如何演化的。它是由场和场的变化

率的乘积之和的形式来表达。ψ 是电子的场(是空间时间 x 的函数)，m 是电子的质量。$\partial/\partial x^{\mu}$ 表示场对位置的变化率。γ^{μ} 和 $\sigma^{\mu\nu}$ 都是矩阵，对它们我就不想讲什么了，只是指出，γ^{μ} 叫做狄拉克矩阵。A_{μ} 是光子的场，叫做电磁场。

按顺序来考察方程右边的每一项，第一项含有两个电子场，第二项因为括号有平方，也是含有两个光子场，第三和第四项含有两个电子场和一个光子场，第五项含有四个电子场，等等。量子电动力学的对称性得出了一些完全确定的法则用来构造拉格朗日密度中的这些项，但是用这些规则可以允许构造出无限多个项，项中场的数目和作用于场上的微分算子的数目会随着项的顺序往后越来越多。每一项都有一个独立的常数，叫做耦合常数，与之相乘。(1)中的 e，μ，G，…就是这种常数。耦合常数确定了该项对动力过程的影响的强度。在头两项中没有耦合常数，只不过因为我选择了将它们吸收到 ψ 及 A_{μ} 这两个场的定义中去了。譬如说，假如在第一项的前面有一个常数，我只要重新定义 ψ 就可以把它吸收到 ψ 中去。但对所有其余的各项，在无限多项中减去这两项所余下的每一项的前面都有一个常数。原则上来讲，所有这些常数都在那儿不再能被吸收掉，并且它们都是未知的。从这样的理论中我们究竟还能弄出一些什么名堂来呢?

实际上，它并不那么糟糕。从实验上来讲，略去所有高次项，只保留前三项的式子就足以精确地描述电子与光子。这个理论叫做量子电动力学，或 QED(Quantum Electrodynamics)。

为了在这次演讲中能够向你们说明 QED 准确到什么程度，我查阅了一个测定了的量，电子产生的磁场的强度。我们可以把电子设想为一个小小的永磁体，它作为磁体的强度由一个叫做电子的磁矩的值来给出。电子磁矩的值最好用自然单位来给出，不

要用厘米－克－秒制中的单位来给出。狄拉克在1928年用自然单位制中的单位所得到的这个电子磁矩的值，正好是1。由于电子被所谓虚光子和电子－正电子所组成的云所包围，并不断吞吐它，从而引起对电子磁矩值的修正。这个修正多次被计算过，最初我想是由史温格(Schwinger)做的，而最近在1981年由木下(Kinoshita)作了最全面的计算。木下的计算结果以及最新的实验测得的数值如下(2)式所示。

电子的磁矩：

木下的计算结果：

$$1.00115965246 \pm 0.00000000020$$

最好的实验数值：

$$1.00115965221 \pm 0.00000000003 \qquad (2)$$

我想你们都会同意，这二者之间的吻合程度不低。理论值的不确定性主要来自电子电荷值的不确定性，即来自(1)式中常数 e 的不确定性。所以尽管在原则上光子与电子的拉格朗日密度会是无限复杂的，而在实际上似乎只有头3项起作用。

我们中有许多人倾向于认为我们知道为什么电子与光子的行为恰好由(1)式中的头3项来描述。这方面的论据实际上要归结到海森堡(Heisenberg)在20世纪30年代的一个工作，直到五六年前我还一直是毫无保留地接受它。这个论据是以量纲分析为基础的，也就是以物理量的单位或“量纲”的考虑为基础的。我们使

用的单位制叫做自然单位制①，在这种单位制中，普朗克常数和光速二者都设定为1。在这种选择下，质量是惟一剩下来的单位；任何量的量纲就可以表达成质量的幂次。例如，距离或时间可以表示为克的若干负幂次。截面积本来应该是长度的平方，现在就要用这克的某一负幂次的平方来表示。事实上，在自然单位制中，大多数的可观察量如截面积和磁矩的单位就是质量的某一负幂次。至此，首先我们来假设所有的相互作用的耦合常数都是纯数，有如(1)式中第三项中的常数 e(在自然单位制中，e 的数值很接近 $\sqrt{4\pi/137}$，这与你在质量上采用什么单位无关)。设所有的耦合常数没有单位，它们都像 e 一样是纯数。那么一个可观察量从包围在电子外面的由高能电子－正电子偶及虚光子形成的云中所获得的贡献就可以非常容易地算出来。设有一可观察量 $\mathcal{O}$，它的量纲为[质量]$^{-\alpha}$，其中 α 为一正数(显然，由于在自然单位制中光速为1，质量和能量实质上是同一个量)。在虚粒子的能量 E 非常高，比任何质量，或比粒子的初态或末态的任何能量都大得多的情况下，没有什么东西可以用来确定能量的单

① 在经典物理中，通常选长度 L，时间 T 和质量 M 为基本单位。其他物理量的单位都可以用这三个基本单位的组合来表达。基本单位的选取不同就得出不同的单位制。在微观领域，经常出现两个基本常数，即光速 c 和普朗克常数 h。它们分别为速度和作用量，因此一种在微观领域内更为自然的单位即自然单位制就是选择速度以及作用量为基本量，并且以光速 c 和普朗克常数 h 做速度和作用量的单位。至于第三个单位的选取是相当任意的，只要它的量纲独立于 c 和 h 的量纲就可以。通常有两种选法，一种是长度 L，以 cm 做单位；另一种是选能量 E，以 GeV(10 亿电子伏)做单位。在这种自然单位制中，由于 $c=1=h$，所以在公式和方程中就不会出现 c 和 h 了。相对论中能量 E 与质量 m 有著名的质能关系式：$E=mc^2$，在自然单位制中这就是 $E=m$。所以 GeV 也可看成是质量的单位。——译者注

位。这样一来，高能虚粒子对可观察量 $\mathscr{O}$ 的贡献必定由如下的积分来给出：

$$\mathscr{O}=\int^{\infty}\frac{\mathrm{d}E}{E^{\alpha+1}} \tag{3}$$

这是因为它是惟一具有与可观察量 $\mathscr{O}$ 有相同的量纲，相同的单位的量(积分中的下限是标识高能与低能之间的分界线的某一有限的能量)。只是因为在理论中没有别的量具有与质量或能量相同的单位，这个论据才说得过去。所有的物理学家都不时采用这种论证方式，特别是在他们想不出别的办法的时候。

可是另一种情况是，假如有别的常数，它们的单位是质量的某一负的幂次。那么，如果相互作用的表达式中含有单位为[质量]$^{-\beta_1}$的耦合常数 C_1，还有另一个单位为[质量]$^{-\beta_2}$的耦合常数 C_2，等等，则取代上述所得的简单答案(3)式，我们会得到以下述形式的项组成的和：

$$\mathscr{O}=C_1C_2\cdots\int^{\infty}\frac{E^{\beta_1+\beta_2+\cdots}}{E^{\alpha+1}}\mathrm{d}E \tag{4}$$

理由还是这些项是惟一具有与可观察量 $\mathscr{O}$ 相同单位的量。表达式(3)在 α 大于零的情况下是完全确定的，因为这时积分收敛(它不是无穷大)。然而，如果 $\beta_1+\beta_2+\cdots$ 大于 α，则(4)式不是完全确定的，因为分子上能量的幂次大于分母上能量的幂次，所以积分将发散。原因在于，不论分母能量的幂次有多大，即不论 α 有多大，只要那些有质量负幂作量纲的耦合常数 C_1，C_2 等等达到了足够高的阶次，(4)式最终还是会发散，因为只要这些常数足够多，则 $\beta_1+\beta_2+\cdots$ 最终会大于 α。

注意观察(1)式中的拉格朗日密度，我们就能容易地算出 e，μ，G 等等这些常数的单位，因为长度和时间的单位都是质量的

倒数，而拉格朗日密度在空间时间上的积分应该是没有单位的纯数，因而拉格朗日密度中的每一项的单位应为[质量]^4。由 $m\bar{\psi}\psi$ 项可见，电子场的单位应该是[质量]$^{3/2}$，因为$\frac{3}{2}+\frac{3}{2}+1=4$。求导算子(变化率算子)的量纲为[质量]^1，因而光子场的单位也是[质量]^1。现在我们可来算出那些耦合常数的单位了。前面我们已经讲过，电荷恰巧是一个纯数，没有单位。但是随着你加入场的幂次越来越高，场的导数越来越多，而由于拉格朗日的单位固定是[质量]^1 的，因而相关联的耦合常数的质量量纲也就越来越低，直至终于得来像 μ 和 G 这样的常数，它们的单位是质量的负幂次(具体一点讲，μ 的单位是[质量]$^{-1}$，而 G 的单位是[质量]$^{-2}$)。(1)式中这种项会完全破坏电子磁矩理论与实验之间的一致性，所以从实验上我们可讲，为了达到巨大的精确度，它们不该在(1)中出现，而且多少年来似乎都是这样来解释这一点的，就是说这些项必须排斥在外，因为它们会像(4)中的积分那样给出无穷大。

自然，这正好是我们在追求的：一个以量子力学为基础的理论框架和若干条对称性原理，只有一特定的动力学原理，即取特定形式的拉格朗日密度，才能在数学上与这些对称性原理的要求相容。到了那一天，我们将会有“只能是这样而不能是别的样子”的一种感觉。

至此，虽然像量子力学这样的理论获得了巨大的成功，今天仍有好几个理由让我们对这一成就感到不够满足。不过也许我首先应该来说明这些理论是何等地成功。我向你们描述过量子电动力学在光子与电子的理论中所取得的成就，电子的磁矩的计算就说明了这一点。在 20 世纪的 60 年代这些思想被用于核粒子的弱

作用，所取得的成就在 70 年代得到越来越明显的实验证实。在 70 年代，同样这些思想又用到了基本粒子的强相互作用，所得结果极其漂亮，使得它们在还没有得到实验证实的情况下就被人们所广泛接受。不过从那以后，它们得到了越来越多的实验证实。今天我们有了一个正好是基于如(1)中所给出的这样一种拉格朗日密度的理论。事实上，如果你在(1)中的场加上一些指标，使每一类型的场有好几个，则(1)中的头 3 项就正好给出了所谓的标准模型，这就是我们今天使用的强相互作用，弱相互作用和电磁作用的理论。这个理论似乎是能够描述用今天的加速器所能研究的物理学的全部内容。

然而我们仍感到不满意。我已经向你们说明，一般来说，这些理论只能有有限个自由参数，就是说，在这种理论中最多只能有有限个常数，它们像 e 一样是纯数，因为如果你试图增加相互作用的复杂性，你就必定会带进量纲为质量的负幂次的耦合常数。我们感到不满意的原因之一就是这有限个自由参数的个数是一个相当大的数。在我上面所提到的那个现有的标准模型中，假设除了那些我们已知的粒子为理论所必需之外不会再发现新粒子，则至少有 17 个参数要选择成“现在这个样子”，才能使理论与实验相吻合。不错，17 个不算太多，因为要考虑到这个理论是要用来描述我们在实验室中所能观察到的全部物理现象的。然而在一个终极理论中，它还是比我们所期望的要多了一些——这 17 个参数应该具有恰好是我们在实验中所获悉它们实际所具有的那些数值，我们总不能说这是显然的。

不满意这个标准模型还有另一个原因。这跟引力有关，我已经向你们说明过，为了避免在计算物理量时得到无法控制的无穷大，我们要求的条件是，描述相互作用强度的耦合常数应该是无

量纲的，它们的单位不应为质量的负幂次。可是，牛顿的常数，描写引力强度的常数，不是无量纲的。在物理单位制中，可以说牛顿的万有引力常数为 10^{-10} 质量平方的倒数——质量的负幂次，这样一来，任何一种含有牛顿万有引力常数的理论肯定会导致无穷大，其道理和我们在前面给出的一样。我们中的许多人曾经试图沿着我们对弱相互作用，电磁作用和强相互作用所创建的那种量子场论的路线来建立一个引力理论，但是经过多年的努力，我认为我们中的大多数不得不承认我们是失败了。1980 年史蒂芬·霍金(Stephen Hawking)取得了目前他所担任的讲席，在他之前这一讲席是由狄拉克和牛顿曾担任过的，当时他在就职演说中曾讲述了一种有希望的尝试。他在那次演讲中讨论的正是这个量子引力的问题，他提出有一个叫做 $N=8$ 的超对称这样一个特殊对称，如果加到理论中来就可能消去那些无穷大，从而导致一个有限的理论。今天，经过许多理论物理学家们的研究，我们已经知道，那些提出 $N=8$ 的超引力理论与低阶微扰计算结果为有限的论据，在进行足够高阶的计算时，我想计算到六阶或更高阶时，就不能成立了。还没有人真正证明了在这个理论中会出现这些无穷大，因为这个计算太难了。但如果说这种理论不管它是否有超对称，将会得出一切物体的引力相互作用的一个有限的理论，对于这一点，我们中的大多数并不乐观。虽然如此，霍金谈话的精神，关于寻求全部相互作用的一个数学上前后一致的理论这种精神，也正是今天指引我在这里谈话的精神。

今天大多数的物理学家已逐渐达成这样一个共识，即我们为之骄傲的标准模型，即弱相互作用，电磁作用和强相互作用的量子场理论，只不过是一个更为深刻和完全不同的基本的场论在低能下的近似，有两个迹象表明大自然只会在远远大于我们目前所

能研究的高能下才会显露出它的简单性。其中之一的事实就是这样：如果我们将测量电弱作用和强作用的耦合常数时的能量抬高到超过我们目前测量它们时的能量，我们就会发现它们会互相靠近，在能量大约高到比质子质量大 15 个数量级(10^{15}GeV)的时候，这些耦合常数就都相等了。还有一个迹象就是牛顿万有引力常数，你们还记得在引力理论中引出无穷大的罪魁祸首就是它，如果用物理单位来表示它的数值为$(10^{19}\mathrm{GeV})^{-2}$。这令我们设想，在从 10^{15} 到 10^{19}GeV 的区间内的某个能量值下，假设我们真能在这样高的能量下做实验，我们有可能发现一个真正简单的图像，在这个图像中一切都统一了起来，甚至有可能给我们带来那种我们梦寐以求的不可避免的感觉：只能是它，不能是别的。

但是我们无法到达那么高的能量。在人类可以预见的将来(至少在我们这一辈子)所能做到的实验或加速器，没有一个能够产生那样高的能量。我们当前正越过一条宽达 12 到 15 个数量级的鸿沟朝着最终的基本理论瞭望，几乎得不到实验的帮助。

那么，你就可能感到奇怪，因为我们只有最终的基本理论的低能近似，而这个最终的基本理论有可能和我们已谈到过的标准模型一点也不相像，那标准模型为什么还这么好呢?不错，答案真是非常简单，或者至少是我们认为它是非常简单。这就是因为所有那些量纲为质量的负幂次的耦合常数，它们的数量级预期也是这个新的基本能量尺度的相同的负幂次。回过头看(1)式，可以看出 μ 的单位为[质量]$^{-1}$，所以我们可以预期它的数量级为$(10^{15}\sim10^{19}\mathrm{GeV})^{-1}$。类似地，$G$ 的单位是[质量]$^{-2}$，则可以预期它的数量级为$(10^{15}\sim10^{19}\mathrm{GeV})^{-2}$，由此类推。这都是些小得令人难以置信的数，因此在比较像电子磁矩这样一些量的理论值与实验值的时候，这些常数就不会有多大的影响。换言之，我们现存

的理论非常管用，这肯定是值得庆幸的事；但是我们也会感到担忧，因为它们虽然很管用，可是现在看来任何未来的理论根本不会像它们，这一事实使我内心不安。标准模型之所以这么出色只不过是因为所有那些使它看上去完全不一样的各项都是天然地极其微小。实验工作者们做了大量的研究试图发现这些微小项的效应。像质子的衰变，中微子的质量这样一些效应，这是我们希望有一天能发现的东西，可是至今我们什么也没有找到。除了引力以外，我们至今尚未发现任何来自最高能量层次引起的效应，而我们认为真正的真理就是隐藏在其中。

这使我要来谈谈弦理论。下面十分钟将会是令人头痛的技术性的内容，但是我向你们承诺，对那些我无法做到用非技术性的语言来表达的技术性内容，我不会讲到这篇报告结束。

在过去两年，理论物理学家们十分热衷于这样一个思想，就是认为当我们在高达 $10^{15} \sim 10^{19}$GeV 的尺度上来观察自然时，自然的终极组成不是粒子或场，而是弦。在这里我只打算讨论一种弦，因为我想保持我的讨论尽可能地简单。这种弦就是空间时间中的一圈小小的间断，是空间时间中沿着一圈分布着的小缺陷。和一条弦一样在张力的作用下会以无穷多种模式振动。每一种模式我们认为就是某一种类的粒子。最低阶的模就是质量最小的粒子，接下的模式就是质量第二小的粒子，依次类推。基本粒子间的相互作用就被看成是这些圈连结到一起，随后又再分离开来。这样一个事件可以用空间时间中的一个二维曲面来描述，这完全是因为当一根弦在空间中运动时会在空间时间中扫出一个二维曲面(一根管子)。粒子间的任一特定的反应就该看成是一个二维曲面进行着各种分裂和再接合的历程，在这个反应过程中那些存在于初态中的弦圈被吸收了，而发射出那些处于终态的弦圈。举例

来说，两个粒子入射进来，三个粒子发射出去的散射过程就可以用这样一种二维曲面来描述，它有两根进入的长管(代表初态粒子)，再有三条伸出长管(代表终态粒子)。而在这两者之间曲面本身可能有相当复杂的拓扑结构(见图3)。

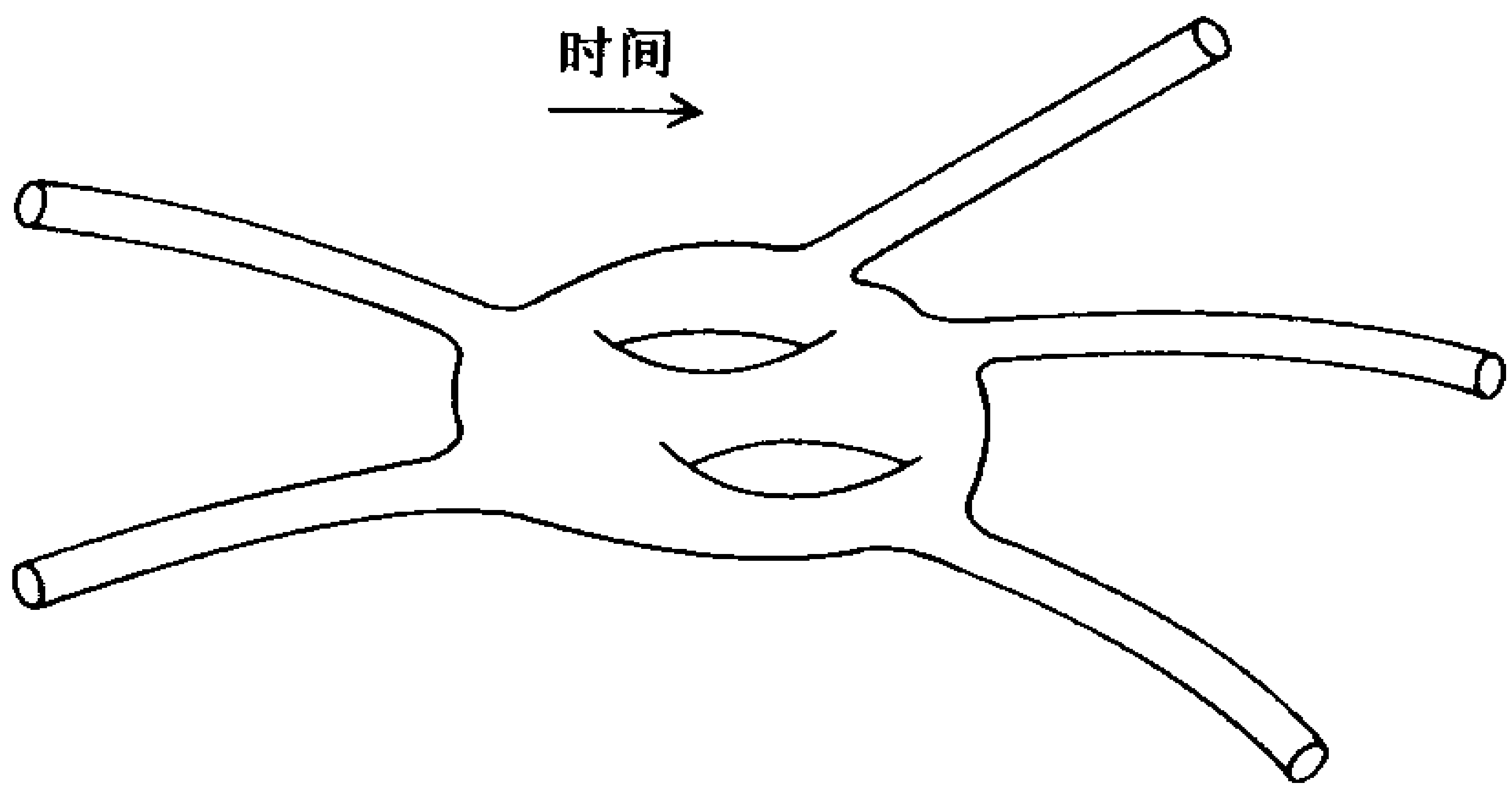


图3　两个粒子变成三个粒子的散射过程

曲面可以由在其上布置的坐标网来描写。由于它是二维曲面，它上面的一点 σ 可以由给定它的两个坐标值来确定，这两个坐标可分别记为 σ^1 和 σ^2。这样你就有可能指明弦上任一点在任一具体的时刻在什么地方。为此你必须有一个确定的规则将曲面上由 $\sigma=(\sigma^1,\ \sigma^2)$确定的每一点与空间时间中的点 x^μ 联系起来。在数学上这就是 $x^\mu=x^\mu(\sigma^1,\ \sigma^2)$。在这个曲面上也有一内禀的度规，它描述了该曲面的几何性质。正如在四维的广义相对论中一样，我们把度规写成一个依赖于位置的矩阵 $g_{\alpha\beta}(\sigma)$，不过由于我们这里处理的只是一个二维曲面，下标 α 与 β 只取1和2这两个值。这个度规告诉我们如何算出曲面上两点之间的距离：对在曲面上两个相邻的点 σ 和 $\sigma+\mathrm{d}\sigma$，它们之间的长度为 $\mathrm{d}s=$ $=\sqrt{g_{\alpha\beta}(\sigma)\mathrm{d}\sigma^\alpha\mathrm{d}\sigma^\beta}$。

按照费曼所表述的量子力学的规则告诉我们，如果你想得知

几率幅(由它的平方可以得到一给定碰撞过程的几率)，你就得对碰撞过程所有可能发生的方式取加权平均。在弦理论中这就意味着，你必须对二维曲面的所有那些能够产生这一特定碰撞过程的历史发展进行求和。而一个二维曲面的历史演化由上述两个函数：$x^\mu = x^\mu(\sigma)$和 $g_{\alpha\beta}(\sigma)$来描述，为了计算几率幅，你实际上要做的就是对这二维曲面的每一历史过程 x，g 计算一个数值量 $I[x, g]$，然后将 $e^{-I[x,g]}$对所有可能的曲面求和。量 $I[x, g]$ 叫做作用量，它是 $x^\mu = x^\mu(\sigma)$与 $g_{\alpha\beta}(\sigma)$的泛函，由下式给出[①]：

$$I[x,g]=\frac{1}{2}\int\sqrt{g(\sigma)}\,g^{\alpha\beta}(\sigma)\times\frac{\partial x^\mu(\sigma)}{\partial\sigma^\alpha}\frac{\partial x^\nu(\sigma)}{\partial\sigma^\beta}\mathrm{d}^2\sigma \tag{5}$$

这一理论之所以如此激动人心的原因之一就在于它第一次给我们带来了一个没有无穷大的引力理论，而这种无穷大在所有先前企图描述引力的理论中都会出现的。实际上，在某种意义上可以说在这种理论中发现了引力(我当然知道，早在提出弦理论之前引力就被发现了)。这些理论原本是在 20 世纪 60 年代末和 70 年代初作为认识核粒子的强作用的一种方法而创立的。很快就发现，那含有长而薄的管子的(见图 4)曲面会给出这样的结果，就是在初态粒子与末态粒子之间的中间过程会发射一束辐射脉冲，它对应于一无质量的、自旋为 2 的粒子(无质量粒子不过是以光速运动的粒子，自旋为 2 所用的单位与讲电子的自旋为 $\frac{1}{2}$ 时所用的单位相同)。可是在当时这个粒子给人们带来了极大的困

① 在这个作用量中实际上还有另一项，它只是起着设定微扰论的各个不同阶次的相对标度的作用。

惑。当时知道引力辐射的量子——引力子正好具有上述性质，但在 20 世纪 60 年代末和 70 年代初提出的弦理论是用来处理强作用的核力，而不是处理引力的。实际上，这一困惑导致弦理论在 20 世纪 70 年代初以后黯然淡出。

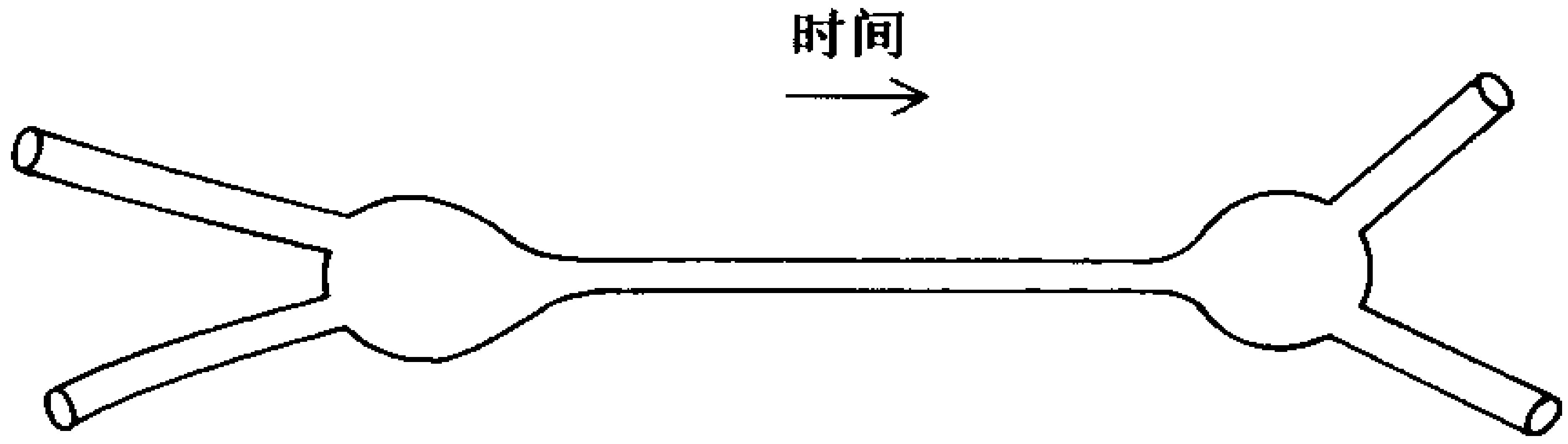


图 4 一根弦的截面，包含着一自旋为 2 的无质量粒子的发散和重新吸收

事实上，在 1974 年，谢尔克(Scherk)和史瓦兹(Schwarz)曾提议应该把弦理论看成是引力的理论，但是没有人把它们当真。只是到了最近几年，由于格林(Green)，格罗斯(Gross)，坡利亚柯夫(Polyakov)，史瓦兹，威滕(Witten)等人(包括他们许多年轻的合作者)的工作，物理学家们才开始觉得弦理论会是在 $10^{15} \sim 10^{19}$GeV 这样极端尺度下最终物理定律的一个非常好的候选者。

现在，你可能会觉得这种情景也没有什么特别吸引人的地方。毕竟我们为了描述这个理论也得给出一个作用量。这个作用量是拉格朗日密度的积分：(5)式中积分号下的式子就是拉格朗日密度，或者说能量密度，和我在谈量子电动力学时在(1)式中所写下的一样。你很可能会讲：“这是谁安排的?谁讲它就是这个世界的正确理论?你可能会说，从实验上表明通常的弦的行为就是这样的，那又怎么样?这跟空时中那些基本的小突变有什么关系?为什么没有无穷多的其余项?说到底，为什么是弦?”

这个理论实际上可用它的对称性来作合理的解释，只是解释

的方式不那么一目了然。作用量(5)有许多对称性。正如在广义相对论中一样，因为引进了度规，我们有在曲面上的坐标变换 $\sigma \to \sigma'(\sigma)$ 下的对称性。我们还有一种不太明显而且只在二维中才成立的对称性，这就是局域长度标度变换，也叫做韦尔(Weyl)变换下的对称性，在这种变换中度规要乘以一个任意的位置函数，即，$g_{\alpha\beta}(\sigma) \to f(\sigma)\, g_{\alpha\beta}(\sigma)$，最后还有一个相当显而易见的对称，即在洛伦兹变换 $x^\mu \to \Lambda^\mu_\nu x^\mu + a^\mu$ 下的对称。这些对称性中的头两个对这个理论来讲是不可或缺的。没有它们的话你就会发现，当你试图计算对所有的曲面求和时，所得结果就无意义。没有这两种对称性，要么你会算得一个负几率，要么算出来的几率加起来不为 1。事实上，有一些微妙的量子效应会破坏对称性，而且除非你将坐标，也包括将自旋 $\frac{1}{2}$ 的坐标(我还没提到过它们)恰当地混合，就有量子反常来破坏这些对称。但是如果你特别细心，你就能消去这些量子反常，从而使这些对称保留下来，而对这些曲面的历史过程的求和就会有确切的结果。

数学中有一美丽的分支，它是人类有史以来所创造的最美丽的一个数学分支，它能精确地处理二维曲面的那些在坐标变换和韦尔变换下不变的性质。这一数学分支要追溯到 19 世纪上半叶黎曼(Riemann)的工作。它的许多经典结论后来证明正是我们理解弦物理所需要的。例如，为了描述一任意二维曲面(严格讲，是任一有向的闭曲面)的拓扑结构，你只需给出它的“把柄”的个数就行了。更进一步来讲，在把柄数给定的情况下，要想描述在坐标变换或韦尔变换下的几何性质就只需要规定有限个参数就可以了。这时当你要对二维曲面的历史过程求和时你就要对这些参数求积分。这些参数的个数对无把柄的曲面是零个，对有一个把柄的曲面是一个，而对多于两个把柄，参数个数为 $6h-6$($h \geq$

2，h 为把柄数)。

就是这些古老的定理使得我们能够对曲面的历史过程求和。如果没有这些对称性，你就无法做这种计算，即使算了，结果也毫无意义。所以对称性看来是不可或缺的。更有甚者，这些对称决定了作用量，而这是要点，正中要害。就是说，只有这个作用量，这种形式的动力学，才能与这些对称性相容(应该说还有限制条件①，但是我刚刚说的很接近真实情况)。换言之，你不能再加上什么别的东西了。不可能再有别的项能与这些对称性不发生矛盾。我以为，这是第一次在一个动力理论中出现过这种情况：就是由理论的对称性就可以完全确定动力学的结构，即完全确定了引起态矢量随时间改变的变化率的量。我想这就是使得有些物理学家如此激动的主要原因。这个理论有了点不可避免的味道。它是这样一个理论，你若是要改动它一点的话就会弄得一团糟。加上一些附加项，不管改变哪个定义，你就会发现你会丢掉这些对称性，而如果你失掉这些对称性，这个理论就毫无意义了。对历史过程的求和，对曲面的求和做不下去了，得出一些无意义的

① 与这里所列出的与对称性相容的弦理论大约还有半打之多，它们之间的差别是作用量中空间时间坐标 x^{μ} 的个数和自旋 $\frac{1}{2}$ 的变量的个数不同。遗憾的是，所有这些理论中空间时间坐标的个数都大于4。处理这个问题的一个办法是假设这些多余的坐标是“卷缩了”，即卷起来成为尺度非常小的卷缩空间。然而，这还不能穷尽全部可能的理论。一个探索可能理论的包容性更广的方式就是假设只有4个普通的空间时间坐标具有洛伦兹不变性，而允许坐标及自旋 $\frac{1}{2}$ 变量的附加个数可以任意多。这些附加成分的数目和作用量的形式就由要求在即使有量子涨落效应的情况下，也必须保持其他的对称性(在坐标变换及韦尔变换下的不变性)来决定。这一规划还刚刚开始，特别是我们还不知道能否建立令人满意的理论，如果能的话，这种理论又是否会有自由参数，我们也不清楚。

结果。就是因为这个理由，且不说弦理论还把引力纳入了其中这一点，我们认为现在我们比以往任何时候都有了更多的理由对达到自然的最终定律表示乐观。

这个理论的创始者们，还有那些像我这样正在拼命努力要掌握它的人，都在努力钻研怎样去求解这个理论，以便找出这些理论在普通的能量下会得出一些什么结论，看一看它们是否和标准模型一致。关于这个理论的一个重点我最好多讲几句。我说过这个理论里面没有自由参数，而它也真就没有，没有一个数是自由的。实际上这稍稍有点误解，因为 x^{μ} 是弦上的一点以自然弦单位作单位时的位置矢。如果你要改用像厘米这样的单位，那么你就得在方程(5)中引进一个常数。这个常数就是所谓的弦张力，它是弦单位与普通的米制单位之间的换算因子。弦张力是一个能量值的平方，这个能量值(从我们对牛顿引力常数的知识)估计约为 10^{18}GeV，所以这是弦理论的基本标度。当我说“求解弦理论”的时候，我的意思是说求出这些理论在比 10^{18}GeV 小得多的能量下进行实验时会预言些什么。当前的目标是要想方设法弄清楚这个理论是否能预测弱、电磁和强相互作用的标准模型。如果是这样，那么第二个问题就是对标准模型中那些 17 个或更多的参数它能预测些什么。它能直接告诉我们电子的质量，夸克的质量等等这些参数值吗?如果是这样，那它就是我们所追求的。我们中的很多人都确信，我们这个时代所拥有的最有价值的东西，就是这个如此美丽的理论，它一定会在最终的基本物理定律中保留下来。

在此，我想简单地谈一下，所谓一种物理理论的美是什么意思。在结束我的演讲的时候，我想与狄拉克的灵魂作一次短暂的交谈，无论如何我总觉得他不会离开剑桥太远。有一次我听说狄

拉克在一次演讲中对大部分是由学生组成的听众讲，学物理的人用不着对物理方程的意义太操心，只要关心物理方程的美。在场的系里的教授都对我们的学生会去模仿狄拉克表示担心而窃窃私语。实际上我是部分赞同狄拉克的，但只是部分。美是我们在理论物理学中的向导，但是我们追求的不是印在纸上的方程的美，而是原理的美，是它们如何连贯在一起。我们需要的原理会给我们一种不能离开、不可或缺的感觉。至于这些方程美的程度如何关系不大。例如，爱因斯坦的广义相对论由一组二阶微分方程来表征；牛顿的引力理论也是这样。从那个观点来看，它们是同等的美；事实上牛顿理论中的方程数量还要少些，所以从那个观点来看它还要更美一些。但是爱因斯坦的广义相对论更具有那种不可或缺的品质。在爱因斯坦理论中平方反比定律就是无法避免的结果，当然是指在平方反比律适用的条件下，即在大距离和低速的情况下。[①]你通过爱因斯坦的理论在大距离下只能得出平方反比定律，否则一切东西都会瓦解。如果用牛顿定律，反比的幂次你想要多少就很容易得到多少，所以说爱因斯坦的理论更美，因为它的硬性规定，或者说必然性更强。

不过我赞同狄拉克还有另一层意思。在理论物理中我常常会因为并不准确地知道我们想去应用的原理该是什么而苦苦挣扎。而在不知道原理该是什么的时候，数学上的美就常常是我们最好

---

① 严格说来这并不完全对，因为在爱因斯坦理论中还可以加上一项，含所谓宇宙学常数的项。这一项在效果上产生一随距离增大而增大的力。如果我们假设这一项足够小，不会影响我们对像星系或整个宇宙这样的大物体的认识，那么它对太阳系这种尺度的系统的影响就可忽略不计。不过，应该承认至今还无人知道，为什么这个宇宙学常数项会这么小。

的向导。事实上，常常会有这样的情况，即使随着时间的流逝，推导出数学方程所用的原理已不再正确了，但那美妙的数学在物理中依然保留了下来。例如，狄拉克在电子理论上的伟大的作品就是想通过将薛定谔(Schrödinger)波动方程作相对论性的推广而把量子力学与狭义相对论统一起来。我看当今已普遍放弃了这个观点①。目前大多数的人都认为，我们不能将相对论与量子力学统一起来，而只能与量子场论统一起来(弦理论就是一种量子场论)。所以狄拉克当年所遵循的原理已经被放弃了，但是他的美丽的方程却成了每一位物理学家武库的一部分；它保存下来了，而且会永远保存下去。当然，我不知道狄拉克是否认为弦理论的数学已足够美到有可能使它能作为物理学的最终定律的一部分而永存。他可能赞成它，他也可能不赞成它，但是我认为他不会不赞成我们现在想要去做的事。

---

① 首先，狄拉克的方法只对像电子这样的 $\frac{1}{2}$ 自旋粒子适用。事实上，正是由于他的理论解释了为什么电子的自旋必定是 $\frac{1}{2}$，才使他感觉到他的理论的成功。自然，狄拉克知道，有别种自旋不是 $\frac{1}{2}$ 的粒子，如 α 粒子，而电子主要的不同之处只是我们假设它更为基本，所以狄拉克肯定有这样的意思，即所有的基本粒子自旋必定都是二分之一。这一点受到了泡利和韦斯科夫(Weisskopf)在 1934 年发表的一篇文章的挑战，这两位作者证明，完全有可能建立一个零自旋粒子的相对论性的量子理论，但这是一个量子场论，就像电磁场的量子理论一样，而不是薛定谔波动方程的相对论性的翻版(实际上，如果这种零自旋粒子带电，它们就有完全不同于自身的反粒子，而由于它们是玻色子，它们的反粒子显然就不能看成是负能粒子海中的空穴)。今天我们知道有像 W 和 Z 玻色子这样一些粒子，可能还有希格斯(Higgs)粒子，它们的自旋都不是 $\frac{1}{2}$，而不论从那一点来看，它们看来都是像电子一样基本的粒子。

附录 真与美的追求者：狄拉克

保罗·艾君·莫里斯·狄拉克(Paul Adrien Maurice Dirac, 1902～1984)是英国继牛顿、法拉第和麦克斯韦之后又一位具有世界历史地位的伟大物理学家。今年是他诞辰一百周年，我们翻译了两位著名理论物理学家、诺贝尔物理学奖获得者理查德·费曼(Richard Feynman)和斯蒂文·温伯格(Steven Weinberg)在英国剑桥大学圣·约翰学院(St. John College)纪念狄拉克逝世一周年的报告会上所作的演讲，以此来表达我们对他的缅怀和纪念。趁此书出版之际，特将他的生平、思想和业绩向读者作一简短的介绍。

狄拉克的生平

保罗·狄拉克于1902年8月8日出生于英国布里斯托尔(Bristol)城的一个瑞士移民的家庭。父亲查尔斯·狄拉克(Charles Dirac)年轻时移居英国，并在那里成家定居，后来在布里斯托尔的商贸高级职校教法语。保罗·狄拉克就是在这所学校里接受他的早期教育的。保罗非常庆幸自己能进这所学校，因为这所学校

比较重视理科，而这正好符合他的兴趣。保罗少年时期就显示了自己在数学和物理方面的才能，这方面的学习成绩在班上总是名列前茅，而文科各门成绩则只是平平。但他并不满足于考试上获得好成绩，他有强烈的求知欲，很早就学完了爱德华兹(Edwards)的微积分，霍尔和奈特(Hall and Knight)的几何学。这些书在当时都是这方面的权威著作，他甚至还学了非欧几何方面的书籍[1]。1918 年，16 岁的保罗提前完成了中学教育，顺利地进入了布里斯托尔大学工学院学习电气工程。只用了 3 年的时间，1921 年他就取得了学士学位，从布里斯托尔大学毕业。保罗的父亲希望他能继续深造，于是在当年的夏天送他到剑桥大学去参加圣·约翰学院所设的 1851 年伦敦大博览会奖学金考试。保罗顺利地通过考试取得了奖学金。但这笔奖学金每年只有 70 英镑，不足以支付他在剑桥的学习费用，而这时他又无法获得其他基金的补助，只好回到布里斯托尔与父母生活在一起。当时英国正值经济大衰退，他无法找到工作。幸好母校数学系的老师深知他的数学才能，本来就为他没有进数学系学习而惋惜，于是为他提供了到数学系免费学习的机会。在这里他用两年的时间就取得了布里斯托尔大学应用数学的学士学位，于 1923 年毕业后他又获得了剑桥大学科学与工业研究系的研读高等数学的资助，加上两年前获得的奖学金仍有效，于是在当年秋季入了剑桥大学，从此开始走上成为一位伟大科学家的道路。

虽然保罗在布里斯托尔大学学的是工科，但是后来又取得了应用数学的学位，因此他一进剑桥圣·约翰学院就被指定作 R·H·福勒(Fowler)的研究生。福勒当时是剑桥量子论的中心人物，与当时研究原子物理的哥本哈根中心有着密切的联系和学术交往。在福勒的指导下，保罗很快地就进入了量子理论研究的前

沿。在进剑桥的第二年，即 1924 年，年仅 22 岁的保罗就在《剑桥哲学学会会刊》（*Proc. Camb. Phil. Soc*）上发表了第一篇论文。论文的题目是《在温度梯度下的分解》。当他还在读博士学位的时候，在 1925 年的 11 月就完成了有历史意义的量子力学的奠基性的工作，把它写成了题为《量子力学的基本方程》一文，由他的导师提交给伦敦皇家学会，受到了高度重视，皇家学会会刊破例立即予以发表。

保罗在 1926 年 9 月取得博士学位，从剑桥大学毕业。在福勒的建议下，当即赴哥本哈根访问，在那里他结识了玻尔、埃伦费斯特(Ehrenfest)、伽莫夫(Gamov)和泡利等人，大大开阔了眼界。他在哥本哈根呆了不到半年，于 1927 年 2 月初启程赴哥廷根。哥廷根，这是量子力学的发祥地。在这里他能经常与量子力学的创始人海森堡、玻恩交谈，还结识了不少有才华的年轻物理学家。特别是，他还在这里见到了大数学家希尔伯特(Hilbert)和大数学家柯朗(Courant)，聆听了韦尔的群论课。在这短短的一年游学中，他完成了一系列重大的创新：引进了著名的狄拉克 δ 函数，建立了量子力学中的表示变换的普遍理论，提出了二次量子化的概念，在这个基础上创立了辐射与原子相互作用的理论，为量子电动力学和量子场论奠定了基础。

保罗很年轻的时候就对相对论发生了浓厚的兴趣，在他上大学的第二年(1919 年)，广义相对论所预言的光线在引力场中偏转的现象得到了证实，使相对论得到了广泛的传播，保罗也立即热情地投入到相对论的学习中。17 岁的少年正是开始形成自己思想的时候。他如饥似渴地阅读了刚刚出版的爱丁顿(A. Eddington)所著的《时间、空间和和引力》。爱因斯坦成了少年狄拉克心目中的偶像。他就是这样怀着对爱因斯坦极崇敬的心情成长

的。所以当他刚到剑桥大学时就一心想跟随当时在剑桥的E·坎宁安(Cunninghan)做相对论方面的研究工作。由于坎宁安不想接受研究生而未果。但相对论的思想在保罗的心中已扎下了根，对他的一生产生了不可磨灭的影响。后来他曾这样评说："相对论产生的影响，无论过去和未来，任何一种扣人心弦的科学思想都是无法与之比拟的。"[2]所以当他完成量子力学的基础性工作后，就开始了将20世纪两个伟大的科学成果相对论和量子力学结合起来的工作，终生不渝。从1926年开始，经过两年的艰苦探索，终于在1928年初建立了单电子的相对论性的量子力学，成功地为电子的自旋和磁矩提供了理论解释。由于这个理论遇到负能困难，他经过了一年多的求索，在1929年的12月提出了天才的反物质的思想，从而达到了自己科学事业的光辉顶点。这一切都是在他30岁以前的青年时代完成的。后来他回忆往事时曾经这样说过："当时我正好是个研究生，我十分庆幸自己生逢其时，使我有可能加入这个行列。"[3]

狄拉克在1927年2月初到哥本哈根呆了4个月，同年6月他接受了埃伦费斯特的邀请，访问了莱顿，同时到乌特列希特去拜访了H·A·克拉默斯(Kramers)。10月到布鲁塞尔参加索尔未会议，在会上作了有关二次量子化方面的报告。同年11月当选为圣约翰学院的学术委员会委员。1930年当选为英国皇家学会会员。1932年就任剑桥大学鲁卡斯(Lucas)讲席的数学教授，这是牛顿一度担任过的讲席。他在这个位置上一直工作到1969年退休。在剑桥任职期间，他曾于1935年7月来我国清华大学讲学，1971年起在美国佛罗里达大学任教。

狄拉克一生获得过许多荣誉。在1933年与E·薛定谔共同获得当年的诺贝尔物理学奖，1939年获英国皇家学会最高奖章

和詹姆斯·斯科特(James Scott)奖，1952年获英国皇家学会的科普利(Copley)奖。

1984年10月20日，狄拉克在美国佛罗里达州的达拉哈斯辞世，享年82岁。

狄拉克的研究活动和成就

从他1924年发表第一篇论文到他辞世的1984年间，整整60年，狄拉克始终站在物理学的最前沿，思维的触角伸向了现代物理学的几乎所有领域：经典力学、统计力学、相对论、量子力学、量子统计、量子电动力学、量子场论、经典电子理论、基本粒子理论、引力理论，直至宇宙理论。

在入剑桥做学生的第三年，即1925年，他一连发表了4篇文章，其中最重要的无疑是量子力学奠基性的工作[4]，这是一篇有划时代意义的论文，就是这篇文章奠定了他作为量子力学创始人之一的地位。这就是伦敦皇家学会破例立即予以发表的那篇文章，与海森堡首创量子力学的论文发表在同一年。狄拉克在这篇论文中所表现出最大的独创性在于：在数学上提出了量子微分的概念，在物理上建立了量子条件与泊松括号的关系，从而为经典体系量子化确立了普遍可行的方法。海森堡对这一工作给予了很高的评价，认为它使量子力学“大大前进一步”。量子力学的最终形式从此得以确立。次年狄拉克取得了博士学位，其学位论文《量子力学》就是以这篇论文为基础的。又过了4年，他发表了系统论述量子力学原理的著作：《量子力学原理》[5]。几十年来该书一直是学习量子力学的必读著作，成为量子力学方面的一本圣经。

正当狄拉克全身心投入到新力学体系的建造并将其应用于原子体系时，1926 年 E · 薛定谔在德布罗意物质波概念的基础上推出了波动力学。开始狄拉克没有对此给予关注，但眼光敏锐的狄拉克很快就看到了用波函数来描述量子体系的特有的价值。他立即研究了多粒子波函数对交换两个粒子时的对称性，发现了波函数对粒子交换的对称性与粒子系的所遵循的统计存在密切关系。波函数对粒子交换为对称时粒子会遵守两年前(1924 年)玻色所提出的统计规律，而波函数对粒子交换为反称时，粒子将遵守另一种新的统计，这就是我们今天大家所熟知的费米－狄拉克统计[6]，因为同一年 E · 费米在较早些的时候讨论气体在低温下的比热容时提出过这种统计[7]。而这一统计被认为是费米在理论物理上作出过的最重要的贡献。

狄拉克在量子力学的发展上做出的第三个重大的贡献是提出了含时微扰的思想[6]。在这之前，玻恩、海森堡和约当三个曾将天体力学中的微扰理论的方法移植到量子力学中来，这是有名的“三人文章”(Dreimanerarbeit)中一个重要组成部分。但那里面只讨论了微扰所导致的能级改变，而对能级间的跃迁还不能用量子力学来计算。能级间的跃迁会伴随着光的发射和吸收，这就涉及原子系统与辐射的相互作用，而当时只有爱因斯坦在 1917 年提出的一个半唯象的理论。在狄拉克的含时微扰理论的基础上，不仅能够算出原子发射谱线的强度，还能为经验得出的选择定则做出理论解释，同时还对爱因斯坦提出的感应发射(受激发射)的概念提供了理论基础。应该说，这是量子力学发展进程中的重要的一步。后来狄拉克在回忆这一工作时曾经这样写道：“量子力学的理论就是从辐射开始的，后来发现有必要作更进一步的发展。我研究出了一个描述原子系统与电磁辐射相互作用的理论，

把电磁辐射当做作用在电子系统上的外部微扰来处理，我发现这个外部微扰会导致原子系统的跃迁，使原子从一个态跳到另一个态上去，并随之吸收或放射出一份能量量子。由此得出一个理论，它能重新获得那些支配辐射的吸收和感应发射的爱因斯坦的 B 系数。这是在新力学的基础上最先导出来的系数。但是这个方法在解释爱因斯坦的 A 系数就不适用了。"[8]狄拉克这一理论后来就发展成为"狄拉克绘景"，与"海森堡绘景"、"薛定谔绘景"共同成为描述量子体系随时间发展的三种绘景之一。

为了能从理论上说明和计算爱因斯坦的 A 系数(自发辐射系数)，狄拉克紧接着又迈出了更大的一步，提出了二次量子化方法。在这个理论中，波函数 $\psi(q)$和 $\bar{\psi}(q)$不再是纯数，而被当做算符，并设定了这些算符之间的对易关系。结果这个体系正好描写的是一群遵守玻色－爱因斯坦统计的粒子。把这个理论用来处理原子与电磁辐射的相互作用，不仅再次得出了爱因斯坦的 B 系数，而且得出了光子的自发辐射的结论和相应的 A 系数。这样狄拉克就为我们建立了一个完整的辐射理论。这个工作是在1927 年初完成的[9]。它被公认为量子电动力学的创始性的论文。这篇论文中提出的二次量子化方法很快就被 P・约当和 E・维格纳(Wigner)推广应用于电子系统，成为量子场论之源。二次量子化方法后来也被广泛地应用于化学和凝聚态物理，现在已成为高等量子力学的核心内容之一。这是狄拉克对量子力学的第四个重大的贡献。

在 1926 年底，他还与 P・约当同时各自独立地研究得出了量子力学的普遍的变换理论，这个理论使我们能将波函数从一组可对易力学量下变换到另一组力学量下，并可利用这个结果来确定任一组可对易量具有某特定值的几率。它以极为简洁，数学上

极为优美的形式表示出量子力学，其概念和方法还为海森堡提出测不准原理提供了基础，同时还是狄拉克提出著名的相对论性的量子力学方程的重要思想来源[10]。他曾在“量子场论的起源”[8]一文中这样写道：“我非常喜欢这个理论，而且我觉得保持它是十分必要的。这个理论要求电子的波动方程对时间求导算符$\partial/\partial t$应为线性。这个对时间求导算符$\partial/\partial t$为线性的方程会与爱因斯坦的相对性原理相抵触，因为相对性原理要求把时间和x，y，z放在同一水平上来对待。”表象的变换理论现在已成了量子力学教程中的一个基本的篇章。就这样，狄拉克在从1925年底到1927年初短短一年多一点的时间里对量子力学的发展一连做出了五次强有力、有决定意义的推动。

1927年，25岁的狄拉克，风华正茂，创造力如泉涌一样。在做出了如此多的重大贡献后，仍进一步思考如何使量子力学能够满足相对论的要求，终于在1928年初提出了著名的狄拉克方程[11]。这个方程一提出，就立即引起了巨大的反响。这是量子理论发展史上最有震撼力的一幕。对这一创新成果，著名理论物理学家杨振宁曾这样评述：“到1928年他写出了狄拉克方程式。对他的最好的描述是‘神来之笔’”[12]。也许可以这样说，这是他一生中最负盛名的杰作。它为20世纪20年代所积聚的一系列实验结果做出了理论的解释，其中包括γ射线的康普顿散射，反常塞曼效应，电子的自旋和磁矩以及光谱的精细结构，等等。人们这样来形容当时的情景，就好像一个小孩在摇一颗苹果树，苹果纷纷从树上落下。

狄拉克方程为我们打开了认识大自然奥秘的一扇大门。我们通过它能够获得的东西实在是太多了。不仅推出了电子的自旋为$\frac{1}{2}$，而且也推出了电子的g因子的值为2，即与电子的自旋相联

系的磁矩与自旋(角动量)的比值是电子循轨运动的这个比值的2倍。它还能推出一些当时未曾见到过的东西，这就是负能态的电子。电子的能量是负的，因而根据爱因斯坦的质能相互联系的公式，它的质量也应该为负。质量为负的粒子，在力的作用下就会向与力的方向相反的方向加速运动，就像一头脾气很倔的驴，所以当年G·伽莫夫把这处在负能态下的电子戏称为“驴电子(donkey electrons)”。不仅这种负能态的电子无人观察到过，更为严重的是，它将导致原子的不稳定，从而使一切物质都变得不稳定了。这个负能的困难给了狄拉克极大的困扰，使他在一个很长的时间内对这个理论未置一言。但是对于狄拉克这样的天才人物来讲，大的困难带来大的突破。经过一年多的探索，狄拉克大胆地提出了一幅新的真空图像，奇妙地克服了这个负能困难[13]。多年后狄拉克这样回顾了当年的思想：“于是我就产生了这样的想法，既然负能态无法避开，我们就只能把它们纳入到理论中来，这可以通过建立一个新的真空来做到。假设在真空中所有的负能态都被填满了。这样做的可能性是由于泡利不相容原理阻止了任一态上有多于一个以上的电子。于是我们有了负能电子大海，在每一个负能态上都有一个电子。这是一个无底的大海，但我们不必为此担心。无底大海的图像的确不会给我们添多大麻烦。我们只需考虑靠近海面的情况，而且在海面上方会有一些电子，但由于海填满了电子，没有留出位置，所以海面上方的电子不会掉下去。这样一来，在海中就会有出现空穴的可能。这种空穴所在处会有一额外的能量，因为要有一个负能量才能抵消这个空穴。而且这样一个空穴运动起来好像带正电荷。空穴中缺一个负电荷，所以从这方面来看也像是个正电荷。因此空穴好像是一个具有正能量与正电荷的粒子。当我刚产生这个念头时，我觉得

在空穴与普通的电子之间似乎应该是对称的，但是当时所知道的带正电荷的粒子就只有质子，所以认为这种空穴似乎就是质子。我缺乏提出一个新粒子的勇气。应该说，那个时候有充足的理由认为只有两种粒子，两种基本的带电的粒子——电子和质子。电量也正好有两种，正电与负电，对每一种电荷人们需要有一种相应粒子。那时舆论是非常反对提出新粒子的思想的，我真不敢这样做；因此把我的想法以电子与质子的一种理论予以发表，而且我认为电子与质子质量上的差异可能是由于电子间的相互作用以某种方式产生的。不过我认识到这样解释困难很大，因为两者间的质量相差实在是太大了。我很快就受到了别的物理学家的抨击，理由是这种新粒子(空穴)的质量与普通电子的质量不可能有这么大的差别。最明确出来反对的人是赫尔曼・韦尔，他实质上是数学家，不会受到物理现实的干扰太大，但却会深受数学对称的主导。他直截了当地说，由这些空穴构成的新粒子必然与电子有相同的质量，而我也改变了原来的看法，同意这个观点。我们都知道后来的结果。新粒子被称为反电子，随后在实验中发现了。最早做出发现的是卡尔・安德逊(Carl Andesson)，这是我们为此要感谢的主要物理学家。这个负能问题就这样解决了。”[8]

当一个电子与空穴复合的时候，将产生辐射，而一对电子与正电子消失了。相反，如果负能海中的电子从光子或通过别的途径吸取到足够的能量而跳到正能态中，就会产生一对电子与正电子。因此狄拉克的相对论波动方程和他提出的新的真空图像，不仅预言了一个新粒子的存在，还预言了两个新的基本过程：电子－正电子对的产生和湮灭的过程。狄拉克方程带给我们的东西真是太多了，连他自己后来都说，这个方程比他更聪明。[14]后来著名的物理学家V・韦斯科普夫在回顾这一段历史时曾经这样

写道："对早年从狄拉克方程得出的所有这些新的认识在人们心中产生的激动、猜疑和热情，今天的人是很难体会到的。狄拉克方程中蕴藏有大量的东西，这比作者在 1928 年时写下这个方程时所设想的要多。狄拉克自己在一次谈话中就指出他的方程比这个方程的作者要更有智慧。不过，我们应补充一句，找出这些新认识的正是狄拉克本人。"[15]

反电子概念提出的逻辑后果必然是存在反质子。在提出反质子的同时狄拉克更进一步地提出了电荷共轭对称的概念，从而得出一般的反物质的概念。一般的粒子－反粒子对产生与湮灭过程表明单粒子的理论不可能是彻底的，一个彻底的理论必定是含有粒子的产生和湮灭的量子场的理论。从 20 世纪 30 年代开始狄拉克就将目光转向了建立相对论性的量子场论。1932 年他与 V·A·福克(Fock)和 B·波多尔斯基(Podolsky)合作提出了具有明显的相对论性不变的多时理论的量子场论体系，成为后来朝永振一郎、费曼和史温格所发展的协变量子论的先驱[16]。正是这一论文和前面提到的提出二次量子化思想和方法的文章奠定了他作为量子场论创始人这一地位。建造现代量子场论大厦的人主要是二战前后成长的一批年轻人，费曼、史温格是他们的代表。一本在 1958 年出版，由史温格主编的收集了创始量子场论论文的文集，共收集了 34 篇文章[17]。其中在量子力学初创期叱咤风云的老一辈中，海森堡的有 1 篇，泡利的有 2 篇，费米的有 1 篇，而狄拉克的有 4 篇。收入论文数最多的是史温格，有 7 篇，居第二位的是费曼，有 4 篇，和狄拉克的论文数相同。而普朗克、爱因斯坦和玻尔这一代人这个时候已经退到幕后了。只有狄拉克能够与时俱进，和青年一代并肩战斗在第一线。

狄拉克对量子场论发展的第二个重大贡献是，他抛弃了负能

粒子大海的观念，而代之以充满以正粒子与负粒子对不断产生和湮灭着的涨落真空的概念。1933 年他根据这个真空观念，讨论了真空的极化，提出了电荷重整化的思想，成为后来的重整化理论的先导。[18]重整化理论巧妙地绕过了无穷大的困难，算出的结果与实验符合达到了前所未有的程度。正当大多数物理学家为他所创始的量子电动力学所取得的辉煌成就欢欣鼓舞时，狄拉克却对重整化理论表示了强烈的不满。他在《量子场论的起源》一文中谈到这个无穷大困难时曾经这样说："我们应当接受这样的观点，我们关于电子和电磁场作用的理论必定有某些东西根本上错了。所谓根本上错了，我的意思是指力学错了，或者是相互作用力错了。这个理论错误的程度就像玻尔轨道错误的程度一样。"[8]所以当多数物理学家继续在重整化的道路上前进并随之进入原子核和基本粒子的强相互作用时，狄拉克转而研究量子场论的基础问题。他认为，当前量子电动力学上的麻烦主要不是由于量子化的一般原则错了，而是出发的经典理论错了，这就是他在上面所说的力学错了，或是相互作用力错了，所以从 20 世纪 30 年代开始他就十分重视对经典电磁理论的研究。1931 年他提出了电磁场是波函数的不可积相因子的崭新的思想，推测到可能有磁单极的存在，从而为电荷量子化提供了理论解释[19]。磁单极的理论提出后，一直未能得到实验上的证实，但仍然在 20 世纪 70 年代引起了广泛的注意和兴趣，特别是杨振宁将狄拉克这一电磁场的新观点推广到任意的非阿贝尔规范场，给出了规范场的积分形式。S · 格拉肖（Glashow）、A · 萨拉姆（Salam）和 S · 温伯格等人提出的弱相互作用与电磁作用的统一理论就是以规范场论为基础的。而磁单极究竟是否存在至今仍是物理学家们心中的一个悬念。

狄拉克在1948年又重新回到这个问题上来，提出了弦的概念，弦的端点是磁单极或伸展到∞的地方[20]。1963年他又进一步发展了这个弦模型，库仑力以法拉第力线型的弦来表示，弦的端点是电子，弦的断与合即对的产生与湮灭。这个模型就是后来夸克弦模型的原型。

在经典的电动力学方面，除了磁单极的理论以外，他还研究了经典电子运动方程，在1938年提出了著名的狄拉克电子运动方程[21]。1951~1952年他更进一步提出了一个电荷连续分布的电子模型，希望通过量子化得出分立的电子和精细结构常数[22]。

狄拉克在1937年提出的"大数假设"也许是20世纪提出过的最大胆的假设之一。我们知道，氢原子中静电力与万有引力之比为

$$e^2/G\,m_p m_e = 2.3\times10^{39} = a_1$$

以原子单位来量度的宇宙年龄

$$m_e c^3/e^2 H = 7\times10^{39} = a_2$$

以质子质量单位表示的宇宙总质量

$$8\pi\rho c^3/3\,m_p\,H^3 = 1.2\times10^{78} = a_3$$

其中 G 表牛顿引力常数，H 为哈勃常数。这三个常数之间存在有趣联系：

$$a_1 = a_2 = (a_3)^{1/2} = 10^{39}$$

这里 a_2 为宇宙的年龄，应该是一个与 t 成正比的数，a_1，a_3 则是常数，它们之间的上述关系只是宇宙发展到今天刚好成立的。但狄拉克假设上述关系在任何时候都是普遍成立的。这将带来一些严重的后果。第一个这样的后果就是，$a_1 = e^2/Gm_p m_e = a_2 \propto t$，将导致 G 随时间不断变小，而 $a_3 \propto t^2$，"我们能据此认定，有新的物质在不断创生，这必然是一个宇宙过程，一种新型

的和在实验观察到的任何东西无关的放射现象，而且违反了质量守恒和重子数守恒”。[23]这真可以说是大胆到了疯狂的假设，连年轻人都未必能接受。狄拉克到了晚年仍不遗余力地宣传这个主张，真可说是宝刀不老。1980 年 3 月他在美国加州大学圣地亚哥分校一年一度纪念玛丽娅·迈耶夫人的报告会上，作了“引力与量子理论”的讲演。会后，大家对报告的反应各不相同，有人认为，这是一个具有物理思想的引力理论，也有人认为大数假设是胡扯，甚至有人认为，如果不是狄拉克，这样的报告将被人家赶下台来[24]。和许多革命性的学说和理论一样，刚开始提出的时候总是难以被人理解和接受的。

狄拉克对他自己所参与构造的理论中最不满意的就数重整化理论了，他后半生的主要精力都放在思考解决这个无穷大困难。1942 年为了消除电子固有质量的无限大值而引入了不定度规的概念。1962 年提出了一种新的 μ 子理论，在这个理论中 μ 子被描写为电子的振动状态，1971～1972 年，他提出了一个新的相对论波动方程，它所描写的粒子具有一些内部自由度。关于这方面的工作，他晚年所写的《量子场论的起源》一文中发出了这样的心声：

“需要有一些新的相对论性的方程：还必须引进新相互作用。一旦构思出来了这些新的方程和新的相互作用，那么今天难倒了我们的那些问题就可以迎刃而解了，我们再也用不着去使用无限大重整化这样一些不合逻辑的方法了。重整化在物理上是十分荒谬的，我一直反对它。它只不过是得出结果来的经验算法。尽管它取得了一定的成功，我们还是应该准备彻底放弃它，并且把通常形式的量子电动力学靠人为的方法去掉无限大而算出了一些结果所获得的成功看成是一种偶然，就好像玻尔理论得出了正

确的结果而获得的成功也应当看成仅仅是一种偶然而已。”

20世纪的物理理论经历了三次伟大的变革。第一次从世纪初到二三十年代以相对论和量子力学为代表；第二次从40到50年代，是以量子场论方法的改进和广泛应用而获得辉煌的成果为标志；第三次从70年代开始，以追求四种相互作用的统一为目标。这个目标到现在尚未达到。20世纪中在这三次大变革中都做出了卓越贡献的，狄拉克是第一人，也是最后一个人。

狄拉克的科学思想与风格

不少伟大的科学家对哲学都十分重视，进行过深入的思考，发表过自己独到的见解，例如普朗克、爱因斯坦、海森堡……有的甚至形成了自己独特的学派，在哲学界中独树一帜，例如著名数学家J·H·庞加莱(Poincare)和著名高压物理学家P·W·布里奇曼(Bridgman)。但是你很难找到狄拉克专门论述哲学或科学与哲学相互关系的文章。如果你去阅读他所写的《物理学家自然概念的发展》这样的文章，你在其中也很难找到哲学的词汇[25]。他曾经公开表示“(关于科学哲学)我一窍不通”[26]。狄拉克的这个态度与他早年所受的工程教育有一定的关系，这养成了他认为真正有意义的是现实的物理世界，而对单纯的逻辑问题则不感兴趣。在大学时代，他由于对相对论的爱好专门去参加了哲学家C·D·布洛德(Broad)开设的有关相对论的哲学意义的讲座。当时他以为哲学会有助于科学的进步。当时参加听讲的工科学生有好几个，只有狄拉克坚持到了最终。为了听好布洛德教授的课，他甚至借来了J·S·穆勒(Mill)的名著《逻辑学(System of Logic)》，从头到尾通读一遍，得到的结论是：“它(哲学)不可

能得出重要的发现来，它只不过是对已经发现了的东西的一种看法。”[1]

狄拉克从不空谈哲学，他的哲学观点完全融化在他的科学研究和科学思想中。贯穿在他的一生科学活动中的一个基本思想就是对真与美的追求。这里面可以清楚地看到爱因斯坦的影响。他的青少年时代正值相对论得到广泛承认和传播的时代，他怀着对爱因斯坦极为崇敬的心情度过了一生。他的妻子，著名物理学家E·P·维格纳的妹妹，曾经说过，她一生只看见他哭过一次，这就是在爱因斯坦去世的时候。从科学思想上来讲，狄拉克是爱因斯坦的理性主义的真正传人。这种理性主义首先表现在对世界的合乎理性，从而也是可理解的认知上。爱因斯坦在答复一位日本学者的提问时，曾经这样答道：“科学研究能破除迷信，因为它鼓励人们根据因果关系来思考和观察事物。在一切比较高级的科学工作的背后，必定有一种关于世界的合理性或可理解性的信念。这是和宗教感情很相近的。”[27]正是由于狄拉克坚守了这种理性主义的立场，才使得他在量子力学的认识上没有完全追随哥本哈根学派的非决定论。和爱因斯坦一样，他不认为量子力学的现在形式是最后的形式，尽管现在的这个形式是他确立的。他曾经这样写道：“它(量子力学)是到现在为止人们能给出的最好的理论，然而不应当认为它能永远地存在下去。我认为很可能在将来的某个时间，我们会得到一个改进了的量子力学，使它回到决定论，从而证明爱因斯坦的观点是正确的。但是这种重新返回到决定论，只有以放弃某些基本思想为代价才能办到，而这些基本思想我们现在认为是没有问题的。”[28]其次，在狄拉克的科学思想中一个很重要的部分就是，他从很早就认识到，我们对真理的认识只能是相对的。工科教育对他无疑有深远的影响，使他认识

到，“在现实世界中，方程都仅仅是近似的。不过我们必须使它们越来越精确。尽管这些方程是近似的，它们也能很美”。[29]但是决定性的影响无疑是来自相对论。他曾在《回忆激动人心的年代》一文中这样写道：“（过去）相信存在着一些精确的自然规律，我们该做的一切就是找出从这些精确规律中可以推得的必然结果。典型的精确规律就是牛顿运动定律。现在我们知道，牛顿定律并不精确，只是一些近似而已。”[30]相对论对牛顿时空观的质疑和由此带来的伟大变革，给狄拉克心灵以极大的震撼，从此树立了“力图改进它们”作为自己的奋斗目标，这就是他一生创造不止的力量源泉。

狄拉克另一个非常重要的科学信念，是他坚信世界的物质性和客观性。正是由于这一点，他在看待观测者的作用时，持有不同于哥本哈根学派的观点。在他看来，不同的观测者代表着不同的参照系（在相对论中）或不同的表象（量子力学中），这不同的参照系之间由相应的变换联系着，而“宇宙的重要事物表现为这些变换中的不变量”。[5]而这些不变量正是世界的客观性，也即物质性的反映。他还指出：“变换理论的采用日益增长，是理论物理学新方法的精华，它首先用在相对论中，后来又用在量子理论中，进一步前进的方向是使我们的方程在越来越广泛的变换中具有不变性。”[5]这些话是狄拉克在1930年讲的，后来半个多世纪物理学的发展证实了这个观点。他还对变换理论进一步作了哲学概括：“从哲学观点看来，事情的这种状态是非常令人满意的；因为它意味着更多地承认观察者自己的作用，他把在观察中所显示出的各种规律性引入到理论中来；它还意味着，在自然的进程中没有任意性，”[5]。从这里我们可以看到，在对待客观规律的决定性上，他既不同于爱因斯坦的经典决定论，充分承认观

测者起的作用，即认识主体的作用，又不同于哥本哈根的非决定论，维护了自然的客观性。在狄拉克的全部科研活动中都贯穿着他的这样一个信念，即世界物质的统一性必导致各种自然现象之间存在某种本质的联系，它们所遵循的规律之间必有某种深刻的统一性。狄拉克这个信念是从相对论和玻尔对应原理的启发下获得的。当他还是福勒的学生，在老师的影响下学习玻尔－索末菲尔德的理论时，他就对在这个理论背后的哈密顿原理有着深刻的印象，因此当海森堡提出他的矩阵力学时，他就坚信这个矩阵力学与经典力学必定有共同的理论基础，它们应该能统一于哈密顿原理。在对海森堡的论文仔细思考之后，他和玻恩一样，立即发现了关键在对易关系 $pq-qp=\frac{h}{2\pi i}$ 上。但和玻恩不同的是，玻恩从对易关系立即想到矩阵，而狄拉克则在他的统一性思想的指导下想到经典力学中去找它的类比。后来(1974 年)他在罗马举办的第 57 届费米物理讲习班上曾经生动地回忆了他的思维经过：

“那时(1925 年 9 月)我经常在星期天独自一人作长距离的散步，思考着这些问题，就是在这样一次散步中我突然想到，这个 A 乘 E 减去 B 乘 A 的对易子非常像经典力学中的泊松括号，它们出现在运动方程的哈密顿形式中。我一想到这个概念我立即抓住它。但是对泊松括号是什么我并不太清楚，不免踌躇起来。我在高等动力学的书籍中读到过它，但里面并没有怎么用它，所以读过之后就放到脑后去了，究竟是什么样的我已经记不大清楚了。

于是我赶回家，查遍了我所有的书和文章，都没能在里面查到泊松括号。我有的这些书都太初等了。那天正好是星期天，我又进不了图书馆，只有不耐烦地等了一夜，然后在第二天一大早在图书馆一开门就进去查找泊松括号到底是什么，结果发现和我原来设想的一样。……这就提供了在人们常用的经典力学与由海

森堡引进的包含有不可对易量的新力学之间的一个联系。”[14]

就这样狄拉克找到了用哈密顿理论的形式将经典力学与量子力学统一起来的途径，也就确立了将任一经典体系量子化的普遍方法。也就是在这个思想的指引下，狄拉克在建立了量子力学的基本方程之后，又提出普遍的变换理论，不仅为各种可能的表象之间建立了相互联系，而且用一个含时的么正变换把海森堡的矩阵力学与薛定谔的波动力学统一了起来。关于光的波粒二象性的解释，玻尔提出了著名的互补原理，认为这两种图像是互相排斥的，但是又互相补充，以达到对客体的完整的描述。是狄拉克的二次量子化和量子场的概念，超越了互补原理，将这两种图像真正地统一了起来。

狄拉克一生有个理想，就是要把相对论与量子力学统一起来。他首先在 1928 年将狭义相对论与量子力学统一起来，建立了单电子相对论性的波动方程。后来又在涨落真空概念的基础上建立了协变形式相对论性的量子场论。到了晚年又致力于广义相对论(引力理论)和量子场论的统一工作。同时还提出了大数假设，企图将基本粒子与宇宙演化的理论统一起来，把微观、宏观与宇观统一起来。磁单极的理论是在追求电与磁的完全的对称与统一的推动下的创造结果。

在研究方法上，狄拉克则追求将真与美统一起来。和许多伟大的科学家一样，他们都十分强调美在科学中的价值和作用。1542 年哥白尼出版了他的伟大著作《天体运行论》，他开宗明义的第一句话竟是这样的：“在哺育人的天赋才智的多种多样的科学和艺术中，我认为首先应用全副精力来研究那些与最美的事物有关的东西。”但是对狄拉克来说，美在物理学中有着格外的意义，他曾在 1963 年的《科学美国人》中写道：“使一个方程具

有美比使它去符合实验更重要。”[31]我们已从温伯格的报告中读到，当狄拉克在一所大学做报告中讲到这个观点时，在学校行政当局中引起的忧虑。为什么狄拉克会这样讲呢?因为在狄拉克看来，美的理论必定是真的，真的理论也必定是美的，真与美是统一的，这是狄拉克科学思想的核心。当然，这里所讲的美并不是那种视觉的，艺术上的形象美，而是理论上的高度概括和内在的和谐与对称，彻底的逻辑一致性，用最简单的概念和最优美的方程来刻画最广泛的自然现象，而当这样的理论与自然完全一致时，它在人类的思想和精神上所引起的感受无疑是一种最美的感受。而狄拉克所谓的真，不单是表面上与实验结果的一致，而是指在最深层、最基本的层面以纯粹形式出现的自然规律性。即使理论的结果与实验高度一致，如果不能达到狄拉克的美的标准，也要受到质疑。例如现在的可重整化的量子电动力学与实验符合程度是至今任何一个理论都从未超过的，但一直遭到了狄拉克的激烈反对。相反，他的相对论性的波动方程中出现了负能解，这表面上看来是不合逻辑的结论，后来狄拉克提出了负电子大海的真空图像解决了这个困难，但出现了实验中从未观察到的反粒子。连泡利都认为这是这个理论的一个缺陷。但在狄拉克提出反电子的两年后，美国物理学家安德逊就在宇宙射线中找到了这个粒子。这是狄拉克方程的胜利，也是狄拉克美与真的统一的哲学思想的胜利。

狄拉克与众不同的一点是，他不只是欣赏蕴藏在科学中的美，而且以美作为向导来寻求科学真理。正是在这一点上，他超越了玻尔的对应原理的局限性。因为在微观领域中，有许多根本不存在对应的经典量和经典理论。例如电子的自旋既不是电子循轨运动的相对论效应，也不是电子经典自转的量子化的结果。在

《量子场论的起源》一文中曾清楚地表明他在获得新观念、新理论上数学美所起的作用：

"这件事情表明，在理论物理的发展过程中，有一个相当普遍的原理，即，我们应该沿着数学所指引的方向走。的确是数学推动我们去思考对称与反对称的状态，我们应该追随这个数学的思路去探索这样做会有什么结果，尽管这样做可能会把我们带到一个与我们的出发点完全不同的领域中去。我们还可以举出一些别的例子，这些例子我认为也会教导我们应该沿着数学指引的方向前进。这其中之一就是，数学指出可能存在磁单级。这是一个非常漂亮的数学结论，但直到目前为止还不能证明它在物理中有何价值。在将来也仍然可能是这样。这个例子能很好地说明，数学是如何把我们带到一个新的方向上去，而如果只是跟着物理思想本身走，我们是不可能达到这个方向的。

再者，联系到对称与反称态，我们还可以研究数学上许可的其他种类的对称。如果我们普遍地来讨论这个问题，我们就会得到置换算符的概念。有一个一群全同粒子的波函数，你可以把一个置换算符作用于其上，即将相同的粒子做某一置换。因为自然界中所有的粒子都是玻色子和费米子，所以对它们作用上置换算符后，波函数前将出现一个正号或者负号。再还有，你可以只对描述粒子的变量的一部分，而不是全部进行变换。例如，如果粒子有自旋，你可以将置换算符只作用到位置变量上，而不作用到自旋变量上。这在数学上是允许这样做的。用这种方式我们就可以得到某些新算符，这在量子力学就表现为新动力变量。看来它们与经典力学所能提示给我们的任何东西都完全无关。数学把你带向一个新的方向。这种特殊的开拓方法后来在对有好几个电子的原子的应用上显示了它的价值。它能帮助我们理解这种原子的

光谱中的多重结构。

这样一来我们又能完全不依赖经典力学的提示，引进另一些动力学变量。这种动力学变量应该具有这样的性质，我们可以将它们相乘并由此获得具有相同性质的新变量；这就是说，这些新变量必然构成一个群。这种方法今天在描述现代粒子的内部结构时用得很多。确定要用什么群就成了个问题；还没有关于这一点的普遍理论。人们得试试各种可能情况，并将结果与试验相比较。在高能物理理论中所有现代的粒子理论都有这种涉及某种群元素的动力学变量。我们在那里所作的数学开拓是与经典力学所提示给我们的任何东西都毫不相关。”[8]

狄拉克这些思想源于他早年所受的数学教育和相对论的优美数学的影响。1933 年爱因斯坦说：“创造性的原则寓于数学之中，因此在一定意义上，我以为正如古人所梦想的那样，纯粹的思想能够把握实在。这是真的。”著名物理学家杨振宁曾在《美和理论物理学》中就这一点将爱因斯坦与狄拉克相提并论：“对爱因斯坦和狄拉克来说，这种(对美的)强调并不奇怪，如果你注意一下他们研究物理学的风格，这始终是个指导原则。”[32]在同一文中他高度评价了狄拉克这一特点：“他有感知美的奇异本领，没有人能及得上他。”读狄拉克的文章和他所写的《量子力学原理》这本书，你的确会有一种清澈、透明的感受，好像置身于秋高气爽的天气中所享受到的一种美的感受。对此杨振宁有过极好的描述：“狄拉克的一个特点：话不多，而其内容含有简单、直接、原始的逻辑性。一旦抓住了他独特的、别人想不到的逻辑，他的文章读起来便很通顺，就像‘秋水文章不染尘’，没有任何渣滓，直达深处，直达宇宙的奥秘。”[33]在同一文中，他还说：“20 世纪的物理学家中，风格最独特的就数狄拉克了。我

曾想把他的文章的风格写下来给我的文、史、艺术方面的朋友们看，始终不知如何下笔。去年偶然在香港大公报大公园一栏上看到一篇文章，其中引了高适(700～765)在《答侯少府》中的诗句：‘性灵出万象，风景超常伦。’我非常高兴，觉得用这两句来描述狄拉克方程和反粒子理论是再好没有了：一方面狄拉克方程确实包罗万象，而用‘出’字描述狄拉克的灵感尤为传神。另一方面，他于 1928 年以后 4 年间不顾玻尔，海森堡，泡利等当时的大物理学家的冷嘲热讽，始终坚持他的理论，而最后得到全胜，正合‘风景超常伦’。”对于狄拉克风格的描述，这是非常准确而又生动的。

在爱因斯坦的相对论和玻尔的对应原理的科学思想的哺育下成长起来的狄拉克，经过自己的科研实践，形成了自己独特的科学思想：承认我们这个世界是客观的存在，它的发生发展是有规律的，这些规律是可以认识的，但由于认识主体与客体的相互作用，人的感官的局限性，我们对于最深层次，最根本规律的把握可以也必须通过理性。由于客观存在的统一性，它所呈现出的万千现象在最深层次上的规律也必定能够统一的，客观存在的统一性导致其规律的对称性，因此可以用优美的数学来描述，它可以在认识者的心中引起美的感受，反过来美又可以成为追寻它的向导。最后达到了认识主体与客体的统一，真与美的统一。最后，我们就作为社会的人的狄拉克来说几句。在物理学界大家都知道，狄拉克是一个性格内向，不善言谈，说话、写文章都是少而精的人。关于这方面有一些有趣的故事，各有不同的版本，下面一个是 G·伽莫夫讲的：“有一次狄拉克在多伦多大学做报告，在报告结束后让大家提问题的期间，听众中有个人站起来提问：‘狄拉克教授，我不懂在黑板上角的那个公式是怎么推出来

的。’狄拉克有点不耐烦地回答道：‘这提的不是一个问题，只是讲了一句话，请下一个提问。’”[34]由于说话简短，在他出名后就引起一些人的误解，以为他骄傲自大，其实这是他的性格使然。尽管他已是剑桥物理学团体中的荣誉会员，但他学生不多，也没有建立自己的学派，跟实验工作者也很少交流。20 世纪 30 年代后期曾在卡文迪许实验室工作过的塞缪耳·迪翁斯(Samuel Devons)曾经这样谈到：“那时，在卡文迪许实验室每周或每两周有一次聚会。会上会有一些人作报告，狄拉克总是坐在前排听讲，很少开口。有时候卢瑟福会问他一下‘你们这些搞理论的人怎么认为呀？’。而这个时候狄拉克会坐在那里一言不发[14]”。狄拉克讲课的时候，字斟句酌，简练而准确，人们形容他讲的话好比希腊式的预言。他讲量子力学课就是站在讲台的后面对着全班照着他写的“量子力学原理”这本书念。因为他认为他在书中的讲法就是最好的讲法。杨振宁教授曾经讲过这样一个故事：“有一次他演讲完了以后一个学生站起来说：‘我没有懂这点，可不可以请您再解释一下？’于是狄拉克就又解释了一下。那个学生说：‘你现在这个解释与刚才的那个解释完全一样。’狄拉克说：‘对了，因为这是最好的解释’。”[12]

作为一个学者，他不大关心政治，但作为一个正直的科学家，却富于正义感。当他第一次到哥本哈根时，他对他的同行们动情地讲：“让贫穷的受罪毫无道理，让贪婪的得到财富毫无意义。有组织的宗教只是一种荒谬的欺骗。”据说，泡利在听了狄拉克这些言论后讲：“狄拉克有一种新的宗教——这种宗教里没有上帝，而狄拉克是它的先知。”[14]这就是我们的狄拉克。一个不仅追求着真与美，也追求着“善”的狄拉克。

"哲人日已远，典形在夙昔，风檐展书读，古道照颜色。"[35]

狄拉克离开我们已经18年了，在他诞辰一百周年纪念的日子里，展读他的事业的两位继承人R·费曼和S·温伯格当年的报告，缅怀他的伟大业绩，他那永不自满，不断创新的精神将激励一代又一代的年轻人在追求"真、善、美"的道路上前进。

译　者

2002年12月

参考文献

[1] J. Mehra, H. Rechenberg. The Historical. Development of Quantum Theory. vo14. NY, Springer-Verlag, 1982

[2] P. Dirac. Recollections of an Exciting Era. History of Twentieth Centuary Physics. N. Y: Academic Press Inc, 1977

[3] 王福山．"祝贺德布罗意、狄拉克诞生"．近代物理学史研究(一)．上海：复旦大学出版社，1983

[4] P. Dirac. The Fundamental Equations of Quantum Mechanics. Proc, Roy. Soc(London) A109: 642~643

[5] P. Dirac. The Principles of Quantum Mechanics. Oxford: The Clarendon Press. 1930 该书的第四版于1958年出版，有中译本《量子力学原理》．北京：科学出版社，1965

[6] P. Dirac. On The Theory of Quantum Mechanics. Proc. Roy. Soc. (London) A112: 661~677

[7] E. Fermi, Sulla. Quantizzazione del Gas Pefetto Monoitomico. Rend. Lincei, 3, 145~149, 1926. E. Fermi. Zur Quantelung des Idealen Einatomigen Gases. Zeit. f. Phy, Bd36, 1926. 902~912

[8] P. Dirac. The Origin of Quamtum Field Theory. The Birth of Particle Physics. Ed. L. Brown,

L. Hoddeson. Cambridge: Cambridge University Press, 1983

[9] P. Dirac. The Quamtum Theory of the Emission and Absorption of Radiatin. Proc. Roy. Soc. A114, 1927. 243 ~ 265

[10] P. Dirac. The Physical Interpretation of Quantum Mechanics. Proc. Roy. Soc. A113. 1927. 621

[11] P. Dirac. Proc, Roy. Soc, A117, 610, 1928; A118, 1928. 351

[12] 杨振宁．几位物理学家的故事．物理．1986，

[13] P. Dirac. The Theory of Electrons and Protons. Proc. Roy Soc. A126, 365(1930)

[14] R. Crease, C. Mann. The Second Creation. New York: Collier Books, Macmillan Publishing Co. , 1986

[15] V. F. Weisskopf. Growing up with Field Theory. The Birth of Particle Physics. ed. L. Brown. L. Hoddeson, Cambridge: Cambridge University Press. 1983

[16] P. Dirac, V. A. Fock, B. Podolsky. On Quantum Electrodynamics. Physikalische Zeitschrift der Sowjetunior, Bd2, Heft 6(1932)

[17] J. Schwinger, Selected Papers on Quantum Electrodynamics. Dover Publication, 1958

[18] P. Dirac. Theorie du Positron. Rapport du 7e Conseil Solvay de Physique, p. 203 (1034)

[19] P. Dirac. Quantised Singularities in the Electromagnetic Field. Proc. Roy. Soc. A133, 1931. 11 ~ 71

[20] P. Dirac. The Theory of Magnetic Poles. Phy. Rev. vol. 74/No1. 1948. 817 ~ 830

[21] P. Dirac. Proc. Roy. Soc. A167. 1938. 148

[22] P. Dirac. ibid A202, 1951. 291
P. Dirac, ibid A212, 1952. 330

[23] P. Dirac. The Large Numbers Hypothesis and its Consequences. Theories and Experiments in High Energy Physics. Plenum, 1975

[24] 孙鑫．与狄拉克的一次会见．近代物理学史研究(一)．上海：复旦大学出版社，1983

[25] P・狄拉克．物理学家自然概念的发展．现代物理学(参考资料)：第一集．北京：科学出版社，1976

[26] M. A. Cuillen. 狄拉克：沉默寡言，善于思考．美国科学新闻，1981(42)：14

[27] A·爱因斯坦. 关于科学的真理. 爱因斯坦论著选编. 上海：上海人民出版社，1973. 129

[28] P·狄拉克. 物理学的方向. 北京：科学出版社，1981

[29] J. Mehra. The Golden Age of Theretical Physics. Aspects of Quantum Theory ed. A. Salan, K. P. Wigner, 1972. 19

[30] P·狄拉克：回忆激动人心的年代. 科学与哲学，1981(6，7)：155～206

[31] P. Dirac, Scientific American. vol. 203, 3. 1963. 45～53

[32] 杨振宁. 美与理论物理学. 自然辩证法通讯，1988，10(1)：1～7

[33] 杨振宁. 美与物理学. 物理. 31(4)：193～199，202

[34] G. Gamov. Thirty Years That Shock Physics. New York: Anchor Books, 1966

[35] 文天祥. 正气歌